" INTRODUCCIÓN A LOS MERCADOS DE FUTUROS Y OPCIONES "

Contiene: Caps. 1-3

AUTOR : **Hull, J. C. (John C.).**

FOTOCOPIADO DE : **Introducción a los mercados de futuros y opciones / John C. Hull. -- 4a. ed. -- Madrid : Prentice Hall, 2002**

CÁTEDRA : **Finanzas II**

PROFESOR : **Eduardo Acuña**

SEMESTRE :

" USO EXCLUSIVO ALUMNOS FACEA , PARA FINES DE DOCENCIA E INVESTIGACIÓN "

CAPÍTULO 1

Introducción

Los mercados de futuros y opciones han cobrado en los últimos años una importancia creciente en el mundo de las finanzas y la inversión. Hemos alcanzado un punto donde es absolutamente esencial que los profesionales de las finanzas entiendan cómo funcionan estos mercados, cómo pueden ser utilizados y qué determina sus precios. Este libro está dedicado a todas estas cuestiones.

En este capítulo introductorio ofreceremos una primera visión de los mercados de futuros y opciones. Hablaremos de su historia y describiremos, en términos generales, su utilización en operaciones de cobertura, especulación y arbitraje. En capítulos posteriores, desarrollaremos con mayor detalle los diferentes puntos que ahora introducimos.

CONTRATOS DE FUTUROS

Un *contrato de futuros* es un acuerdo para comprar o vender un activo en una fecha futura a un precio determinado. Hay muchos mercados organizados de futuros en diferentes lugares del mundo. En los Estados Unidos los dos mayores son el 'Chicago Board of Trade' (www.cbot.com) y el 'Chicago Mercantile Exchange' (www.cme.com). Los mayores en Europa son el 'London International Financial Futures and Option Exchange' (www.liffe.com) y el 'Eurex' (www.eurexchange.com). Otros mercados importantes son la 'Bolsa de Mercadorías y Futuros' (www.bmf.com.br) en São Paulo, el 'Tokio International Financial Futures Exchange' (www.tiffe.or.jp), el 'Singapore International Monetary Exchange' (www.simex.com.sg), y el 'Sydney Futures Exchange' (www.sfe.com.au). El lector puede encontrar una lista completa en la tabla que está al final de este libro.

Ilustraremos aquí cómo se realiza un contrato de futuros tomando como ejemplo los contratos de futuros del maíz negociados en el 'Chicago Board of Trade'. Supongamos que un

inversor de Nueva York llama a su agente en el mes de marzo y le da instrucciones para que compre 5.000 bushels[1] de maíz con entrega en el mes de julio. El agente traslada inmediatamente esas instrucciones a un operador del 'Chicago Board of Trade'. Aproximadamente al mismo tiempo, otro inversor de Kansas podría dar instrucciones a su agente para que vendiese 5.000 bushels de maíz con entrega en el mes de julio. Estas instrucciones serían también trasferidas a un operador del 'Chicago Board of Trade'. Si estos dos operadores se encuentran y acuerdan un precio sobre el maíz a entregar en julio, el trato estaría ya concluido[2].

El inversor de Nueva York que ha aceptado la compra se encuentra en lo que se llama una *posición larga en futuros*; el inversor de Kansas que ha aceptado vender está en lo que se denomina una *posición corta en futuros*. El precio acordado entre ambos operadores recibe el nombre de *precio del futuro*. Supongamos que ese precio es de 170 centavos por bushel. Este precio está determinado esencialmente por las leyes de la oferta y la demanda que rigen el precio de cualquier otro producto. Si en un momento dado hay más operadores que desean vender maíz en julio que comprar, su precio bajará. Esto posibilitará la entrada en el mercado de más compradores a fin de mantener un equilibrio entre compradores y vendedores. Por razones similares, si existen más operadores que desean comprar maíz en julio que venderlo, su precio aumentará.

Aspectos tales como pueden ser los requisitos de garantías, los procedimientos de pago diarios, las prácticas de venta, las comisiones, las diferencias entre precios ofertado y demandado (*bid-offer spreads*) y el papel desempeñado por la Cámara de Compensación entre otros, serán tratados en el Capítulo 2. Podemos considerar de momento que el resultado final del proceso anterior es que el inversor de Nueva York ha acordado comprar 5.000 bushels de maíz a 170 centavos cada bushel en julio, y que el inversor de Kansas ha convenido vender 5.000 bushels de maíz a 170 centavos cada bushel en julio. Ambas partes han adquirido un compromiso contractual.

1.2. HISTORIA DE LOS MERCADOS DE FUTUROS

Los orígenes de los mercados de futuros podrían situarse en la Edad Media. Fueron creados originalmente para satisfacer las demandas de agricultores y comerciantes. Consideremos la situación de un agricultor en el mes de abril de un cierto año. Va a cosechar su cereal en junio y desconoce el precio al que se pagará su cosecha. En años de escasez, será posible obtener precios relativamente altos para ese cereal, particularmente si el agricultor no tiene prisa por vender. Por otra parte, en años de abundancia puede suceder que el cereal tenga que venderse a precios mucho menores. El agricultor y su familia están claramente expuestos a situaciones de alto riesgo.

Consideremos ahora una empresa que compre cereal de forma habitual: también estará expuesta a riesgos de precio. En algunos años, la situación de exceso de oferta puede que le aporte precios favorables, en otros, la escasez puede generar unos precios exorbitantes. Parece claro que el agricultor y la empresa deberían ponerse de acuerdo en abril (o antes) y acordar un precio para el cereal que el agricultor prevea se cosechará en junio. En otras palabras, parece sensato que ambas partes negocien un contrato de futuros. Dicho contrato hará que se elimine para ambas partes el riesgo que supone el precio futuro incierto del cereal.

---

[1] *N. del T.*: Bushel: medida de áridos = 35,23 litros.

[2] Como veremos más adelante, las transacciones tienden a hacerse cada vez más de forma electrónica, sin encuentros físicos entre agentes.

Nos podemos preguntar qué hará la empresa durante el resto del año para tener cubiertas sus necesidades de abastecimiento. Una vez terminado el período de cosecha, el cereal debe ser almacenado hasta la temporada siguiente. Si la empresa se hace cargo de dicho almacenamiento no tendrá ningún riesgo de precio aunque tendrá que costear el precio de almacenaje. Si el agricultor u otra persona se hace cargo del almacenamiento de cereal, ambos, empresa y almacenista, se enfrentarán a los riesgos asociados con el precio futuro y aparecerá de nuevo con claridad la necesidad de establecer un contrato de futuros.

Chicago Board of Trade

El 'Chicago Board of Trade' fue fundado en 1848 a fin de servir de enlace entre agricultores y comerciantes. Su tarea principal fue en su inicio, la de estandarizar cantidades y calidades de cereales que se comercializaban. Al cabo de pocos años, se producía el primer tipo de contrato de futuros. Fue llamado contrato *to-arrive*[3]. Los especuladores pronto se interesaron en ese contrato y descubrieron que comerciar con el propio contrato era una alternativa atractiva frente al comercio de grano. El 'Chicago Board of Trade' ofrece hoy en día, contratos de futuros para muchos activos subyacentes, incluyendo maíz, avena, soja, harina de soja, aceite de soja, trigo, plata, bonos del Tesoro y Letras del Tesoro.

Chicago Mercantile Exchange

El 'Chicago Produce Exchange' fue fundado en 1874 proporcionando un mercado para la mantequilla, huevos, aves y otros productos agrícolas perecederos. En 1898, los tratantes de mantequilla y huevos se retiraron de este mercado para formar el Butter and Egg Board que en 1919 cambió su nombre por el de Chicago Mercantile Exchange (CME) que se reorganizó para negociar futuros. Desde esa fecha, la Institución ha aportado mercados de futuros para muchos productos incluyendo entre otros, panceta de cerdo (1961), vacuno vivo (1964), porcino vivo (1966) y vacuno para el consumo (1971). En 1982 introdujo un contrato de futuros sobre el S&P 500 Stock Index.

El 'Chicago Mercantile Exchange' comenzó a procesar contratos de futuros en divisas en 1972. Hoy los futuros en divisas incluyen la libra esterlina, el dólar canadiense, el yen japonés, el franco suizo, el marco alemán, el dólar australiano, el peso mejicano, el real brasileño, el rand sudafricano, el dólar de Nueva Zelanda, el rublo ruso y el euro. El 'Chicago Mercantile Exchange' también procesa un muy conocido contrato de futuros sobre eurodólares.

Contratación electrónica

Tradicionalmente, los contratos de futuros se realizaban a través del equivalente a un sistema de corros (*open-outcry system*). Esto supone que los agentes se encuentran físicamente sobre el parqué usando un complicado sistema de señales manuales para indicar las operaciones que desean realizar. Este sistema aún se utiliza en el 'Chicago Board of Exchange' y en el 'Chicago Mercantile Exchange' en horas de contratación normales. En años recientes, otros mercados han reemplazado el sistema de corros por un sistema de transacciones electrónico (*electronic trading*). Esto supone que los agentes introducen las operaciones que desean realizar a través de un teclado y un ordenador busca las coincidencias entre oferentes y demandantes.

[3] *N. del T.*: To-arrive: para el futuro.

Ambos sistemas, el de corros y el electrónico tienen sus defensores, aunque no hay dudas acerca de que a la larga todos los mercados organizados funcionarán con el sistema de transacciones electrónico.

1.3. EL MERCADO *OVER-THE-COUNTER*

No todas las transacciones se realizan en los mercados organizados. Lo que se conoce como el mercado *over-the-counter*[4] es una alternativa importante a los mercados organizados. Consiste en una red telefónica e informática de agentes (*dealers*) sin presencia física de los mismos. Las operaciones se realizan por teléfono y son entre instituciones financieras o entre instituciones financieras y alguno de sus clientes corporativos. Las instituciones financieras actúan frecuentemente como creadores de mercado (*market-makers*) de los instrumentos sujetos a intercambio. Esto significa que están siempre dispuestas a registrar (*quote*) un precio de compra (*bid price*) y un precio de venta (*offer price*).

Las conversaciones teléfonicas en el mercado *over-the-counter* normalmente son grabadas. Si se presenta algún conflicto sobre lo que se acordó, las cintas se vuelven a pasar para resolver la discrepancia. Las transacciones en el mercado *over-the-counter* son normalmente de mucha mayor envergadura que en el mercado organizado. La ventaja clave del mercado *over-the-counter* es que el objeto y términos de la contratación no tienen porqué ser los que especifica el mercado organizado. Los participantes en el mercado son libres para decidir sobre cualquier acuerdo que les resulte mutuamente atractivo. Una desventaja que presenta es que en las transacciones *over-the-counter* normalmente se dará cierto riesgo de crédito (es decir, hay un pequeño riesgo de que el contrato no sea satisfecho por alguna de las dos partes). Tal como veremos en el próximo capítulo, los mercados organizados han eliminado virtualmente todo riesgo de crédito.

1.4. CONTRATOS A PLAZO (*FORWARD CONTRACTS*)

Los contratos a plazo se parecen a los contratos de futuros en que son un acuerdo para comprar o vender un activo en cierta fecha futura a un precio determinado. Sin embargo, mientras los contratos de futuros se realizan en mercados organizados, los contratos a plazo se realizan en mercados *over-the-counter*.

Los contratos a plazo sobre divisas son muy utilizados. La mayoría de los grandes bancos disponen de una ventanilla para operaciones a plazo (*forward desk*) en su sección de operaciones con divisas. La Tabla 1.1 nos facilita los tipos de cambio registrados entre la libra esterlina (GBP) y el dólar USA (USD) que podrían ser implementados por un gran banco internacional el 19 de junio del 2000. La cotización registra el número de USD por GBP. La primera cotización indica que el banco está dispuesto a comprar GBP en el mercado al contado (*spot market*) (es decir para una entrega virtualmente inmediata) a un tipo de cambio igual a 1,5118 USD por GBP. La segunda cotización indica que el banco está dispuesto a comprar libras esterlinas en el plazo de un mes a 1,5127 USD por GBP y vender libras esterlinas a un mes por 1,5132 USD por GBP; la tercera cotización indica que está dispuesto a comprar libras estrlinas en tres meses a 1,5144 USD por GBP y vender libras esterlinas en tres meses a 1,5149 USD por GBP, etc.

[4] *N. del T.*: over-the-counter literalmente, sobre el mostrador. Suele traducirse como extrabursátil.

Tabla 1.1. Cotizaciones de contado y a plazo (*forward*) para el tipo de cambio USD/GBP, 19 de junio del 2000 (GBP = Libra esterlina USD = Dólar USA).

	Precio de compra (*bid*)	Precio de venta (*offer*)
Al contado	1,5118	1,5122
A plazo 1 mes	1,5127	1,5132
A plazo 3 meses	1,5144	1,5149
A plazo 6 meses	1,5172	1,5178

Las cotizaciones corresponden a operaciones de gran envergadura. Cualquiera que haya viajado al extranjero sabe que los clientes particulares (*retail customers*) normalmente encuentran precios con diferencias (*spreads*) mucho mayores entre tipos de compra y de venta que las que se muestran en la Tabla 1.1. Tras examinar la Tabla 1.1, una gran empresa podría estar de acuerdo en la venta al banco de 100 millones de GBP a seis meses por 151,72 millones de USD como parte de su programa de cobertura.

Proporcionaremos más información sobre mercados a plazo y los determinantes de sus precios en los Capítulos 2 y 3.

1.5. LOS CONTRATOS DE OPCIÓN

Existen básicamente dos tipos de opciones: de compra y de venta (*call* y *put*). Una opción de compra da a su titular el derecho a comprar un activo a un precio determinado en una fecha establecida. Una opción de venta da a su titular el derecho a vender un activo a un precio conocido en una fecha determinada. El precio contractual se llama precio de ejercicio (*strike price* o *exercise price*) y la fecha de finalización del contrato, fecha de vencimiento (*expiration date*, *exercise date* o *maturity*). Una *opción Europea* sólo puede ser ejercida en la fecha de vencimiento, mientras que una *opción Americana*, puede ser ejercida en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento inclusive.

Debemos subrayar el hecho de que una opción otorga a su titular el derecho a hacer algo, sin estar obligado a ello. Es en este punto donde se diferencian las opciones de los contratos futuros. El titular de una posición larga en futuros se compromete a comprar un activo, a un cierto precio y en una fecha dada. En cambio, el titular de una opción de compra, tiene la posibilidad-opción de decidir sobre la compra de un activo a un cierto precio, en una fecha dada, caso de ser la opción Europea (y en cualquier momento hasta esa fecha si la opción es Americana). Entrar en un contrato de futuros no cuesta nada (salvo requisitos de garantías —*margin requirements*— de los que se hablará en el Capítulo 2). Sin embargo, el inversor deberá abonar un precio —prima— para conseguir —comprar— una opción sea ésta de compra o de venta.

El mayor mercado organizado de opciones sobre acciones es el 'Chicago Board Options Exchange' (CBOE; www.cboe.com). La Tabla 1.2 nos proporciona los precios de algunas opciones Americanas sobre Cisco el día 8 de mayo del año 2000, tal y como aparecieron en el *Wall Street Journal* del día siguiente. Los precios de ejercicio de la opción son 50 USD, 65 USD y 80 USD. Los vencimientos son julio del 2000 y octubre del 2000. A las opciones de julio les queda una vida de dos meses y a las de octubre de cinco. El precio de las acciones de

Tabla 1.2. Precios de opciones sobre Cisco, 8 de mayo del 2000. Precio de la acción = $62\frac{3}{4}$.

Precio de ejercicio (dólares USA)	Opciones de compra		Opciones de venta	
	Julio	Octubre	Julio	Octubre
50	$16\frac{7}{8}$	$18\frac{7}{8}$	$2\frac{11}{16}$	$4\frac{5}{8}$
65	7	$10\frac{7}{8}$	$8\frac{1}{4}$	$10\frac{5}{8}$
80	2	5	$17\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$

Cisco al cierre el 8 de mayo del 2000 era de $62\frac{3}{4}$[5]. Supongamos que un inversor ordena a su agente comprar un contrato de opción de compra de acciones de Cisco con un precio de ejercicio de 65 dólares y con vencimiento en julio. El agente pasará estas instrucciones al operador del CBOE quien, a su vez, buscará a otro operador que quiera vender una opción de compra de Cisco con vencimiento en julio a un precio de ejercicio de 65 dólares. Se acordará un precio por la opción y el trato se considerará cerrado. Supongamos que el precio acordado es de 7 dólares, como se indica en la Tabla 1.2. Éste es el precio de una opción que da derecho a comprar una acción. En los Estados Unidos un contrato de opción sobre acciones es un contrato que da derecho a comprar o vender 100 acciones. Por lo tanto, un inversor deberá transferir 700 dólares al mercado organizado de opciones a través de su agente y, a su vez, el mercado organizado de opciones traspasará dicha cantidad a la otra parte contratante.

En nuestro ejemplo, el inversor ha obtenido por 700 dólares el derecho a comprar 100 acciones de Cisco a 65 dólares cada una. En esta transacción, la otra parte ha recibido 700 dólares y ha acordado vender 100 acciones a 65 dólares cada acción si el inversor decide ejercer la opción. Si el precio de Cisco no sube por encima de los 65 dólares en los dos meses siguientes ésta no se ejercerá y el inversor perderá 700 dólares. Pero si las acciones de Cisco suben y la opción se ejerce cuando Cisco cotiza a 90 dólares, el inversor podrá comprar cien acciones a 65 dólares por acción cuando su valor es de 90 dólares cada una. Esto lleva a un beneficio de 2.500 dólares o de 1.800 cuando el coste inicial de la opción se considera.

En capítulos posteriores daremos más detalles sobre el modo de operar de los mercados de opciones y en qué forma se determinan sus precios, como por ejemplo los que aparecen en la Tabla 1.2. En este punto debemos señalar que existen cuatro tipos de participantes en los mercados de opciones:

1. Compradores de opciones de compra.
2. Vendedores (emisores) de opciones de compra.
3. Compradores de opciones de venta.
4. Vendedores (emisores) de opciones de venta.

Se considera que los compradores tienen «posiciones largas» (*long positions*) y los vendedores «posiciones cortas» (*short positions*). La venta de una opción también puede llamarse «emisión de la opción» (*writing the option*).

[5] Nótese que en los Estados Unidos los decimales se introdujeron en los precios de las acciones y en los de las opciones sobre acciones en la segunda mitad del año 2000. Véase la Tabla 7.3 para cotizaciones decimales.

1.6. HISTORIA DE LOS MERCADOS DE OPCIONES

Las primeras compraventas de opciones se iniciaron en Europa y los Estados Unidos en el siglo XVIII. En sus principios, no gozaron de buena reputación debido a ciertas prácticas fraudulentas. Una de ellas consistía en regalar a algunos agentes opciones sobre acciones de ciertas empresas para incentivarles a recomendar la compra de esas acciones a sus clientes.

Asociación de Agentes

A principios del siglo XX se fundó la 'Put and Call Brokers and Dealers Association' (Asociación de Agentes y *Dealers* de Opciones de Compra y de Venta), cuyo objetivo era proporcionar un sistema para reunir a vendedores y compradores. Cuando alguien quería comprar una opción contactaba con una de las empresas asociadas que, a su vez, hacía lo posible para hallar un vendedor o emisor de la opción entre sus clientes o entre las otras empresas también asociadas. Si no se encontraba vendedor, la propia asociación emitía la opción cobrando un precio previamente asignado como adecuado.

El mercado de opciones de la 'Put and Call Brokers and Dealers Association' presentaba dos defectos: primero, no disponer de un mercado secundario puesto que el comprador de una opción no tenía derecho a venderla a un tercero antes de su fecha de vencimiento. En segundo lugar, no existía un mecanismo que garantizase que el emisor de la opción respetaría su parte del contrato: de no cumplirse, el comprador se veía forzado a demandar judicialmente al emisor, lo cual resultaba económicamente muy costoso.

Formación de los mercados organizados de opciones

En abril de 1973, el 'Chicago Board of Trade' abrió un nuevo mercado organizado, el 'Chicago Board Options Exchange', con la finalidad concreta de negociar opciones sobre acciones de empresas que cotizasen en bolsa. Desde esa fecha los mercados de opciones han sido objeto de gran interés para los inversores. El 'American Stock Exchange' (www.amex.com) y el 'Philadelphia Stock Exchange' (www.phlx.com), comenzaron a negociar opciones en 1975. El 'Pacific Stock Exchange' (www.pacifex.com) comenzó en 1976. A principios de los ochenta, el volumen de negociación había crecido tan rápidamente que el número de acciones subyacentes en contratos de opciones vendidas a diario excedía al volumen de acciones negociadas en el 'New York Stock Exchange'.

En los años ochenta se desarrollaron los mercados sobre opciones en divisas, opciones sobre índices bursátiles y opciones sobre contratos de futuros. El 'Philadelphia Stock Exchange' es el principal mercado de opciones sobre divisas. El 'Chicago Board Options Exchange' negocia opciones sobre los índices bursátiles S&P 100 y S&P 500, el índice Nasdaq 100 (NDX) y el Dow Jones Industrial Average. La mayoría de mercados que ofrecen contratos de futuros hoy en día también ofrecen opciones sobre esos contratos de futuros. De este modo, el 'Chicago Board of Trade' ofrece opciones sobre contratos de futuros para el maíz, el 'Chicago Mercantile Exchange' ofrece opciones sobre contratos de futuros sobre ganado vivo, etc. Hoy existen mercados organizados de opciones en todo el mundo. (Véase la tabla que aparece al final de este libro.)

El mercado *over-the-counter* para opciones

El mercado *over-the-counter* para opciones ha crecido muy rápidamente desde el comienzo de los años ochenta y hoy es mayor que el mercado organizado. Una de las ventajas de las

opciones intercambiadas en el mercado *over-the-counter* es que pueden ser diseñadas para satisfacer las necesidades concretas del tesorero de una empresa o de un gestor de fondos. Por ejemplo, el tesorero de una empresa que quiere una opción Europea de compra para adquirir 1,6 millones de libras esterlinas a un tipo de cambio de 1,5125 no encontrará exactamente el producto que busca en el mercado organizado. Sin embargo, es probable que muchos bancos de inversión estuviesen encantados de poder proporcionar una anotación (*quote*) para un contrato *over-the-counter* que satisfaga las necesidades concretas del tesorero.

TIPOS DE OPERADORES

Tanto los mercados de futuros como los de contratos a plazo y los de opciones han tenido un notable éxito. Uno de los motivos para ello es que atraen a operadores muy diversos y mantienen un elevado grado de liquidez. Cuando un inversor quiere tomar un lado del contrato no es difícil encontrar a alguien dispuesto a tomar el otro lado.

Se pueden identificar tres categorías: aquéllos que hacen operaciones de cobertura o coberturistas (*hedgers*), especuladores y arbitrajistas (*arbitrageurs*). Los coberturistas usan los futuros, contratos a plazo y opciones para reducir el riesgo que afrontan ante movimientos potenciales en un mercado variable. Los especuladores los utilizan para apostar acerca de la dirección futura del mercado y los arbitrajistas toman posiciones compensadoras en dos o más instrumentos asegurándose un beneficio. Hablaremos de todos ellos con mayor detalle en las secciones próximas.

1.8. COBERTURISTAS

En esta sección ilustramos cómo los coberturistas pueden reducir sus riesgos con contratos a plazo y opciones.

Ejemplo de cobertura utilizando contratos de futuros

Supongamos que estamos a 19 de julio del 2000 y que la empresa ImportCo, con sede en los Estados Unidos, sabe que el 19 de septiembre del 2000 tendrá que pagar diez millones de libras esterlinas por mercancías compradas a un proveedor inglés. Suponemos que los tipos de cambio USD/GBP (Dólar/Libra est.) registrados por una institución financiera son los que se muestran en la Tabla 1.1. La empresa ImportCo podría cubrir su riesgo de tipo de cambio comprando libras (GBP) de la institución financiera en el mercado a plazo de tres meses a 1,5149. El resultado sería que fijaríamos la suma a pagar al exportador británico en dólares. Esta suma sería de 15.149.000 USD.

Ahora supongamos que el 19 de junio del 2000 otra empresa de los Estados Unidos y exportadora al Reino Unido a la que llamaremos ExportCo supiese que en un plazo de tres meses exactos recibirá 30 millones de libras esterlinas. ExportCo puede cubrir su riesgo de tipo de cambio vendiendo 30 millones de libras en el mercado a plazo a un tipo de cambio de 1,5144. El efecto final sería que quedaría fijada la cantidad de dólares por la que se cambiarían las libras a cobrar en 45.432.000 USD.

La Tabla 1.3 resume las estrategias de cobertura para las empresas ImportCo y ExportCo. Hay que tener en cuenta que si las empresas no utilizan cobertura podrían obtener mayor beneficio cuando la utilizan, aunque también pueda suceder lo contrario.

Tabla 1.3. Utilización de contratos a plazo para coberturas.

Fuente: Mesa del operador — 19 de junio del 2000

La empresa ImportCo debe pagar 10 millones de libras el 19 de septiembre del 2000 por compras efectuadas en Gran Bretaña. ExportCo recibirá 30 millones de libras el 19 de septiembre del 2000 de un cliente en Inglaterra. Las cotizaciones de la Tabla 1.1 indican que las libras a tres meses pueden venderse a 1,5144 USD por GBP y comprarse a 1,5149 USD por GBP.

Estrategia de cobertura para ImportCo

Compra 10 millones de libras en el mercado a plazo a tres meses fijando el tipo de cambio a pagar en 1,5149.

Estrategia de cobertura ExportCo

Vende 30 millones de libras esterlinas en el mercado a plazo a tres meses fijando el tipo de cambio en 1,5144 por las libras que recibirá.

La Tabla 1.3 resume las estrategias de cobertura para ImportCo y ExportCo. Nótese que si las empresas deciden no cubrirse podrían terminar mejor que si optan por la cobertura. También podrían terminar peor. Consideremos ImportCo. Si el tipo de cambio el 19 de septiembre terminase siendo 1,5000 y la empresa no se hubiese cubierto los 10 millones de libras a pagar costarían 15 millones de dólares, cantidad inferior a 15.149.000 USD. Por otro lado, si el tipo de cambio fuera 1,6000, los 10 millones de libras costarán 16 millones de dólares —¡y la empresa se lamentará de no haberse cubierto! La situación de ExportCo si no se cubre será la contraria. Si el tipo de cambio en septiembre resulta ser inferior a 1,5144, la empresa lamentará no haber realizado la cobertura, si el cambio resulta superior a 1,5144 le ocurrirá lo contrario.

Este punto ilustra una cuestión vital sobre el tema de las coberturas. El coste o precio recibido por la mercancía subyacente estará asegurado. Sin embargo, no existe seguridad sobre que el resultado final con cobertura sea mejor que sin cobertura.

Un ejemplo de cobertura utilizando opciones

Las opciones también pueden ser utilizadas para la cobertura. Pensemos en un inversor que en mayo del 2000 es propietario de 1.000 acciones de Microsoft. El precio actual de cada acción es de 73 dólares. Al inversor le preocupa que los procesos judiciales en los que está inmersa Microsoft puedan llevar a una brusca bajada de su cotización en los próximos dos meses y está interesado en protegerse. El inversor podría comprar en el 'Chicago Board Options Exchange' opciones de venta con vencimiento el 10 de julio (10 *July Put*) sobre 1.000 acciones para a un precio de ejercicio de 65 dólares. Si el precio de las opciones es de 2,5 dólares, cada contrato de opciones le costará 100 × 2,5 USD = 250 USD y el coste total de la estrategia de cobertura será de 10 × 250 = 2.500 USD.

En la Tabla 1.4 se resume esta estrategia. El coste de la misma es de 2.500 dólares pero garantiza que las acciones pueden ser vendidas a un precio mínimo de 65 dólares mientras la opción esté vigente. Si el precio de mercado de las acciones de Microsoft cae por debajo de los 65 dólares, las opciones pueden ejercerse obteniendo en total 65.000 dólares . Cuando se tiene en cuenta el coste de las opciones, la cantidad neta es de 62.500 dólares. Si el precio de mercado se mantiene por encima de 65 dólares, las opciones no se ejercen y vencerán sin

Tabla 1.4. Estrategias de cobertura utilizando opciones.

Fuente: Mesa del operador — mayo del 2000

Un inversor es propietario de 100 de acciones de Microsoft y desea protegerse de una posible caída del precio de las acciones durante los próximos 2 meses. Conocemos las siguientes cotizaciones:

Precio actual de las acciones de Microsoft: 73 USD

Precio de la opción de venta de Microsoft con vencimiento en julio y precio de ejercicio 65 (*Microsoft July* 65 *put*): 2,50 USD

Estrategia del inversor

El inversor compra 10 contratos de opción de venta por un total de 10 × 100 × 2,5 USD = 2.500 USD.

El resultado

El inversor tiene derecho a vender las acciones por, al menos, 1.000 × 65 USD = 65.000 USD en cualquier momento de los próximos dos meses[6].

valor. No obstante en ese caso el valor del conjunto (acciones + opciones de venta) permanece siempre por encima de 65.000 dólares (o por encima de 62.500 dólares cuando se tiene en cuenta el coste de las opciones).

Una comparación

Una comparación entre las Tablas 1.3 y 1.4 revela una diferencia fundamental entre el uso de contratos a plazo y de opciones para coberturas. Los contratos a plazo están diseñados para neutralizar el riesgo al fijar el precio a pagar o recibir por el activo subyacente en operaciones de cobertura. Por contraste, los contratos de opciones proveen un seguro, una manera de proteger a los inversores contra los futuros movimientos de precio adversos, aunque permitiendo un beneficio si hay movimientos favorables de precio. A diferencia de los contratos a plazo, los contratos de opciones implican el pago de una prima (un precio por la opción).

ESPECULADORES

Pasaremos ahora a considerar como los mercados de futuros y opciones pueden ser utilizados para la especulación. Las operaciones de cobertura pretenden evitar la exposición a movimientos adversos de precios. Los especuladores, en cambio, actúan tomando posiciones en el mercado. Tales posiciones suponen una apuesta, bien de que el precio irá al alza o bien de que irá a la baja.

Un ejemplo de especulación utilizando contratos de futuros

Supongamos que en febrero un especulador en los Estados Unidos piensa que en los próximos dos meses habrá una apreciación de la libra esterlina frente al dólar americano y está dispuesto

[6] *N. del T.:* Las opciones sobre acciones son americanas.

a posicionarse con una inversión de 250.000 libras. Una de sus alternativas consistiría en comprar libras esperando poder venderlas más adelante obteniendo un beneficio. Las libras esterlinas adquiridas las depositaría en una cuenta que le pagase intereses. Otra posibilidad sería la de establecer una posición larga en futuros sobre cuatro CME en libras esterlinas para abril. (Cada contrato de futuros es para la entrega de 62.500 libras.) La Tabla 1.5 resume las dos alternativas suponiendo que el tipo de cambio actual es de 1,6470 y que el precio del futuro de abril es de 1,6410. Si el tipo de cambio en abril resulta ser 1,7000, la posibilidad de establecer un contrato de futuros permite al especulador comprar en abril por 1,6410 dólares un activo valorado en 1,7000 dólares, con lo cual obtiene un beneficio de $(1{,}700 - 1{,}6410) \times 250.000 = \$14.750$. La vía del mercado al contado (*spot*), hace que la compra por 1,6470 en febrero y la venta por 1,7000 en abril causen $(1{,}7000 - 1{,}6470) \times 250.000 = \$13.250$ de beneficio. Si el tipo de cambio cae hasta 1,6000, los contratos de futuros darán lugar a $(1{,}6410 - 1{,}6000) \times 250.000 = 10.250$ dólares de pérdidas, mientras que la alternativa de mercado al contado da lugar a $(1{,}6470 - 1{,}6000) \times 250.000 = \$11.750$ de pérdidas. Aparentemente ambas vías dan lugar a beneficios y pérdidas muy similares. Pero estos cálculos no reflejan los intereses pagados. En el Capítulo 3 demostramos que cuando se toma en consideración el interés que se gana en libras esterlinas y el que se paga en dólares, el beneficio o pérdida de las dos alternativas es el mismo.

¿Cuál es pues la diferencia entre las dos alternativas? La compra de libras requiere una inversión de 411.750 dólares. En cambio, la segunda alternativa sólo requiere una pequeña garantía —quizás 25.000 dólares— que debe depositar el especulador. En efecto, el mercado de futuros permite que el especulador se beneficie de un efecto palanca o apalancamiento. Con un desembolso inicial relativamente pequeño podrá tomar una posición especuladora de cierta magnitud.

Tabla 1.5. Especulación utilizando contratos de futuros.

Fuente: Mesa del operador—febrero

Un inversor prevé que la libra esterlina se apreciará en alza en los próximos 2 meses frente al dólar americano y desea obtener un beneficio especulativo. Sabemos que están vigentes las siguientes cotizaciones:

Valor actual de tipo de cambio: 1,6470

Precio de los futuros de abril: 1,6410

Estrategias alternativas

1. Comprar 250.000 libras por 411.750 dólares, depositar las libras esterlinas en una cuenta que abona intereses durante dos meses y confiar en que puedan ser vendidas con un beneficio al concluir los dos meses.
2. Tomar una posición larga en 4 contratos de futuros para abril. Con ese objeto el inversor deberá comprar 250.000 libras por 410.250 dólares en abril. Si el tipo de cambio en ese mes está por encima de 1,6410, el inversor habrá obtenido un beneficio.

Resultados posibles

1. El tipo de cambio es 1,7000 al cabo de dos meses. El inversor gana 13.250 dólares utilizando la primera estrategia y 14.750 dólares con la segunda.
2. El tipo de cambio es 1,6000 al cabo de dos meses. El inversor ha perdido 11.750 dólares al utilizar la primera estrategia y 10.250 dólares con la segunda.

Un ejemplo de especulación utilizando opciones

Consideraremos ahora un ejemplo sobre cómo podría utilizar un especulador los contratos de opción. Supongamos que estamos en octubre y que un especulador considera que es probable que el valor de Amazon.com suba durante los próximos dos meses. El precio de las acciones es actualmente de 40 dólares y la correspondiente opción de compra con vencimiento en dos meses con un precio de ejercicio de 45 dólares se está vendiendo hoy a 2 dólares. La Tabla 1.6 refleja dos posibles alternativas abiertas al especulador para una inversión de 4.000 dólares. La primera alternativa se refiere a una compra normal de 100 acciones. La segunda a una compra de 2.000 opciones de compra (es decir, 20 contratos de opciones).

Supongamos que la intuición del especulador es correcta y que el precio de las acciones de Amazon.com sube a 70 dólares en o antes de diciembre. La primera alternativa, compra de acciones, resultará en un beneficio de:

$$100 \times (\$70 - \$40) = \$3.000$$

No obstante, la segunda alternativa es mucho más rentable. Una opción de compra sobre Amazon.com con un precio de ejercicio de 45 dólares proporciona un beneficio bruto *(payoff)* de 25 dólares puesto que la opción permite comprar por 45 dólares algo que vale 70. El beneficio bruto considerando todas las opciones compradas será:

$$2.000 \times \$25 = \$50.000$$

Restando el coste original de las opciones, el beneficio neto será

$$\$50.000 - \$4.000 = \$46.000$$

Tabla 1.6. Especulación utilizando opciones.

Fuente: Mesa del operador— octubre

Un especulador, que dispone de 4.000 dólares para invertir piensa que el precio de Amazon.com aumentará en los próximos dos meses y dispone de la siguiente información sobre cotizaciones:

Precio actual de la acción: 40 USD

Opción de compra para diciembre de Amazon.com con precio de ejercicio 45 dólares: 2 USD

Estrategias alternativas

1. Comprar 100 acciones de Amazon.com
2. Comprar 2.000 opciones de compra para diciembre (20 contratos de diciembre) sobre Amazon.com con un precio de ejercicio de 45 dólares.

El coste de ambas alternativas es de 4.000 dólares.

Resultados posibles

1. Amazon.com sube hasta 70 dólares en diciembre. El inversor obtiene un beneficio de 3.000 dólares utilizando la primera estrategia y 46.000 dólares utilizando la segunda estrategia.
2. Exxon baja a 30 dólares en diciembre. El inversor pierde 1.000 dólares con la primera estrategia y 4.000 dólares con la segunda.

Tabla 1.7. Comparación de beneficios y pérdidas de dos estrategias alternativas en la inversión de 4.000 dólares especulando con Amazon.com en octubre.

Estrategia del inversor	Precio de acciones en diciembre	
	$30	**$70**
Compra acciones	($1.000)	$3.000
Compra opciones	($4.000)	$46.000

La estrategia de opciones es por lo tanto 15 veces más rentable que la estrategia de compra de acciones.

Por supuesto las opciones también dan origen a un mayor potencial de pérdida. Supongamos que el precio de las acciones baja a 30 dólares en diciembre, la primera alternativa de compra de acciones resultará en una pérdida de:

$$100 \times (\$40 - \$30) = \$1.000$$

Dado que las opciones vencen sin haber sido ejercidas, la estrategia en opciones supondría una pérdida de 4.000 dólares, suma originalmente pagada por ellas. Estos resultados se resumen en la Tabla 1.7.

De la Tabla 1.7 se deduce claramente que tanto opciones como futuros proporcionan una forma de apalancamiento. Para una inversión determinada, la utilización de opciones magnifica las consecuencias financieras. Los resultados buenos son óptimos, los malos, pésimos.

Una comparación

Los contratos de futuros y de opciones son instrumentos similares para los especuladores puesto que ambos aportan una vía para obtener cierto apalancamiento. Existe sin embargo una diferencia primordial entre ambos. En el ejemplo de futuros de la Tabla 1.5, la pérdida potencial que pudiese sufrir el especulador es muy importante como también lo es el potencial de ganancia. En el ejemplo de opción de la Tabla 1.6, por muy mal que vayan las cosas, las pérdidas del especulador están limitadas a los 4.000 dólares pagados por las opciones.

1.10. ARBITRAJISTAS

El arbitraje es el objeto de un tercer grupo importante de participantes en los mercados a plazo (*forward*), de futuros y de opciones. El arbitraje supone la obtención de un beneficio libre de riesgo por medio de transacciones en dos o más mercados. Demostraremos en capítulos posteriores que a veces es posible el arbitraje cuando el precio de los contratos de futuros de un activo se aparta de su precio al contado. De igual forma, mostraremos cómo puede utilizarse el arbitraje en mercados de opciones. En esta sección vamos a ilustrar el concepto de arbitraje con un ejemplo muy sencillo.

Consideremos las acciones de una empresa que cotiza tanto en la Bolsa de Nueva York ('New York Stock Exchange') (www.nyse.com) como en la de Londres ('London Stock Exchange') (www.stockex.co.uk). Supongamos que el precio de la acción es de 172 dólares en

Tabla 1.8. Arbitraje.

Fuente: Mesa del operador

Las acciones de una empresa cotizan tanto en la Bolsa de Nueva York como en la de Londres. Se han dado últimamente las siguientes cotizaciones:

New York Stock Exchange: $172 por acción
London Stock Exchange: £100 por acción
Valor de £1: $1,7500

Estrategia de arbitraje

1. Comprar 100 acciones en Nueva York.
2. Vender las acciones en Londres.
3. Convertir las libras esterlinas de la venta en dólares americanos.

Beneficio

$$100 \times (1{,}75 \times 100 - 172) = \$300$$

Nueva York y de 100 libras en Londres y que el tipo de cambio es de 1,7500 dólares por cada libra esterlina. En una operación de arbitraje se podrían comprar simultáneamente 100 acciones en el mercado de Nueva York y venderlas en Londres para obtener un beneficio libre de riesgo de

$$100 \times (1{,}75 \times 100 - \$172)$$

o 300 dólares en ausencia de costes de transacción. La estrategia se resume en la Tabla 1.8. Los costes de transacción posiblemente eliminarían el beneficio para el caso de un pequeño inversor. Sin embargo, un gran inversor tendría costes de transacción muy reducidos, tanto en el mercado bursátil como en el de cambio de divisas. Este inversor encontraría la oportunidad de arbitraje muy atractiva e intentaría sacar de ella el mayor provecho posible.

Oportunidades de arbitraje como la que acabamos de describir no pueden durar mucho tiempo. A medida que los operadores compran acciones en Nueva York, las fuerzas de la oferta y la demanda harán subir el precio en dólares. Del mismo modo, a medida que se venden acciones en Londres, el precio en libras se verá forzado a la baja. Rápidamente, ambos precios, evaluados al tipo de cambio, terminarán siendo equivalentes. En efecto, la existencia de arbitrajistas (*arbitrageurs*) hambrientos de ganancias hace que sea improbable que pueda existir una gran disparidad entre el precio en libras esterlinas y el precio en dólares. Generalizando a partir de este ejemplo podemos decir que la existencia misma de operadores especializados en arbitrajes implica que, en la práctica, sólo se observen oportunidades de arbitraje muy pequeñas en los precios ofrecidos en la mayoría de mercados bursátiles. En este libro, la mayor parte de la explicaciones referentes a precios sobre contratos de futuros y valoración de contratos de opciones se basan en el supuesto de que no existen las oportunidades de arbitraje.

1.11. RESUMEN

En este capítulo hemos realizado una primera aproximación a los mercados de futuros y de opciones y a plazo. Un contrato a plazo y un contrato de futuros suponen la obligación de comprar o vender un activo en una fecha futura determinada a un precio determinado. Los

contratos de futuros se negocian en mercados organizados mientras que los contratos a plazo se negocian de forma extrabursátil (*over-the-counter*). Existen dos tipos de opciones: de venta (*puts*) y de compra (*calls*). La opción de compra da al titular la opción de comprar un activo en una cierta fecha a un precio determinado. Una opción de venta da al titular el derecho a vender un activo en una cierta fecha a un precio también determinado. Las opciones se negocian tanto en mercados organizados como *over-the-counter*.

Los mercados de opciones y de futuros han resultado ser innovaciones de gran éxito. Se pueden identificar tres tipos principales de participación: cobertura, especulación y arbitraje. En las operaciones de cobertura se hace frente al riesgo asociado al precio de un activo, utilizando los mercados de futuros o de opciones para reducir o eliminar dicho riesgo. El deseo de los especuladores es apostar sobre movimientos futuros en los precios. Los contratos de futuros y de opciones les aportan mayor apalancamiento, es decir pueden aumentar los beneficios —y también las pérdidas— potenciales en un movimiento especulativo determinado. Los arbitrajistas participan en el mercado para beneficiarse de las posibles discrepancias de precios entre dos mercados distintos. Si, por ejemplo, ven que el precio del futuro de un determinado activo se desvía de su precio al contado (*spot*), tomarán posiciones opuestas en ambos mercados para asegurarse un beneficio.

Test (Soluciones al final del libro)

1.1. Explique la diferencia entre una posición larga en futuros y una posición corta en futuros.

1.2. Explique detalladamente la diferencia entre (a) cobertura, (b) especulación y (c) arbitraje.

1.3. Explique la diferencia entre (a) un contrato de futuros cuando su precio es de 50 dólares y (b) adoptar una posición larga en una opción de venta con un precio de ejercicio de 50 dólares.

1.4. Un inversor toma una posición corta en futuros para la venta de 100.000 libras esterlinas a 1,5000 dólares la libra. ¿Cuánto pierde o gana el inversor si el tipo de cambio al final del contrato fuese (a) 1,4900 o (b) 1,5200?

1.5. Suponga que usted emite una opción de venta sobre AOL con un precio de ejercicio de 40 dólares que vence dentro de tres meses. El precio actual de las acciones AOL Time Warner es de 41 dólares. ¿A qué le comprometerá la opción? ¿Cuánto calcula que podría usted ganar o perder?

1.6. Suponga que usted desea especular al alza sobre las acciones de una empresa. El precio actual es de 29 dólares y una opción de compra con precio de ejercicio de 30 dólares y vencimiento en 3 meses le costara 2,90 dólares. Dispone de 5.800 dólares para invertir. Identifique dos estrategias alternativas. Describa brevemente las ventajas y desventajas de cada una.

1.7. Suponga que usted fuese propietario de 5.000 acciones valoradas a 25 dólares cada una. ¿Cómo pueden utilizarse las opciones de venta para que le aporten un seguro contra la reducción en el valor de sus acciones durante los próximos cuatro meses?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

1.8. Las emisiones de acciones no liberadas aportan fondos a una empresa. ¿Se puede decir lo mismo de una opción sobre acciones de la empresa? Explicar.

1.9. Explique por qué un contrato de futuros puede ser utilizado indistintamente para especulación y cobertura.

1.10. Un ganadero porcino espera disponer para la venta dentro de tres meses de ganado vivo con un peso total de 120.000 libras. El contrato de futuros estándar sobre este ganado en el 'Chicago Mercantile Exchange' es para la entrega con un peso de 40.000 libras de ganado. ¿Cómo puede utilizarlo el ganadero para que le sirva de cobertura? Desde el punto de vista del ganadero, ¿cuáles son los pros y contras de la cobertura?

1.11. Suponga que estamos a julio de 1993. Una compañía minera acaba de descubrir un pequeño yacimiento de oro. Se tardará seis meses en construir la mina. El oro será entonces extraído durante un periodo de un año y de forma más o menos continua. Hay contratos de futuros disponibles en el 'New York Commodity Exchange'. Los meses de entrega van de agosto de 2001 a diciembre del 2002, en intervalos de dos meses. Cada contrato cubre una entrega de 100 onzas. Explique cómo podría la empresa minera utilizar los mercados de futuros para su cobertura.

1.12. Supongamos que una opción de compra de vencimiento en marzo con un precio ejercicio de 50 dólares cuesta 2,50 dólares y su propietario la conserva hasta su vencimiento en marzo. ¿Bajo qué circunstancias podrá obtener ganancias el propietario de la opción? ¿En qué circunstancias será ejercida la opción?

1.13. Supongamos que una opción de compra de vencimiento en junio con un precio de ejercicio de 60 dólares que cuesta 4 dólares. Su propietario la conserva hasta junio. ¿Bajo qué circunstancias podrá el titular de la opción ganar un beneficio? ¿Bajo qué circunstancias podrá ejercerse la opción?

1.14. Un inversor suscribe una opción de compra con un precio de ejercicio de 20 dólares. Estamos en mayo las acciones cuestan 18 dólares y el precio de la opción es de 2 dólares. Describa el flujo de caja del inversor si la opción se conserva hasta septiembre y el precio de las acciones es de 25 dólares en esa fecha.

1.15. Un inversor emite una opción de compra para diciembre con un precio de ejercicio de 30 dólares. El precio de la opción es de 4 dólares. ¿Bajo qué circunstancias obtendrá este inversor ganancias netas?

1.16. Explique cómo las opciones sobre divisas pueden ser utilizadas para la cobertura en una situación como la descrita en la Tabla 1.3 de forma que (a) ImportCo garantice que su tipo de cambio sea menor que 1,5300, y (b) ExportCo garantice que su tipo de cambio sea como mínimo 1,4900.

1.17. El 'Chicago Board of Trade' ofrece un contrato de futuros sobre bonos del Tesoro a largo plazo. Describa al tipo de inversor que probablemente utilizaría este contrato.

1.18. Un ejecutivo de una compañía aérea ha declarado: «No tiene objeto que nosotros utilicemos contratos de futuros sobre petróleo. Hay tantas probabilidades de que el precio del crudo en el futuro sea inferior al precio del contrato de futuros como de que sea superior a este precio». Discuta ese punto de vista.

1.19. «Los contratos de opciones y de futuros son juegos de suma cero». ¿Cuál es el significado de esta frase?

Preguntas de repaso

1.20. El precio del oro está actualmente en 500 dólares la onza. Hay disponibles contratos a plazo con un precio de 700 dólares la onza para entrega dentro de un año. Un operador que realizase un arbitraje podría pedir un préstamo al 10 por ciento anual. ¿Qué debería hacer el operador? Suponga que el coste de almacenaje del oro es cero.

1.21. El precio actual de una acción es de 94 dólares y una opción de compra a tres meses con un precio de ejercicio de 95 dólares se está vendiendo en este momento por 4,70 dólares. Un inversor que piensa que el precio de las acciones aumentará está intentando decidir si compra 100 acciones o compra 2.000 opciones de compra (=20 contratos). Ambas estrategias suponen una inversión de 9.400 dólares. ¿Qué consejo le daría usted? ¿Cuánto debe aumentar el precio de la acción para que la estrategia con opciones sea más rentable?

1.22. Un inversor es propietario el 8 de mayo del 2000 de 100 acciones de Cisco. Como se indica en la Tabla 1.2 el precio de la acción de Cisco es $62\frac{3}{4}$ y una opción de venta con vencimiento en octubre con un precio de ejercicio de 50 cuesta $4\frac{5}{8}$. El inversor está comparando dos alternativas para limitar el riesgo de bajada. La primera supone comprar una opción de venta con vencimiento en octubre con un precio de ejercicio de 50. La segunda consiste en dar instrucciones a su agente para vender 100 acciones en el momento en que el precio de Cisco sea 50. Discuta las ventajas e inconvenientes de las dos estrategias.

CAPÍTULO 2

Funcionamiento de los mercados de futuros y a plazo *(forward)*

En el Capítulo 1 explicamos que tanto los contratos de futuros como los contratos a plazo son acuerdos para comprar o vender un activo en un momento futuro a un precio determinado. Los contratos de futuros se negocian en mercados organizados y los términos del contrato están estandarizados institucionalmente. Por el contrario, los contratos a plazo son acuerdos privados entre dos instituciones financieras o entre una institución financiera y sus clientes corporativos.

En este capítulo explicamos los detalles de funcionamiento de los mercados de futuros y a plazo. Entraremos en aspectos concretos de los mercados de futuros como la especificación de los contratos, la operativa de garantías, la organización de los mercados institucionalizados, la forma de publicación de las cotizaciones y el tratamiento contable y fiscal de las transacciones. También estudiamos los contratos a plazo y explicamos la diferencia entre la forma de obtención de beneficios con un contrato de futuros y con un contrato a plazo.

2.1. CIERRE DE POSICIONES

Tal como señalábamos en el Capítulo 1, un contrato de futuros es un acuerdo para comprar o vender un activo a un cierto precio en una fecha futura dada. El lector podría sorprenderse al saber que la gran mayoría de los contratos de futuros que se inician nunca concluyen con la entrega de activo alguno. Esto es así porque gran parte de los inversores deciden cerrar sus posiciones antes del período de entrega especificado en el contrato. Hacer o recibir la entrega en los términos del contrato de futuros es a menudo poco conveniente y en algunos casos bastante caro, siendo cierto incluso para un coberturista que desee adquirir o vender el activo subyacente del contrato de futuros. Estos agentes prefieren, por lo general, cerrar la posición de futuros y, acto seguido, comprar o vender de la forma usual.

El cierre de una posición supone realizar una transacción contraria a la original. Por ejemplo, si un inversor compra el día 6 de mayo cuatro contratos de futuros sobre maíz para julio, puede cerrar su posición el 20 de junio vendiendo (tomando una posición corta) cinco contratos de futuros sobre maíz para julio. La ganancia o pérdida total del inversor está determinada por el cambio en el precio del futuro para julio entre el 6 de mayo y el 20 de junio.

A pesar del hecho de que la entrega final es poco usual, emplearemos parte de este capítulo para explicar con cierto detalle las especificaciones precisas de los contratos de futuros y las disposiciones para la entrega. Es necesario entrar en estas cuestiones porque la posibilidad de entrega es lo que enlaza el precio del futuro con el precio al contado (*spot* o *cash*)[1]. Entender en profundidad el procedimiento de entrega es por tanto esencial en una comprensión seria de la relación entre precio al contado y precio del futuro.

2.2 LA ESPECIFICACIÓN DE LOS CONTRATOS DE FUTUROS

Los principales mercados organizados donde se negocian futuros aparecen en una lista al final de este libro. Cuando se introduce un nuevo contrato, el mercado debe especificar con detalle la naturaleza exacta del acuerdo entre las partes: el activo, el tamaño del contrato (es decir, la cantidad del activo a entregar por un contrato) así como dónde y cuándo se realizará la entrega.

En algún caso se especifican diferentes alternativas para el activo a entregar o para el procedimiento de entrega. Como regla general, es la parte vendedora la que decide entre esas alternativas. Cuando la parte en posición corta está preparada para la entrega, rellena una notificación institucional de intenciones de entrega (*notice of intention to deliver*). Esta notificación indicará qué elección se ha realizado con respecto a la calidad del activo a entregar y el lugar de entrega.

El activo

Cuando el activo es una mercancía, pueden darse una gran variedad de calidades disponibles. Se hace por tanto imprescindible que el mercado estipule la calidad o calidades de la mercancía que son aceptables. El 'New York Cotton Exchange' ha especificado que el activo en su contrato de futuros sobre jugo de naranja sea:

> Calidad US Grade A, con un contenido de azúcar (*Brix value*) no inferior a 57 grados, con ratio de azúcar/acidez (*Brix value to acid ratio*) no inferior a 13 y no superior a 19, con factores de color y sabor de 37 puntos o más cada uno, con una puntuación mínima (*minimum score*) de 94.

El 'Chicago Mercantile Exchange' en su contrato de futuros de maderas de longitud aleatoria ha especificado que:

> Cada unidad que se entregue consistirá de un nominal de 2 × 4 s de longitudes aleatorias de 8 pies a 20 pies, grade-stamped Construction and Standard, Standard o mejor o #1 y #2; sin embargo, en ningún caso la cantidad de calidad standard o #2 podrá exceder el 50 por ciento. Cada unidad entregada será manufacturada en California, Idaho, Montana, Nevada, Oregón, Washington, Wyoming, Alberta o British Columbia en Canadá y contendrá madera producida y con sello de garantía (*grade-stamped*) de las variedades coníferas: Abeto alpino (*Abies Alba*), Pícea Englemann, Tsuga (*hem fir*), Pino lodgepole y/o Pícea *spruce pine fir.*

[1] Como se mencionó en el Capítulo 1, el precio al contado (*spot*) es el precio para una entrega casi inmediata.

En el caso de algunas mercancías, se aceptan diferentes calidades en la entrega, ajustando el precio recibido a la calidad escogida. Por ejemplo, en el contrato de futuros de maíz del 'Chicago Board of Trade' la calidad standard es «N.º 2 Yellow», aunque se permiten sustituciones conforme a diferenciales establecidos por el mercado.

Los activos financieros en contratos de futuros, por lo general, están bien definidos y sin ambigüedades. Por ejemplo, no es necesario especificar la calidad de un yen japonés. Sin embargo, hay algunas características interesantes en los contratos de futuros negociados en el 'Chicago Board of Trade' para obligaciones y bonos del Tesoro (*Treasury bonds and Treasury notes*). El activo subyacente en el contrato de futuros para el *treasury bond* es cualquier *treasury bond* de largo plazo con vencimiento superior a 15 años, sin posibilidad de amortización anticipada en 15 años. En los contratos de futuros para Letras del Tesoro el activo subyacente es cualquier Letra del Tesoro a de largo plazo con vencimiento no inferior a 6,5 y no superior a 10 años a partir de la fecha de entrega. En ambos casos, el mercado dispone de una fórmula para ajustar el precio recibido conforme al cupón y y la fecha de vencimiento del bono entregado. Este punto se tratará con mayor detalle en el Capítulo 5.

El tamaño del contrato

El tamaño del contrato especifica la cantidad del activo que se debe entregar con un único contrato. Ésta es una decisión importante del mercado. Si el tamaño del contrato es demasiado grande, muchos inversores a quienes podría interesarles realizar coberturas de inversiones modestas o que desearían realizar operaciones especulativas relativamente pequeñas, no podrán utilizar el mercado organizado. Por otro lado, si el tamaño del contrato es demasiado pequeño, la negociación puede ser cara, dado que hay un coste fijo asociado a cada contrato que se negocia.

El tamaño correcto para el contrato depende de quién sea su usuario más probable. Mientras que el valor de la entrega en contratos de futuros para productos agrícolas puede estar entre 10.000 y 20.000 dólares, para futuros financieros puede ser mucho mayor. Por ejemplo, en contratos de futuros sobre bonos del Tesoro en el 'Chicago Board of Trade', se entregan instrumentos con valor nominal de 100.000 dólares.

En algunos casos los mercados organizados han introducido contratos «mini» para atraer a los pequeños inversores. Por ejemplo, el contrato Mini Nasdaq 100 del CME es sobre 20 veces el índice Nasdaq mientras que el contrato normal es sobre 100 veces el índice.

Disposiciones para la entrega

El lugar donde debe se realice la entrega debe especificarse institucionalmente. Esto es de especial importancia en mercancías para las que pueden darse costos de transporte significativos. En el caso de los contratos de futuros para maderas de longitud aleatoria del 'Chicago Mercantile Exchange', el lugar de entrega se especifica como:

> *On track* y puede ser medida en unidades de, o bien, *box cars* de doble puerta, sin coste adicional para el comprador, cada unidad será *individually paper-wrappped* y cargada en *flat cars*. Para *delivery of hem-fir* en California, Idaho, Montana, Nevada, Oregón y Washington así como la provincia de British Columbia.

Cuando se especifican lugares alternativos para la entrega, el precio recibido por la parte contratante en posición corta se ajusta en ocasiones al lugar elegido por esa parte. Por ejem-

plo, en el caso del contrato de futuros para maíz negociado por el 'Chicago Board of Trade', la entrega puede realizarse en Chicago, Burns Habor, Toledo o St. Louis. Sin embargo, las entregas en Toledo y St. Louis se realizan con un descuento de 4 centavos por bushel sobre el precio con entrega en Chicago.

Meses de entrega

Un contrato de futuros está referido a su fecha de entrega. El mercado debe especificar el período preciso del mes en el cual puede realizarse la entrega. Para muchos contratos de futuros el período de entrega es todo el mes.

Los meses de entrega varían de contrato a contrato y son seleccionados institucionalmente para satisfacer las necesidades de los participantes. Por ejemplo, los contratos de futuros sobre divisas del 'Chicago Mercantile Exchange' tienen como meses de entrega marzo, junio, septiembre y diciembre, el contrato de futuros sobre maíz negociado en el 'Chicago Board of Trade' tiene como meses de entrega enero, marzo, mayo, julio septiembre, noviembre y diciembre. En cualquier momento los contratos son negociados para el mes de entrega más cercano y algunos de los siguientes meses de entrega. El mercado especifica cuándo se inicia la negociación para un mes determinado. El mercado también determina cuál es el último día de negociación para un mes determinado. La negociación suele cesar pocos días antes del último día en el que puede realizarse la entrega.

Cotizaciones

Los precios de futuros se publican de forma práctica y fácil de entender. Por ejemplo, el precio del futuro del petróleo (crudo) en el 'New York Mercantile Exchange' se publica en dólares por barril aproximando dos decimales (es decir, al centavo más cercano). Los precios de contratos de futuros sobre bonos y Letras del Tesoro se publican en dólares y treintaidosavos de dólar. El cambio mínimo de precio que puede ocurrir en la negociación consistente con la forma en que el precio se publica. Para los futuros del petróleo es 0,01 dólares (o un centavo por barril) y un treintaidosavo de dólar para los futuros sobre bonos y Letras del Tesoro.

Límites en los movimientos diarios de precios

Para la mayoría de los contratos, los límites en movimientos diarios de precios son especificados por el mercado. Si el precio cae en un valor igual a la variación límite diaria, se dice que el contrato está en el límite inferior (*limit down*). Si se incrementa el valor del límite se dice que el contrato está en el límite superior (*limit up*). Un movimiento límite (*limit move*) es un incremento o descenso igual a la variación límite de precio. Normalmente, la contratación del día se para una vez el contrato está en el límite inferior o superior. Sin embargo, en algunos casos el mercado tiene autoridad para tomar medidas y cambiar los límites.

El propósito de los límites diarios de precios es prevenir grandes movimientos de precios originados en excesos especulativos. Sin embargo, pueden ser una barrera artificial a la negociación cuando el precio del subyacente está avanzando o declinando rápidamente. Si los precios límite son, en términos generales, positivos o no para los mercados de futuros esto es origen de controversia.

Posiciones límite

Las posiciones límite son el máximo número de contratos que un especulador puede mantener en cartera. Por ejemplo, en el contrato de futuros para madera de longitud aleatoria del

'Chicago Mercantile Exchange' la posición límite es de 1.000 contratos con 300 o menos para cada mes de entrega. A los coberturistas que actúan de buena fe no les afectan las posiciones límite. El propósito de los límites es prevenir una influencia indebida de los especuladores sobre los precios y la contratación.

2.3. CONVERGENCIA DE LOS PRECIOS DE FUTUROS HACIA LOS PRECIOS AL CONTADO *(SPOT)*

Cuando se acerca el mes de entrega de un contrato de futuros, el precio del futuro converge hacia el precio al contado del activo subyacente. Al llegar el período de entrega el precio del futuro se hace igual o va a estar muy cerca del precio al contado.

Para mostrar las razones de estas relaciones supongamos primero que el precio del futuro esté por encima del precio de contado durante el período de entrega. Esto daría lugar a una clara oportunidad de arbitraje:

1. Venta de un contrato de futuros.
2. Compra del activo.
3. Entrega del activo.

Esta serie de operaciones producirá un beneficio cierto igual a la diferencia entre el precio del futuro y el precio al contado. A medida que los operadores exploten esta oportunidad de arbitraje, el precio del futuro caerá. Supongamos ahora que el precio del futuro esté por debajo del precio al contado en el período de entrega. Las empresas interesadas en adquirir el activo comprarán el contrato de futuros y esperarán la entrega. En la medida en que eso ocurra, el precio del futuro tenderá a subir.

El resultado final será que el precio del futuro va a estar muy cerca del precio al contado durante el período de entrega. La Figura 2.1 ilustra la convergencia del precio del futuro hacia

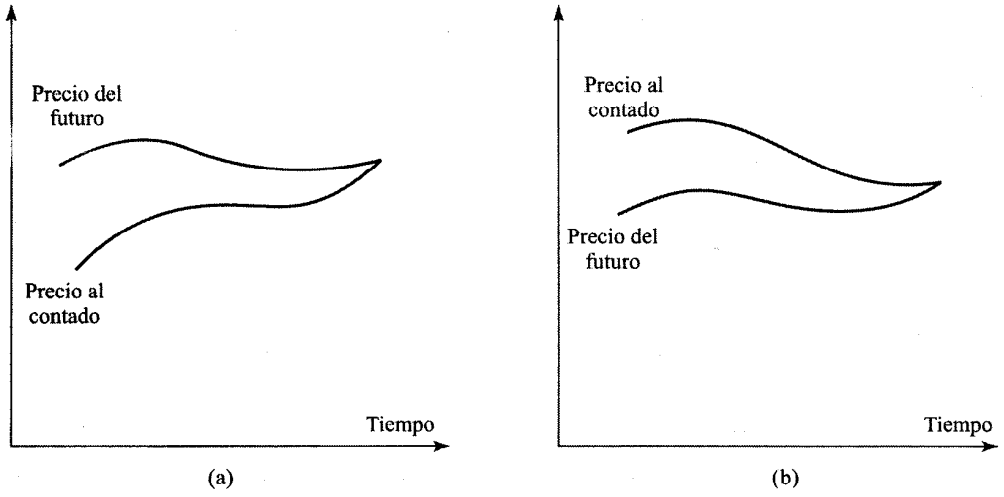


Figura 2.1. Relación entre el precio del futuro y el precio al contado a medida que se aproxima el mes de la entrega: (a) precio del futuro por encima del precio al contado, (b) precio del futuro por debajo del precio al contado.

el precio al contado. En la Figura 2.1a el precio del futuro está por encima del precio al contado antes del mes de entrega. En la Figura 2.1b el precio del futuro está por debajo del precio al contado también antes del mes de entrega. Las circunstancias bajo las cuales pueden observarse estas dos situaciones se discutirán más adelante en este capítulo y en el Capítulo 3.

2.4. LA OPERATIVA DE LAS GARANTÍAS (*MARGINS*)

Se crea un evidente riesgo si dos inversores se ponen directamente en contacto y llegan a un acuerdo de compra-venta futura de un activo a cierto precio. Uno de los inversores puede arrepentirse del acuerdo e intentar echarse atrás. Por otro lado podría ser que el comprador simplemente no dispusiera de recursos financieros para responder al contrato privado.

Uno de los papeles clave del mercado organizado es gestionar las transacciones de forma que los contratos incumplidos sean los mínimos posibles. Aquí es donde entran los depósitos de garantía (*margins*).

Ajuste al mercado (*marking-to-market*)

Para ilustrar cómo funcionan los garantías, considere un inversor que contacta con su agente el jueves 5 de junio para la compra de dos contratos de futuros sobre oro para diciembre en el 'New York Commodity Exchange' (COMEX). Suponemos que el precio actual de futuros es de 400 dólares por onza. Como el tamaño del contrato es por 100 onzas, el inversor habrá contratado un total de 200 onzas a ese precio. El agente exigirá al inversor un depósito de fondos en lo que se denomina cuenta de garantía (*margin account*). La cantidad que debe ser depositada en el momento en que entra el contrato se denomina garantía o depósito de garantía inicial. Supongamos que éste es 2.000 dólares por contrato, 4.000 dólares en total. Al finalizar cada día de negociación, la cuenta de garantía es ajustada para reflejar las ganancias o pérdidas del inversor. A esto se le llama ajuste al mercado (*marking-to-market*).

Suponga, por ejemplo, que antes del final del día 5 de junio el precio del futuro ha caído desde 400 dólares a 397 dólares. El inversor tendrá una pérdida de 200 × 3 dólares o de 600 dólares. Esto ocurre porque las 200 onzas de oro para diciembre, que se contrataron a 400 dólares, ahora sólo pueden ser vendidas por 397 dólares. El saldo en la cuenta de garantía se vería, por tanto, reducido en 600 dólares hasta 3.400 dólares. De forma similar, si el precio del oro para diciembre sube a 403 dólares antes de acabarse el primer día, el saldo en la cuenta de garantía se vería incrementado en 600 dólares hasta 4.600 dólares. La liquidación de pérdidas y ganacias de un contrato se hace por primera vez al cierre del día en que se ha cerrado así como al cierre de los siguientes días.

Debe notarse que la liquidación de pérdidas y ganancias no es resultado de un acuerdo entre agente y cliente. Cuando hay una baja de 600 dólares en el precio del futuro de forma que la cuenta de garantía de un inversor con una posición larga (comprador) se reduce en 600 dólares, el agente del inversor debe pagar al mercado 600 dólares y el mercado traspasará los 600 dólares al agente del inversor con una posición corta (vendedor). De forma similar, cuando hay un incremento en el precio del futuro, los agentes de las partes contratantes en posición corta pagan dinero al mercado y los agentes de las partes en posición larga reciben dinero del mercado. Daremos más adelante más detalles sobre este mecanismo.

El inversor tiene el derecho de retirar de su cuenta de garantía las cantidades que excedan al depósito o saldo inicial. Para asegurar que el saldo de la cuenta de garantía no se hace nega-

tivo se fija un *saldo de mantenimiento* (*maintenance margin*), que es algo inferior al depósito inicial. Si el saldo en la cuenta de garantía cae por debajo del saldo de mantenimiento se le exige al inversor un *depósito o garantía adicional* (*margin call*) y se espera que complete su saldo en la cuenta de garantía al nivel de la garantía inicial al día siguiente. A los fondos extra depositados se les denomina *garantía de variación* (*variation margin*). Si el inversor no provee la garantía de variación, el agente cerrará la posición vendiendo el contrato. En el caso del inversor considerado en primer lugar, el cierre de la posición supondría neutralizar el contrato existente a través de la venta de 200 onzas de oro para su entrega en diciembre.

La Tabla 2.1 ilustra la operativa del saldo de garantía para una posible secuencia de precios de futuros en el caso del inversor considerado previamente. El saldo de mantenimiento se supone en este ejemplo igual a 1.500 dólares por contrato o 3.000 dólares en total. El 13 de junio el saldo en la cuenta de garantía cae 340 dólares bajo el nivel del saldo de manteni-

Tabla 2.1. Funcionamiento de las garantías para una posición larga en dos contratos de futuros sobre oro.

Día	Precios futuros ($)	Ganancia (pérdida) diaria ($)	Ganancia (pérdida) acumulativa ($)	Balance de la cuenta de garantía ($)	Garantía adicional ($)
	400,00			4.000	
5 de junio	397,00	(600)	(600)	3.400	
6 de junio	396,10	(180)	(780)	3.220	
9 de junio	398,20	420	(360)	3.640	
10 de junio	397,10	(220)	(580)	3.420	
11 de junio	396,70	(80)	(660)	3.340	
12 de junio	395,40	(260)	(920)	3.080	
13 de junio	393,30	(420)	(1.340)	2.660	1.340
16 de junio	393,60	60	(1.280)	4.060	
17 de junio	391,80	(360)	(1.640)	3.700	
18 de junio	392,70	180	(1.460)	3.880	
19 de junio	387,00	(1.140)	(2.600)	2.740	1.260
20 de junio	387,00	0	(2.600)	4.000	
23 de junio	388,10	220	(2.380)	4.220	
24 de junio	388,70	120	(2.260)	4.340	
25 de junio	391,00	460	(1.800)	4.800	
26 de junio	392,30	260	(1.540)	5.060	

El margen inicial es de 2.000 dólares por contrato, o 4.000 dólares en total, y el margen de mantenimiento es 1.500 dólares por contrato, o 3.000 dólares en total. El contrato comienza el 5 de junio a 400 dólares y se cierra el 26 de junio a 392,30 dólares. Los números en la segunda columna, excepto el primero y el último, representan precios del futuro al cierre.

miento. Ello supone una reclamación de garantía adicional del agente de un depósito (garantía) adicional de 1.340 dólares. La Tabla 2.1 supone que el inversor debe proveer esta garantía antes del cierre de cotizaciones del 16 de junio. El 19 de junio, el saldo en la cuenta de garantía cayó nuevamente por debajo del nivel del saldo de mantenimiento y se transmitió una nueva reclamación de garantía adicional por valor de 1.260 dólares. El inversor provee esta cantidad antes del cierre del día 20 de junio. El 26 de junio, el inversor decide cerrar la posición a través de la venta de dos contratos. El precio del futuro de ese día es 392,30 dólares y el inversor tiene una pérdida acumulada de 1.540 dólares. Nótese que el inversor tiene *exceso de garantía* (*excess margin*) los días 16, 23, 24 y 25 de junio. La Tabla 2.1 supone que no hay retiradas de fondos.

Detalles adicionales

Muchos agentes permiten al inversor ganar intereses sobre el saldo de su cuenta de garantía. El saldo de la cuenta no representa, por tanto, un costo real, dado que el tipo de interés es competitivo con el que podría ganarse en cualquier otro lugar. Para satisfacer la garantía inicial requerida (no los depósitos adicionales que pudiesen reclamarse), el inversor puede en ocasiones depositarle al agente valores financieros (*securities*). Las Letras del Tesoro (*Treasury bills*) son generalmente aceptadas en lugar de efectivo a aproximadamente un 90 por ciento de su valor nominal. Acciones de empresas también se aceptan en lugar de dinero —aunque a un 50 por ciento de su valor nominal.

El efecto del ajuste al mercado es que el contrato de futuros es liquidado a diario en lugar de a su finalización. Al final del día la ganancia (o pérdida) es añadida (o restada) de la cuenta de garantía. Esto devuelve el valor del contrato de nuevo a cero. El contrato de futuros es, de hecho, cerrado y reescrito a un nuevo precio cada día.

Los niveles mínimos para las garantías inicial y de mantenimiento son decididos por el mercado. Algunos agentes pueden exigir mayores garantías a algunos de sus clientes, pero nunca inferiores a los mínimos que el mercado señala. Los niveles de las garantías se determinan teniendo en cuenta la volatilidad del activo subyacente. Cuanto mayor es esta volatilidad, mayores serán las garantías que el mercado señale. La garantía de mantenimiento es, normalmente, aproximadamente el 75 por ciento de la garantía inicial.

Las garantías exigidas pueden depender de los objetivos del operador. Un operador que posee, de buena fe, realizar una operación de cobertura —por ejemplo una empresa que produce una mercancía sobre la cual se inicia un contrato de futuros— está sujeto frecuentemente a menores garantías que un especulador, dado que se considera que existe un menor riesgo de impago. Las operaciones *intradía* (*day trades*) y las operaciones *sobre diferenciales* (*spread transactions*) generalmente exigen menores garantías que las transacciones para coberturas. Una operación *intradía* es una transacción en la que el operador anuncia a su agente que planea cerrar la posición dentro del mismo día. Una operación *sobre el diferencial* es aquélla en la que el operador toma simultáneamente una posición larga en el contrato correspondiente a un mes y una posición corta en el contrato correspondiente a otro mes.

Nótese que los requerimientos de garantías son los mismos para posiciones cortas que para posiciones largas en futuros. El mercado al contado no presenta esta simetría. Tomar una posición larga en el mercado al contado implica la compra del activo sin mayor problema. Tomar una posición corta implica la venta de un activo que podría no poseerse. Ésta es una transacción más compleja que podría ser o no posible en un determinado mercado. Discutiremos este punto más adelante en el próximo capítulo.

La Cámara de Compensación y los *clearing margins*

La Cámara de Compensación del mercado (*Exchange Clearinghouse*) es un departamento del mercado organizado que actúa como intermediario o mediador en transacciones de futuros, garantizando la actuación de las partes en cada transacción. La Cámara de Compensación tiene un cierto número de miembros. Los agentes que no son miembros de la Cámara de Compensación deben canalizar sus operaciones a través de un miembro de ésta. La función principal de la Cámara de Compensación es la de realizar un seguimiento de todas las transacciones que han tenido lugar durante el día, así se puede calcular la posición neta de cada uno de sus miembros.

Tan pronto como un inversor esté obligado a mantener una cuenta de garantía con su agente, un miembro de la Cámara de Compensación deberá mantenerla también con ésta última. Es lo que se conoce como el *clearing margin*. Al finalizar cada día de mercado se realiza un ajuste de los beneficios y pérdidas, tanto en las cuentas de garantía de los miembros de la Cámara de Compensación como en las cuentas de los inversores. No obstante, en el caso de los miembros de la Cámara de Compensación, hay una garantía inicial pero no una garantía de mantenimiento. Cada día debe mantenerse el equilibrio de la cuenta para cada contrato en una cantidad igual a la del margen inicial multiplicada por el número de contratos abiertos. Por lo tanto, dependiendo de las transacciones realizadas durante el día y de los movimientos del precio, el miembro de la Cámara de Compensación al final del día debe añadir o retirar fondos de la cuenta de garantía. Los agentes que no son miembros de la Cámara de Compensación deben mantener una cuenta de garantía con un miembro de la cámara.

Al determinar los *clearing margins*, la Cámara de Compensación calcula el número de contratos pendientes basándose en el bruto y en el neto. Desde el punto de vista bruto (*gross basis*) simplemente se suma el total de todas las posiciones largas que afectan a los clientes al total de las posiciones cortas que afectan a los clientes. Mientras que el neto (*net basis*) permite que éstas sean compensadas en detrimento de otras. Supongamos que un miembro de la Cámara de Compensación tiene dos clientes, uno con una posición larga en 20 contratos, el otro con una posición corta de 15 contratos. La garantía bruta (*gross margining*) calcularía el *clearing margin* basándose en 35 contratos; la garantía neta (*net margining*) se calcularía basándose en cinco contratos. La mayoría de los mercados utilizan la garantía neta.

Debemos subrayar que el propósito del sistema de garantías es el de reducir la posibilidad de que los participantes en el mercado obtengan pérdidas debidas a impagos. En conjunto, el sistema de garantías ha tenido mucho éxito y las pérdidas producidas por los impagos de contratos en los principales mercados organizados han sido casi inexistentes.

2.5. LECTURA DE COTIZACIONES EN LA PRENSA DIARIA

Muchos periódicos publican las cotizaciones de los mercados de futuros. En el *The Wall Street Journal* las cotizaciones de futuros se encuentran en la sección de *Money and Investing*. La Tabla 2.2 muestra las cotizaciones de mercaderías (*commodities*) tal y como aparecen en el *The Wall Street Journal* del viernes 16 de marzo del 2001. Las cotizaciones hacen referencia a las ventas que tuvieron lugar el día anterior (es decir, el jueves 15 de mayo del 2001). Las cotizaciones para futuros sobre índices y divisas aparecen en el Capítulo 3 y las cotizaciones para los futuros sobre tipos de interés en el Capítulo 5.

El activo subyacente del contrato de futuros, el mercado donde se negocia, el tamaño del contrato, y cómo se cotiza el precio se muestran al inicio de cada sección en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Cotizaciones de futuros sobre de mercaderías en *The Wall Street Journal* del 16 de marzo de 2001.

FUTURES PRICES

Thursday, March 15, 2001

Open Interest Reflects Previous Trading Day.

GRAINS AND OILSEEDS

	OPEN	HIGH	LOW	SETTLE	CHANGE	LIFETIME HIGH	LIFETIME LOW	OPEN INT.
Corn (CBT) 5,000 bu.; cents per bu.								
May	217½	217¾	210½	210¾	– 7	282½	206½	186,129
July	225¼	225½	218¼	218¾	– 6¾	287½	213¼	109,750
Sept	233½	233½	226½	226¾	– 7	276½	219¾	29,131
Dec	244½	244¾	237¼	237¾	– 7	275	229¼	86,793
Mr02	253¾	253¾	246¾	247	– 6¾	270	246¾	10,285
May	258	259	253½	254	– 6¼	266½	253½	2,165
July	263¼	263¾	257	257¼	– 7	279½	242	2,621
Dec	263½	264	257½	258½	– 6	272	245	3,686
Est vol 103,000; vol Wed 60,060; open int 431,377, +1,845.								
Oats (CBT) 5,000 bu.; cents per bu.								
May	108¾	109	105	106	– 3¼	140½	104¼	9,145
July	112½	113	109¼	110½	– 2½	131¾	109¼	3,936
Sept	113½	115	112½	113¼	– 2¼	136½	112½	693
Dec	121¼	122	118	119¼	– 2¾	140½	118	1,838
Est vol 1,607; vol Wed 1,000; open int 15,690, +99.								
Soybeans (CBT) 5,000 bu.; cents per bu.								
May	444	447¼	438	445½	+ 1½	604	438	71,060
July	451½	454	444	451¾	+ ½	609	444	42,238
Aug	451	454	444	450	– 1	549	444	5,244
Sept	449½	451	441½	447½	– 1¼	549	441½	4,018
Nov	453¾	455¾	446	451½	– 2¼	605	446	22,257
Ja02	463½	464½	455	460	– 2½	537½	455	1,284
Mar	472	473	464½	468½	– 3	546	464½	682
July	486½	487	479	484	– 1	521	479	184
Est vol 52,000; vol Wed 58,491; open int 147,411, –1,855.								
Soybean Meal (CBT) 100 tons; $ per ton.								
May	149.90	152.00	149.50	151.90	+ 2.00	189.50	149.50	42,273
July	149.50	151.00	148.90	150.90	+ 1.50	190.00	148.90	24,434
Aug	149.40	149.70	148.10	149.60	+ 1.00	190.40	148.10	8,937
Sept	148.00	148.50	147.10	148.30	+ .70	182.80	147.10	6,311
Oct	147.90	148.00	146.30	147.30	+ .40	181.00	146.30	4,829
Dec	148.20	148.50	146.50	147.40		180.00	146.50	13,704
Ja02	148.50	149.30	147.00	147.70	+ .20	166.50	147.00	1,305
Mar	149.50	150.00	149.00	149.60	+ .10	166.50	149.00	540
Est vol 16,500; vol Wed 29,151; open int 102,761, +492.								
Soybean Oil (CBT) 60,000 lbs.; cents per lb.								
May	16.20	16.33	15.81	16.08	– .11	20.68	14.72	55,792
July	16.55	16.69	16.15	16.43	– .12	20.95	15.11	34,729
Aug	16.74	16.85	16.34	16.56	– .13	20.98	15.30	8,309
Sept	16.99	16.99	16.50	16.72	– .13	21.15	15.46	4,803
Oct	17.08	17.15	16.70	16.91	– .17	20.35	15.68	5,260
Dec	17.33	17.47	16.95	17.27	– .11	21.25	16.00	11,627
Ja02	17.72	17.72	17.20	17.43	– .12	17.88	16.25	2,151
Mar	18.03	18.03	17.50	17.70	– .15	18.10	16.58	1,109
May	....	....	....	18.00	– .05	17.45	17.30	183
Est vol 21,000; vol Wed 29,106; open int 124,025, –384.								
Wheat (CBT) 5,000 bu.; cents per bu.								
May	284¾	285	271½	273¾	– 10	326	268	70,515
July	294¾	295¼	282½	284¾	– 9½	350	279¼	47,305
Sept	305	305	292½	295	– 9	325	285	5,420
Dec	318½	318½	307	309½	– 9	343	253	9,840
Mr02	329	329	318½	320	– 9	348	316	1,416
July	334	334	325	327	– 7	355	320	960
Dec	347	347	338	340	– 8	365	331	294
Est vol 37,000; vol Wed 27,019; open int 135,866, +2,686.								
Wheat (KC) 5,000 bu.; cents per bu.								
Mar	....	....	....	314	– 7	349	301	372
May	329¾	330¼	318½	320¼	– 9	352½	310	31,260
July	339½	340¼	328¾	330¼	– 9	359	317	31,275
Sept	349	349	338½	340	– 9	365½	328½	2,798
Dec	360	360	341	351½	– 8½	375	339½	3,154
Mr02	369	369	360	361	– 9	383	353	565
Est vol 8,418; vol Wed 7,384; open int 69,478, –669.								
Wheat (MPLS) 5,000 bu.; cents per bu.								
Mar	....	....	....	330	– 1	375½	299	7
May	335	335½	325	328	– 6½	379	319¾	14,278
July	342¾	343	332½	335¾	– 6½	381	327	10,508
Sept	350½	350¾	341	343	– 6¾	391	335½	1,720
Dec	361	361	352½	354½	– 6	389	348	560
Mr02	368	368	362½	363½	– 6	387	356	147
Est vol 5,181; vol Wed 5,117; open int 27,259, +278.								
Canola (WPG)-20 metric tons; Can. $ per ton								
Mar	....	....	....	285.00	+ 2.50	305.50	257.00	1,050
May	282.60	284.00	280.20	283.90	+ 2.30	305.50	259.20	38,896
July	284.00	284.80	281.30	284.70	+ 1.20	290.80	263.20	23,746
Aug	....	....	....	284.00	– 0.50	292.00	271.00	63
Sept				285.50	+ 0.00	288.00	268.00	1,207
Nov	287.00	287.60	284.30	287.30	+ 1.10	299.00	271.10	22,434
Ja02	....	....	....	289.50	+ 0.90	290.80	277.00	457
Est vol na; vol Wed 20,671; open int 87,853, –47.								
Wheat (WPG)-20 metric tons; Can. $ per ton								
Mar	....	....	....	145.00	+ 0.00	157.50	134.50	55
May	145.60	145.60	142.50	142.60	– 3.30	159.00	137.50	4,976
July	148.00	148.00	144.50	144.80	– 3.20	155.00	140.50	3,263
Oct	122.30	122.30	119.50	119.80	– 2.80	123.50	118.10	1,524
Dec	....	....	....	122.80	– 2.80	127.00	121.60	1,234
Est vol na; vol Wed 215; open int 11,052, –133.								
Barley-Western (WPG)-20 metric tons; Can. $ per ton								
Mar	....	....	....	130.00	+ 0.00	136.40	117.80	0
May	129.80	129.80	128.10	128.10	– 1.60	137.50	120.30	7,242
July	130.50	130.60	129.20	129.20	– 1.50	137.90	123.90	5,160
Oct	131.50	131.50	131.10	131.10	– 0.60	137.90	129.00	6,035
Dec	133.50	133.50	133.50	133.50	– 0.20	138.00	131.40	1,023
Est vol na; vol Wed 586; open int 19,460, +76.								

LIVESTOCK AND MEAT

Cattle-Feeder (CME) 50,000 lbs.; cents per lb.								
Mar	85.75	85.80	85.40	85.45	– .40	91.30	84.80	2,994
Apr	86.35	86.52	85.90	85.95	– .52	90.80	85.00	4,588
May	86.40	86.65	86.05	86.07	– .57	89.90	85.05	5,168
Aug	87.75	87.85	87.50	87.55	– .25	89.90	86.00	4,552
Sept	87.35	87.50	87.15	87.35	– .10	89.47	86.05	480
Oct	87.25	87.50	87.17	87.35	– .10	89.47	86.05	541
Nov	87.90	87.90	87.55	87.85	– .20	89.87	86.40	722
Est vol 1,958; vol Wed 3,932; open int 19,186, –405.								
Cattle-Live (CME) 40,000 lbs.; cents per lb.								
Apr	78.25	78.57	77.85	77.97	– .72	81.82	72.17	55,037
June	72.80	73.07	72.40	72.52	– .40	75.75	69.72	30,131
Aug	72.25	72.35	71.95	72.05	– .32	75.00	69.97	23,313
Oct	74.50	74.60	74.15	74.17	– .37	76.50	72.00	15,508
Dec	75.52	75.55	75.20	75.22	– .35	77.20	73.30	6,268
Est vol 21,158; vol Wed 26,579; open int 131,996, –4,182.								
Hogs-Lean (CME) 40,000 lbs.; cents per lb.								
Apr	65.05	66.15	64.70	65.67	+ .85	66.15	48.65	22,330
June	70.90	71.45	70.35	70.92	+ .27	71.45	55.20	14,656
July	67.00	67.50	66.45	67.22	+ .07	67.50	54.77	3,892
Aug	63.30	63.87	62.65	63.00	– .10	63.87	53.20	3,896
Oct	54.90	55.50	54.90	55.22	+ .17	55.50	46.40	3,407
Dec	52.90	53.05	52.00	52.55	+ .37	53.05	44.80	2,142
Est vol 13,808; vol Wed 9,757; open int 50,573, +436.								
Pork Bellies (CME) 40,000 lbs.; cents per lb.								
Mar	84.70	87.25	84.70	87.25	+ 3.00	87.25	58.00	281
May	86.00	88.52	85.55	88.50	+ 2.97	88.52	60.20	2,222
July	86.40	88.85	86.05	88.85	+ 3.00	88.85	60.10	304
Est vol 1,285; vol Wed 777; open int 2,915, –72.								

FOOD AND FIBER

Cocoa (NYBOT)-10 metric tons; $ per ton.								
Mar	1,038	1,040	1,000	998	– 38	1,362	707	22
May	1,021	1,033	1,004	1,015	– 25	1,222	727	30,318
July	1,030	1,036	1,018	1,028	– 24	1,245	753	21,574
Sept	1,043	1,047	1,032	1,040	– 24	1,246	776	12,674
Dec	1,053	1,059	1,048	1,056	– 23	1,237	805	14,910
Mr02	1,068	1,070	1,063	1,074	– 22	1,257	835	8,455
May	....	....	....	1,088	– 22	1,267	850	6,267
July	....	....	....	1,100	– 22	1,242	875	5,515
Sept	....	....	....	1,115	– 22	1,186	907	7,553
Dec	....	....	....	1,135	– 22	1,264	936	7,604
Est vol 9,125; vol Wed 5,515; open int 114,912, –696.								
Coffee (NYBOT)-37,500 lbs.; cents per lb.								
Mar	60.10	60.30	59.50	59.10	– 1.90	153.85	59.25	98
May	61.25	62.25	60.90	61.00	– 2.00	127.00	60.90	30,868
July	64.75	65.20	63.90	63.95	– 1.85	127.00	63.90	12,405
Sept	67.50	67.75	66.65	66.60	– 1.80	127.00	66.65	6,757
Dec	70.75	71.20	69.90	70.00	– 1.60	127.00	69.90	4,480
Mr02	74.25	74.90	74.05	73.50	– 1.50	107.00	74.05	2,576
May	77.00	77.00	77.00	76.35	– 1.35	87.00	77.00	188
July	79.75	79.75	79.75	79.20	– 1.20	84.00	79.75	332
Est vol 10,308; vol Wed 7,229; open int 57,704, +233.								
Sugar-World (NYBOT)-112,000 lbs.; cents per lb.								
May	8.79	8.97	8.74	8.92	+ .19	10.68	6.10	81,574
July	8.35	8.45	8.26	8.42	+ .14	10.12	6.21	33,186

(*continúa en la página siguiente*)

Tabla 2.2. (*Continuación*).

Oct	8.10	8.17	8.01	8.15	+	.13	9.88	6.27	24,806
Mr02	7.90	7.97	7.82	7.94	+	.11	9.75	6.90	10,106
May	7.76	7.80	7.74	7.82	+	.12	9.64	7.60	2,856
July	7.70	7.70	7.70	7.74	+	.11	9.60	7.62	2,970
Oct	7.70	7.70	7.70	7.73	+	.11	8.50	7.63	2,471

Est vol 21,050; vol Wed 20,306; open int 157,969, +2,812.

Sugar-Domestic (NYBOT)-112,000 lbs.; cents per lb.

May	21.28	21.31	21.28	21.29		....	21.65	18.00	1,265
July	21.45	21.45	21.45	21.45	–	.02	21.80	18.39	3,555
Sept	21.53	21.54	21.50	21.50	–	.04	21.99	18.69	1,529
Nov	20.86	20.86	20.86	20.86		....	21.15	18.65	1,130
Ja02	20.70	20.70	20.70	20.70		....	21.25	18.00	414
Mar	20.82	20.82	20.82	20.82	–	.03	21.23	19.01	424
May	20.92	20.92	20.92	20.92	–	.01	21.20	20.75	157
July	21.05	21.05	21.05	21.05	+	.03	21.25	20.90	237

Est vol 178; vol Wed 1,495; open int 8,711, –785.

Cotton (NYBOT)-50,000 lbs.; cents per lb.

May	53.01	53.05	49.93	50.09	–	2.56	70.50	49.93	35,505
July	53.90	54.05	51.05	51.30	–	2.28	71.10	51.05	14,542
Oct	54.20	54.20	52.79	52.77	–	.88	67.20	52.79	1,117
Dec	54.30	54.40	52.90	53.13	–	.92	67.70	52.90	15,372
Mr02	55.55	55.55	54.60	54.50	–	.85	67.10	54.60	1,628
May	55.50	55.50	54.90	54.95	–	.90	68.50	54.90	1,251
July	56.40	56.40	55.95	55.90	–	.85	68.50	55.95	1,072
Oct	....	....	....	55.15	–	1.10	65.50	59.00	120
Dec	55.75	55.75	55.75	55.15	–	1.05	64.75	55.75	294

Est vol 15,000; vol Wed 7,514; open int 70,901, –39.

Orange Juice (NYBOT)-15,000 lbs.; cents per lb.

May	74.75	75.10	74.50	74.70	–	.40	92.15	74.40	19,984
July	78.70	78.90	78.35	78.45	–	.45	94.00	78.00	4,383
Sept	81.70	81.90	81.70	81.70	–	.40	95.85	80.00	1,356
Nov	84.70	85.10	84.70	84.75	–	.35	98.35	80.00	2,350
Ja02	....	....	....	87.75	–	.35	97.00	80.20	116

Est vol 750; vol Wed 1,398; open int 28,196, –194.

METALS AND PETROLEUM

Copper-High (Cmx.Div.NYM)-25,000 lbs.; cents per lb.

Mar	80.50	80.70	80.25	80.25	–	0.15	93.90	70.20	2,989
Apr	80.80	80.85	80.50	80.60	–	0.20	93.40	70.65	3,780
May	81.40	81.50	80.75	81.05	–	0.25	93.50	78.35	35,371
June	81.40	81.50	81.40	81.30	–	0.25	93.00	80.40	1,697
July	81.60	82.05	81.40	81.55	–	0.25	93.20	78.60	10,277
Aug	81.95	82.05	81.95	81.70	–	0.25	92.50	80.90	1,173
Sept	82.20	82.40	82.10	81.90	–	0.25	93.00	79.75	3,612
Oct	....	....	....	81.95	–	0.25	92.40	81.00	1,157
Nov	....	....	....	82.05	–	0.25	91.75	81.00	958
Dec	82.10	82.10	82.10	82.15	–	0.25	92.00	79.20	5,425
Ja02	....	....	....	82.15	–	0.25	90.80	81.30	505
Feb	....	....	....	82.15	–	0.25	90.00	81.40	291
Mar	82.40	82.40	82.40	82.15	–	0.25	91.00	79.35	1,030
Apr	....	....	....	82.15	–	0.25	89.70	81.55	237
May	....	....	....	82.10	–	0.25	89.60	81.55	491
June	....	....	....	82.05	–	0.25	89.50	81.35	346
July	....	....	....	82.05	–	0.25	88.90	81.80	524

Est vol 8,000; vol Wed 11,151; open int 71,461, +1,582.

Gold (Cmx.Div.NYM)-100 troy oz.; $ per troy oz.

Mar	....	....	....	260.00	–	2.50	274.50	257.50	8
Apr	262.80	263.60	259.50	260.30	–	2.60	305.00	255.10	64,242
June	264.90	265.70	261.30	262.30	–	2.60	447.00	258.20	27,409
Aug	266.00	266.00	263.80	263.80	–	2.70	322.00	259.50	5,532
Oct	266.00	266.50	265.50	265.10	–	2.80	284.80	262.00	1,733
Dec	269.50	269.50	267.00	266.40	–	2.90	429.50	264.10	6,560
Ju02	272.00	272.00	272.00	270.20	–	3.10	385.00	269.30	4,357
Dec	276.10	276.10	276.10	274.20	–	3.40	358.00	276.10	2,097
Ju03	....	....	....	278.70	–	3.50	338.00	281.50	1,032
Dec	285.00	285.00	285.00	283.30	–	3.70	359.30	285.00	1,608
Ju04	....	....	....	288.10	–	3.90	355.00	290.30	1,470
Dec	....	....	....	292.90	–	4.10	388.00	309.00	1,424

Est vol 42,000; vol Wed 42,653; open int 123,480, –3,341.

Platinum (NYM)-50 troy oz.; $ per troy oz.

Apr	582.10	585.00	578.00	580.40	–	4.20	641.00	550.50	5,592
July	580.00	580.00	575.00	575.90	–	4.20	630.00	567.00	1,667

Est vol 779; vol Wed 498; open int 7,261, –114.

Silver (Cmx.Div.NYM)-5,000 troy oz.; cnts per troy oz.

Mar	439.5	442.5	432.0	432.5	–	10.3	552.0	432.0	124
May	447.0	447.0	434.0	435.3	–	10.5	537.0	434.0	49,630
July	448.5	448.5	438.0	439.2	–	10.5	574.0	438.0	9,286
Dec	456.0	456.0	447.0	447.0	–	10.5	680.0	447.0	5,592
Jl02	465.0	465.0	465.0	456.7	–	10.3	559.0	465.0	511
Dec	470.0	472.0	470.0	463.9	–	10.3	613.0	464.0	1,966
Dc03	485.0	485.0	485.0	474.3	–	10.3	565.0	485.0	549
Dc04	....	....	....	482.9	–	10.3	560.0	496.5	741

Est vol 11,000; vol Wed 5,249; open int 73,524, +486.

Crude Oil, Light Sweet (NYM) 1,000 bbls.; $ per bbl.

Apr	26.46	26.72	26.12	26.55	+	0.14	34.40	15.80	61,543
May	26.64	26.93	26.35	26.82	+	0.20	33.50	15.80	104,734
June	26.90	27.10	26.53	26.97	+	0.20	33.75	14.56	49,218
July	26.80	27.05	26.57	27.01	+	0.26	32.20	19.05	26,115
Aug	26.70	26.90	26.54	26.90	+	0.31	31.60	18.40	17,290
Sept	26.59	26.70	26.36	26.74	+	0.35	31.00	17.96	15,444
Oct	26.25	26.42	26.25	26.55	+	0.36	30.40	19.80	11,523
Nov	26.05	26.20	26.00	26.34	+	0.38	30.10	18.20	14,590
Dec	26.00	26.10	25.70	26.12	+	0.40	30.50	14.90	35,959
Ja02	25.55	25.80	25.50	25.90	+	0.42	29.00	18.90	12,365
Feb	25.31	25.60	25.31	25.68	+	0.44	28.15	19.94	6,208
Mar	25.10	25.40	25.10	25.46	+	0.46	27.90	18.45	4,247
Apr	24.98	25.15	24.98	25.22	+	0.47	27.50	20.95	2,950
May	24.93	24.93	24.93	24.98	+	0.48	27.35	20.84	3,021
June	24.40	24.60	24.40	24.74	+	0.49	27.25	17.35	21,331
July	....	....	....	24.54	+	0.51	25.98	19.85	1,997
Aug	24.20	24.20	24.20	24.34	+	0.53	26.77	20.53	1,118
Sept	....	....	....	24.14	+	0.55	24.59	20.43	5,662
Oct	....	....	....	23.94	+	0.57	26.36	22.88	1,254
Nov	....	....	....	23.74	+	0.59	25.50	22.77	1,011
Dec	23.25	23.35	23.15	23.53	+	0.59	26.95	15.50	19,402
Ja03	....	....	....	23.36	+	0.59	25.75	22.56	2,155
Feb	....	....	....	23.20	+	0.59	24.03	22.70	467
Mar	....	....	....	23.05	+	0.59	23.85	21.90	855
June	22.60	22.60	22.60	22.69	+	0.59	25.05	19.82	8,075
Sept	....	....	....	22.45	+	0.62	0.00	0.00	200
Dec	....	....	....	22.29	+	0.64	24.44	15.92	11,882
Dc04	....	....	....	21.94	+	0.64	24.00	16.35	5,814
Dc05	....	....	....	21.59	+	0.65	23.00	17.00	5,054
Dc06	....	....	....	21.30	+	0.66	22.55	19.10	1,052

Est vol 198,048; vol Wed 219,388; open int 452,586, +12,550.

Heating Oil No. 2 (NYM) 42,000 gal; $ per gal.

Apr	.7040	.7100	.6980	.7065	+	.0026	.9496	.5140	35,815
May	.6837	.6920	.6780	.6887	+	.0038	.8900	.5075	18,721
June	.6835	.6905	.6770	.6872	+	.0043	.8625	.5590	9,423
July	.6850	.6950	.6830	.6912	+	.0048	.8430	.5800	6,273
Aug	.6880	.7005	.6880	.6967	+	.0053	.8430	.5740	12,578
Sept	.7020	.7090	.6980	.7047	+	.0063	.8430	.5850	5,809
Oct	.7080	.7185	.7080	.7122	+	.0068	.8030	.5920	3,076
Nov	.7120	.7230	.7120	.7197	+	.0078	.8425	.6325	2,751
Dec	.7200	.7300	.7175	.7257	+	.0083	.8426	.6400	12,958
Ja02	.7210	.7320	.7200	.7267	+	.0088	.8170	.6800	2,709
Feb	.7150	.7270	.7135	.7197	+	.0093	.8075	.6865	2,023
Mar	.6950	.7075	.6940	.6997	+	.0088	.7875	.6660	5,946
Apr	.6794	.6860	.6760	.6802	+	.0093	.7525	.6525	897
May	.6594	.6680	.6580	.6612	+	.0103	.7070	.6500	751
June	.6479	.6480	.6479	.6507	+	.0113	.7000	.6385	1,166
July	.6459	.6575	.6459	.6487	+	.0113	.6700	.6459	107
Aug	.6494	.6494	.6494	.6522	+	.0113	.6635	.6494	116

Est vol 42,834; vol Wed 41,457; open int 121,120, +1,283.

Gasoline-NY Unleaded (NYM) 42,000; $per gal.

Apr	.8681	.8700	.8530	.8679	+	.0009	.9959	.6825	33,600
May	.8626	.8640	.8500	.8614	+	.0001	.9884	.7840	33,773
June	.8455	.8540	.8430	.8509	–	.0001	.9745	.7520	16,362
July	.8325	.8375	.8280	.8353	–	.0005	.9300	.7600	10,175
Aug	.8140	.8150	.8060	.8126	–	.0014	.9150	.7460	13,610
Sept	.7780	.7870	.7780	.7839	–	.0021	.8490	.7300	17,026
Oct	.7490	.7490	.7490	.7469	–	.0021	.7950	.6800	1,290
Nov	.7275	.7275	.7275	.7259	–	.0016	.7810	.6880	1,382
Dec	....	....	....	.7149	–	.0001	.7470	.6650	701

Est vol 30,025; vol Wed 32,906; open int 128,002, +2,123.

Natural Gas, (NYM) 10,000 MMBtu.; $ per MMBtu's

Apr	4.900	4.980	4.870	4.927	+	.016	6.940	2.120	38,089
May	4.985	5.010	4.920	4.960	+	.001	6.220	2.119	29,702
June	5.023	5.070	4.975	5.000	–	.009	6.140	2.095	19,122
July	5.100	5.110	5.020	5.043	–	.016	6.140	2.095	15,476
Aug	5.099	5.130	5.040	5.068	–	.021	6.095	2.102	23,166
Sept	5.079	5.100	5.030	5.048	–	.021	6.040	2.137	14,964
Oct	5.089	5.110	5.030	5.058	–	.021	6.050	2.133	27,152
Nov	5.260	5.260	5.180	5.185	–	.019	6.140	2.275	12,521
Dec	5.360	5.360	5.250	5.305	–	.019	6.270	2.415	14,547
Ja02	5.420	5.420	5.320	5.340	–	.019	6.290	2.450	10,928
Feb	5.190	5.190	5.140	5.145	–	.019	6.050	2.440	8,387
Mar	4.880	4.890	4.830	4.852	–	.013	5.730	2.360	19,059
Apr	4.440	4.520	4.440	4.509	–	.009	4.920	2.290	7,175
May	4.320	4.450	4.320	4.422	–	.009	4.775	2.350	11,249
June	4.420	4.460	4.400	4.439	–	.009	4.770	2.345	8,192
July	4.486	4.510	4.440	4.485	–	.011	4.750	2.365	5,707
Aug	4.510	4.520	4.480	4.499	–	.011	4.770	2.412	12,324
Sept	4.482	4.530	4.450	4.481	–	.011	4.770	2.423	6,387
Oct	4.477	4.490	4.457	4.476	–	.011	4.785	2.465	8,080
Nov	4.587	4.587	4.550	4.586	–	.011	4.890	2.610	3,750
Dec	4.693	4.693	4.650	4.692	–	.011	5.010	2.720	6,567

(*continúa en la página siguiente*)

Tabla 2.2. (*Continuación*).

Ja03	4.740	4.740	4.690	4.732	–	.011	5.049	2.730	11,155
Feb	4.610	4.610	4.570	4.601	–	.011	4.874	2.695	6,268
Mar	....	....	....	4.438	–	.011	4.710	2.705	8,237
Apr	....	....	....	4.247	–	.011	4.520	2.610	5,498
May	4.240	4.240	4.240	4.217	–	.011	4.490	2.630	4,043
June	....	....	....	4.246	–	.011	4.400	2.610	2,173
July	....	....	....	4.266	–	.011	4.530	2.550	4,022
Aug	....	....	....	4.304	–	.011	4.535	2.970	4,047
Sept	4.293	4.293	4.293	4.302	–	.011	4.445	3.070	1,440
Oct	4.301	4.301	4.301	4.310	–	.011	4.455	3.480	4,196
Nov	4.423	4.423	4.423	4.432	–	.011	4.673	3.835	1,316
Dec	4.551	4.551	4.550	4.560	–	.011	4.820	3.960	1,413
Ja04	4.590	4.590	4.590	4.600	–	.011	4.880	3.950	2,508
Feb	....	....	....	4.480	–	.011	4.760	4.410	2,060
Mar	4.351	4.351	4.351	4.340	–	.011	4.510	4.351	130
Est vol 50,132; vol Wed 42,996; open int 361,052, +1,212.									
Brent Crude (IPE) 1,000 net bbls.: $ per bbl.									
Apr	24.15	24.54	23.90	24.19	+	0.26	32.88	21.60	19,187
May	25.08	25.22	24.62	25.01	+	0.17	31.95	23.18	61,673
June	25.35	25.47	24.88	25.22	+	0.09	31.50	13.55	50,655
July	25.46	25.52	24.80	25.29	+	0.05	29.95	23.05	22,558
Aug	25.35	25.48	24.79	25.28	+	0.07	30.25	23.10	16,124
Sep	25.28	25.53	24.95	25.19	+	0.10	28.74	18.35	10,891
Oct	25.17	25.17	24.99	25.05	+	0.13	29.15	22.75	3,868
Nov	24.95	25.00	24.60	24.87	+	0.17	27.04	23.15	4,057
Dec	24.80	24.80	24.42	24.67	+	0.19	29.50	13.70	26,483
Ja02	24.28	24.28	24.26	24.44	+	0.21	25.55	22.50	2,617
Feb	24.01	24.01	24.01	24.19	+	0.21	25.21	22.73	1,214
Mar	....	....	....	23.99	+	0.22	25.67	18.00	1,982
Jun	....	....	....	23.37	+	0.40	25.69	17.35	2,120
Dec	22.20	22.20	22.20	22.32	+	0.45	25.58	17.35	8,954
Est vol 105,000; vol Wed 105,000; open int 232,383, +703.									
Gas Oil (IPE) 100 metric tons; $ per ton									
Apr	206.00	212.00	206.50	209.25	–	4.50	284.50	161.00	29,838
May	208.00	211.50	206.25	209.00	–	5.00	270.50	187.50	12,848
June	210.00	212.25	208.00	210.25	–	4.50	269.00	165.00	11,724
July	211.50	213.00	210.50	211.50	–	4.75	254.50	206.00	5,432
Aug	213.75	213.75	211.75	212.75	–	4.25	248.25	206.75	3,079
Sep	214.50	214.75	213.00	214.00	–	3.75	244.75	164.00	3,097
Oct	215.00	216.25	213.50	215.25	–	3.25	261.50	168.00	2,238
Nov	....	....	....	216.00	–	3.00	244.00	214.00	2,180
Dec	215.00	217.50	214.50	216.50	–	2.75	240.00	213.25	8,956
Ja02	217.25	217.25	216.75	216.50	–	2.75	240.00	214.00	2,864
Feb	....	....	....	214.50	–	2.50	221.00	214.00	1,916
Mar	....	....	....	211.25	–	2.25	245.75	195.00	351
Jun	202.50	202.50	202.00	202.00	–	2.00	225.00	182.00	2,558
Dec	202.50	203.00	202.50	202.50	–	2.50	210.25	181.00	530
Est vol 35,000; vol Wed 22,619; open int 87,611, +500.									

EXCHANGE ABBREVIATIONS

(for commodity futures and futures options)

CANTOR-Cantor Exchange; **CBT-Chicago Board of Trade; CME**-Chicago Mercantile Exchange; **CSCE**-Coffee, Sugar & Cocoa Exchange, New York; **CMX**-COMEX (Div. of New York Mercantile Exchange); **CTN**-New York Cotton Exchange; **DTB**-Deutsche Terminboerse; **FINEX**-Financial Exchange (Div. of New York Cotton Exchange; **IPE**-International Petroleum Exchange; **KC**-Kansas City Board of Trade; **LIFFE**-London International Financial Futures Exchange; **MATIF**-Marche a Terme International de France; **ME**-Montreal Exchange; **MCE**-MidAmerica Commodity Exchange; **MPLS**-Minneapolis Grain Exchange; **NYFE**-New York Futures Exchange (Sub. of New York Cotton Exchange); **NYM**-New York Mercantile Exchange; **SFE**-Sydney Futures Exchange; **SGX**-Singapore Exchange Ltd.; **WPG**-Winnipeg Commodity Exchange.

Fuente: Impreso con permiso de Dow Jones, Inc., via copyright Clearance Center, Inc. © 2001 Dow Jones & Company, Inc. Todos los derechos reservados.

El primer activo es maíz, negociado en el 'Chicago Board of Trade'. El tamaño del contrato es de 5.000 bushels y el precio se cotiza en centavos por bushel. La primera columna muestra los meses en los que se negocian los contratos particulares. El 15 de marzo del 2001 se negociaron contratos sobre maíz con vencimiento en mayo del 2001, julio del 2001, septiembre del 2001, diciembre del 2001, marzo del 2002, mayo del 2002, julio del 2002 y diciembre del 2002.

Precios

Los primeros tres números de cada fila muestran el precio de apertura, el precio más alto y el precio más bajo registrados durante el día. El precio de apertura representa los precios a los que los contratos fueron negociados inmediatamente después del toque de la campana que señala la apertura de la sesión. Para el maíz de mayo del 2001, el precio de apertura el 15 de marzo del 2001 fue $217\frac{1}{2}$ centavos por bushel y durante el día el precio se negoció entre $210\frac{1}{2}$ centavos y $217\frac{3}{4}$ centavos.

Precio de liquidación (*settlement*)

El cuarto número es el *precio de liquidación* (*settlement price*), que es la media de los precios a los que el contrato se negocia inmediatamente antes de que la campana señale el cierre del negocio del día. El quinto número es el cambio en el precio de liquidación con respecto al del día anterior. En el caso de los contratos de futuros de maíz de mayo del 2001, el precio de liquidación fue $210\frac{3}{4}$ centavos el 15 de marzo del 2001, lo que supuso una bajada de 7 centavos en relación al 14 de marzo del mismo año.

El precio de liquidación es importante porque se utiliza para calcular las pérdidas y ganancias diarias, y los requisitos de garantías. En el caso de los futuros del maíz en mayo del 2001, un inversor con una posición larga en un contrato se habría encontrado con que el balance de su cuenta de garantía experimentaba una reducción de 350 dólares (5.000 × 7 centavos) entre el día 14 de marzo del 2001 y el 15 de marzo del 2001. En el caso de un inversor con una posición corta sobre el mismo contrato, se habría encontrado con que su saldo de garantía habría aumentado en 350 dólares entre estas dos fechas.

Precios máximos y mínimos históricos

Los números en sexto y séptimo lugar muestran el precio más alto de futuros y el más bajo registrados en la negociación de un contrato particular. El contrato de maíz con vencimiento en mayo del 2001 había sido negociado durante más de un año al llegar el 15 de marzo del 2001. Durante este período de tiempo, los precios más alto y más bajo registrados fueron $282\frac{1}{2}$ centavos y $206\frac{1}{2}$ centavos.

Interés abierto *(open interest)* y volumen de negociación

La última columna de la Tabla 2.2 muestra el *interés abierto* para cada contrato. El interés abierto es el número total de contratos pendientes, es decir, la suma de todas la posiciones a largo, o su equivalente, la suma de todas las posiciones a corto. Debido a problemas en la recopilación de la información, los datos sobre el interés abierto aparecen con un día de retraso respecto a la información sobre el precio. De esta manera, en *The Wall Street Journal* del 16 de marzo del 2001, el interés abierto publicado corresponde al del cierre del 14 de marzo del 2001. En el caso de los contratos de futuros sobre maíz con vencimiento en mayo del 2001, el interés abierto fue en esa fecha de 186.129 contratos.

Al final de cada sección, la Tabla 2.2 muestra que el volumen estimado de negociación teniendo en cuenta contratos con todos los vencimientos posibles— el día 15 de mayo del 2001 y el volumen de negociación real en estos contratos el 14 de mayo del 2001. Muestra también el total del interés abierto para todos los contratos el día 14 de mayo del 2001 y la variación del interés abierto con relación al día anterior. El volumen de negociación estimado para todos los contratos de futuros sobre maíz fue de 103.000 contratos el 15 de mayo del 2001 y el valor de negociación real fue de 60.060 contratos el 14 de mayo del 2001. El interés abierto para todos los contratos sobre maíz fue de 431.377 el 14 de mayo del 2001, 1.845 por encima del registrado el día anterior de negociación.

Algunas veces sucede que el volumen de negociación durante un día es mayor que el interés abierto al final de ese día. Este hecho indica un número muy alto de transacciones *intradía* (*day trade*).

Perfiles de los precios de futuros

A partir de la Tabla 2.2 podemos seleccionar diferentes perfiles de precios de futuros. El precio del futuro del oro en el 'New York Mercantile Exchange' y el precio del futuro del trigo en el 'Chicago Board of Trade' se incrementan cuando consideramos el tiempo que falta para su vencimiento. Esto se conoce como un *mercado normal*. Como contraste vemos que el precio del futuro del azúcar-mundial (*Sugar-World*) es una función decreciente del tiempo de vencimiento. Esto se conoce como un *mercado invertido*. Otras mercancías muestran perfiles

mixtos. Por ejemplo, el precio del futuro del petróleo (*Crude Oil*) primero aumenta y luego decrece con el tiempo restante para su vencimiento.

2.6 KEYNES y HICKS

Nos referimos a la opinión media del mercado sobre cuál será el precio futuro de un activo como el *precio esperado futuro* del activo en ese momento. Suponga que estamos en junio y el precio futuros del maíz para septiembre es de 200 centavos. Nos podríamos preguntar cuál es el precio futuro del maíz que se espera en septiembre. ¿Es inferior, superior o exactamente igual a 200 centavos? Como queda ilustrado en la Figura 2.1, el precio del futuro converge hacia el precio al contado en el vencimiento. Si el precio esperado al contado es inferior a 200 centavos, el mercado debería esperar una reducción en el precio del futuro con vencimiento septiembre, de forma que ganasen los operadores que mantuvieran posiciones cortas y perdiesen los que estuvieran en posiciones largas. Si el precio esperado futuro es mayor que 200 centavos debería ocurrir lo contrario. El mercado debe esperar que el precio del futuro con vencimiento en septiembre se incremente de forma que ganen los operadores en posiciones largas y pierdan los que estén en posiciones cortas.

John Maynard Keynes y John Hicks argumentaron que si los coberturistas tienden a ocupar posiciones cortas y los especuladores tienden a ocupar posiciones largas, el precio del futuro estará por debajo del precio esperado al contado (*expected future spot price*). Esto se debe a que los especuladores quieren una compensación por los riesgos que corren. Ellos sólo comercian si esperan ganar dinero en promedio. Cuando los coberturistas tienden a ocupar posiciones largas mientras los especuladores posiciones cortas, Keynes y Hicks argumentan, por motivos similares, que los precios de los futuros estarán por encima del precio esperado al contado.

La situación en la que el precio del futuro está por debajo del precio esperado de contado se conoce como *normal backwardation*; la situación en la que el precio del futuro está por encima del precio esperado de contado se conoce como *contango*. En el capítulo siguiente hablaremos con mayor detalle de la relación entre precios de futuros y precios al contado.

ENTREGA

Como mencionamos anteriormente en este capítulo, muy pocos de los contratos de futuros negociados terminan con la entrega del activo subyacente. La mayoría se cierra antes. Sin embargo, es la posibilidad de una eventual entrega la que determina el precio del futuro. Por lo tanto, es importante entender bien los procedimientos de entrega.

El período durante el cual se puede realizar la entrega viene definido por la organización del mercado y varía de un contrato a otro. La decisión sobre cuándo se realiza la entrega la toma la parte con la posición corta, a quien nos referiremos como inversor A. Cuando el inversor A decide realizar la entrega, su agente emite un *aviso de intención de entrega* (*notice of intention to deliver*) a la Cámara de Compensación. En él se establece cuántos contratos serán entregados y, en el caso de mercancías, también se especifica dónde va a tener lugar la entrega y qué calidad (*grade*) de mercancía será entregada. La organización del mercado entonces escoge un tercero con una posición larga que debe aceptar la entrega.

Supongamos que la otra parte del contrato de futuros del inversor A cuando éste se negoció era el inversor B. Es importante entender que no hay motivo para esperar que el inversor B vaya a ser quien se lleve la entrega. El inversor B podría muy bien haber cerrado su posición tomando una posición corta en un contrato con el inversor C, el cual pondría haber cerrado su posición tomando una posición corta en un contrato con un inversor D, y así sucesivamente. La forma más habitual escogida por el mercado es la de trasladar el aviso de intención de entrega a quien tenga la posición larga en vigor desde hace más tiempo. Los agentes en estas posiciones largas deben aceptar los avisos de entrega. No obstante, si los avisos son transferibles, disponen de un corto período de tiempo, normalmente media hora, para encontrar a un tercero con una posición larga y dispuesto a aceptar el aviso.

En el caso de una mercancía, llevarse la entrega suele significar que acepta el recibo de un depósito de almacenamiento en respuesta a un pago inmediato. La parte a la que se hace una entrega es, a partir de ella, responsable de todos los gastos de almacenamiento. En el caso de futuros de ganado puede haber gastos asociados con la alimentación y el cuidado de los animales. En cuanto a los futuros financieros, la entrega se realiza normalmente con una transferencia por cable. El precio pagado para todos los contratos normalmente se basa sobre el precio de liquidación del día anterior a la notificación de entrega. Cuando el resultado es apropiado, el precio se ajusta según la categoría (*grade*), el lugar de la entrega, etc. Todo el procedimiento de entrega desde la emisión del aviso de intención de entrega hasta la entrega misma generalmente lleva dos o tres días.

Hay tres días críticos para un contrato que son el primer y el último día de aviso y el último día de negociación. El *primer día de aviso* es el primer día en el cual un aviso de intención de realizar una entrega puede ser enviado al mercado. El *último día de aviso* es el último día parecido. El *ultimo día de negociación* suelen ser algunos días antes del último día de aviso. Para evitar el riesgo de tener que llevarse una entrega, un inversor con una posición larga debería cerrar sus contratos antes del primer día de aviso.

Liquidación en metálico

Algunos futuros financieros, como aquéllos sobre índices bursátiles, se liquidan en metálico debido a la inconveniencia o la imposibilidad de entregar el activo subyacente. En el caso de contrato de futuros sobre S&P 500, por ejemplo, entregar el activo subyacente supondría entregar una cartera de 500 acciones diferentes. Cuando un contrato se paga en metálico, dicho contrato simplemente se ajusta al mercado al final del último día de negociación y todas las posiciones se declaran cerradas. Para asegurar que el precio del futuro converja hacia el precio de contado, el precio de liquidación en el último día de negociación se fija igual al precio al de contado (*spot*) del activo subyacente al inicio o al final de ese día. Por ejemplo, en el contrato de futuros sobre el S&P 500 que se negocia en el 'Chicago Mercantile Exchange', el precio final se basa en el precio de apertura del índice el tercer viernes del mes de entrega.

2.8. TIPOS DE OPERADORES

Los dos tipos principales de operadores son los agentes a comisión y los locales. Los *agentes a comisión* realizan operaciones para terceros a cambio de una comisión. Los *operadores locales* son personas individuales que, negociando con sus propias cuentas, añaden liquidez al mercado.

Los inversores que toman posiciones, tanto si lo hacen como locales como clientes de un agente, pueden dividirse, como ya señalamos en el Capítulo 1, en coberturistas, especuladores y arbitrajistas. Los especuladores se pueden clasificar en *scalpers*, operadores de un día (*day traders*) y operadores de posición (*position traders*). Los *scalpers* observan las tendencias a muy corto plazo e intentan obtener beneficios de cambios pequeños en el precio de los contratos. Normalmente mantienen sus posiciones durante muy pocos minutos. Los *operadores de un día* y mantienen sus posiciones durante menos de un día, no están dispuestos a correr riesgos con las noticias adversas que ocurren entre la noche y la mañana. Los *operadores de posición* mantienen sus posiciones durante períodos más largos de tiempo, esperando obtener beneficios de los principales movimientos de los mercados.

Tipos de órdenes

El tipo de orden más simple de un particular a su agente es una *orden de mercado* (*market order*). Ésta requiere que la operación se lleve a cabo inmediatamente al mejor precio disponible en el mercado. Sin embargo, hay muchos otros tipos de órdenes. Consideraremos las que se utilizan más comúnmente.

Una *orden con límite* (*limit order*) especifica un determinado precio. La orden sólo puede ejecutarse a este precio o a uno más favorable para el inversor. Por tanto, si el precio límite es de 30 dólares para un inversor que desea tener una posición larga, la orden sólo será ejecutada al precio de 30 dólares o menor. No hay garantías, claro está, de que la orden vaya a ejecutarse puesto que el precio límite puede no alcanzarse.

Una *orden con límite de pérdidas* (*stop order* o *stop-loss order*) también especifica un precio determinado. La orden se ejecuta al mejor precio disponible una vez que haya una demanda o una oferta a ese precio o un precio menos favorable. Supongamos una orden con límite de pérdidas para vender a 30 dólares emitida cuando el precio de mercado es 35 dólares. Se hace una orden de venta cuando el precio baja a 30 dólares. En efecto, una orden con límite de pérdidas se transforma en una orden de mercado en cuanto se alcanza el precio especificado. El propósito de una orden con límite de pérdidas es normalmente el cerrar una posición cuando hay movimientos de precios desfavorables. Ello limita la pérdida que se puede producir.

Una *orden límite-parada* (*stop-limit order*) es la combinación de una orden con límite de pérdidas y una orden con límite. La orden se convierte en una orden con límite en cuanto hay una demanda o una oferta al precio igual o menos favorable que el precio del límite de pérdidas. Se deben especificar dos precios en una orden límite-parada: el precio límite de pérdidas y el precio límite. Supongamos que el precio del mercado es 35 dólares, una orden límite-parada de compra es emitida con un precio del límite de pérdidas de 40 dólares y un precio límite de 41 dólares. Tan pronto como haya una demanda o una oferta a 40 dólares, se convertirá en una orden con límite de 41 dólares. Si el precio del límite de pérdidas es el mismo que el precio límite, la orden algunas veces se llama una *orden de límite y parada* (*stop-and-limit order*).

Una *market-if-touched-order* (MIT) se ejecuta al mejor precio disponible después de que haya una transacción a un precio específico o a un precio más favorable que éste. En efecto, un MIT se convierte en una orden de mercado una vez que el precio específico ha sido acertado. Una MIT también es conocido como un *board order*. Consideremos a un inversor con una posición larga en un contrato de futuros y que ha dado instrucciones que llevarían a cerrar el contrato. Una orden con límite de pérdidas se diseña para limitar las pérdidas que pueden

ocurrir si se produce un movimiento desfavorable de los precios. Por el contrario, se da una MIT para asegurar que se obtendrán beneficios al darse movimientos de precios suficientemente favorables.

Una *orden discrecional* (*discretionary order, market-not-held order*) se negocia como una orden de mercado, excepto que su ejecución puede retrasarse a discreción del agente en un intento de obtener un precio mejor.

Algunas órdenes especifican condiciones de tiempo. A menos que se establezca de otra manera, una orden es una orden para un día y expira al finalizar el día de negociación. Una *orden a lo largo del día* (*time-of-day order*) especifica un período determinado del día en el que la orden puede ser ejecutada. Una *orden abierta* (*open order*) o una *orden buena hasta la cancelación* (*good-till-cancelled order*) es efectiva hasta que se ejecuta o hasta el final de la transacción en un contrato determinado. Una *orden de ejecución o nada* (*fill-or-kill order*), como su nombre indica, debe ejecutarse inmediatamente después de su recepción o no hacer nada al respecto.

2.9. REGULACIÓN

Los mercados de futuros en Estados Unidos están regulados federalmente por la 'Commodity Futures Trading Commission' (CFTC; www.cftc.gov) establecida en 1974. Este cuerpo es el encargado de autorizar mercados de futuros y aprobar contratos. Todos los nuevos contratos y cambios para los ya existentes deben ser aprobados por la CFTC. Para ser aprobado, el contrato debe tener algunos propósitos económicos útiles. Normalmente esto significa que debe cubrir las necesidades de los coberturistas al igual que las de los especuladores.

La CFTC cuida de los intereses públicos. Es la responsable de asegurar que los precios se hagan públicos y que los futuros operadores informen de sus posiciones pendientes si están por encima de ciertos niveles. La CFTC también autoriza a todos los particulares que ofrecen sus servicios al público en la negociación de futuros. Los fondos de estos particulares son investigados y hay un mínimo de requisitos de capital. La CFTC se ocupa de las quejas del público y asegura que una acción disciplinaria contra los particulares se lleve a cabo cuando sea apropiado. Tiene autoridad para forzar a los mercados a que lleven a cabo acciones disciplinarias en contra de los miembros que estén violando las reglas del mercado.

En 1982 se fundó la 'National Futures Association' (NFA; www.nfa.futures.org). Esto llevó a que algunas de las responsabilidades de la CFTC fueran trasladadas hacia la propia industria de futuros. La NFA es una organización de particulares que participan en la industria de futuros. Sus objetivos son prevenir el fraude y asegurar que el mercado opere según los mejores intereses del público general. La NFA requiere que sus miembros pasen un examen. Está autorizada para vigilar las operaciones y llevar a cabo acciones de disciplina cuando sea necesario. Tiene establecido un sistema eficiente para arbitrar disputas entre particulares y sus miembros.

De vez en cuando otros organismos como la 'Securities and Exchange Commission' (SEC; www.sec.gov), la 'Federal Reserve Board' (www.federalreserve.gov) y el Departamento del Tesoro de los EEUU (www.treas.gov) han reclamado derechos jurisdiccionales sobre algunos aspectos de la negociación de futuros. Estos cuerpos están interesados en los efectos de la negociación de futuros sobre los mercados de contado (*spot*) para valores como acciones y Letras y bonos del Tesoro. Actualmente la SEC tiene un poder efectivo de veto sobre la aprobación de nuevos contratos sobre índices de bonos o acciones. No obstante, la responsabilidad básica para todos los futuros y las opciones sobre futuros recaen en la CFTC.

Irregularidades en las operaciones

Los mercados de futuros operan eficientemente y respetando el interés público la mayor parte del tiempo. Sin embargo, en ocasiones, salen a la luz irregularidades cometidas en las operaciones. Una forma de irregularidad se da cuando un grupo inversor intenta acaparar el mercado (*corner the market*)[2]. El grupo inversor toma una importante posición larga en futuros e intenta también ejercer el control sobre la oferta de su activo subyacente. Mientras se llega al vencimiento de los contratos de futuros, el grupo inversor no cierra su posición y el número de contratos de futuros pendientes puede exceder la suma de productos disponibles para entregar. Los operadores en posiciones cortas se dan cuenta de que van a tener dificultades para entregar y se desesperan porque quieren cerrar sus posiciones. El resultado es un gran aumento en el precio del futuro y al contado. Los reguladores abordan usualmente este tipo de abusos del mercado incrementando los requisitos de garantías, imponiendo estrictos límites de posición, prohibiendo negociaciones que incrementen la posición abierta del especulador, y forzando a los participantes del mercado a cerrar sus posiciones.

Otros tipos de irregularidades pueden implicar a los operadores en el parqué. Estas recibieron cierta publicidad en 1989 cuando se anunció que el FBI había llevado a cabo una investigación de dos años, utilizando agentes de incógnito sobre las operaciones en la 'Chicago Board of Trade' y el 'Chicago Mercantile Exchange'. La investigación se inició porque las quejas fueron presentadas por un gran grupo agrícola. Entre los abusos alegados se incluían sobreprecios cargados a clientes, clientes que no pagaban el total de las ventas, y operadores que utilizaban la información de las órdenes de los clientes para operar prioritariamente por cuenta propia.

2.10 CONTABILIDAD Y FISCALIDAD

La totalidad de los detalles del tratamiento de la contabilidad y fiscalidad de los contratos de futuros va más allá del alcance de este libro. Un inversor que quiera información más detallada que ésta debería consultar a los expertos. En esta sección suministraremos alguna información general básica.

Contabilidad

La norma FASB ('Financial Accounting Standards Board') n.º 52 —'Foreign Currency Translation'— establece la normativa contable en los Estados Unidos para los contratos de futuros sobre divisas. La norma FASB n.º 80, 'Accounting for Futures Contracts', establece la normativa contable en Estados Unidos para el resto de contratos. Las dos normas exigen el reconocimiento de cambios en el valor de mercado cuando ocurran a menos que el contrato sea calificado como de cobertura (*hedge*). Si el contrato está calificado como de cobertura, los beneficios o pérdidas se imputan generalmente para fines contables en el mismo período al cual se imputan los beneficios o pérdidas procedentes del activo objeto de la cobertura.

Consideremos un inversor que en septiembre del 2000 toma una posición larga en un contrato de futuros sobre maíz para marzo del 2001 y cierra la posición a final de febrero

[2] Posiblemente el ejemplo más conocido provenga de las actividades de los hermanos Hunt en el mercado de la plata durante 1979-80. Entre mediados de 1979 y principios de 1980, sus actividades produjeron un aumento de precios de 9 a 50 dólares por onza.

del 2001. Supongamos que el precio del futuro es de 150 centavos por bushel cuando se cierra el contrato. Un contrato consiste en la entrega de 5.000 bushels. Si el inversor es un especulador, los beneficios para propósitos contables serían

$$5.000 \times \$0{,}20 = \$1.000$$

en el 2000 y

$$5.000 \times 0{,}10 = \$500$$

en el 2001. Si el inversor está cubriendo la compra de 5.000 bushels de trigo en el 2001, para propósitos contables los beneficios íntegros alcanzados en el 2001 serían 1.500 dólares. Nos referiremos a este tratamiento como *contabilidad de coberturas* (*hedge accounting*).

Este ejemplo se muestra en la Tabla 2.3. El tratamiento de los beneficios y pérdidas de la cobertura es sensato. Si el inversor en nuestro ejemplo es una compañía que está cubriendo la compra de 5.000 bushels de maíz al final de febrero del 2001, el efecto del contrato de futuros es asegurar que el precio pagado se cierra en 150 centavos por bushel. El tratamiento contable refleja que ese precio se paga en el 2001. Las cuentas del 2000 para el operador no se verán afectadas por las transacciones con futuros.

En junio de 1998, el 'Financial Accounting Standards Board' emitió la norma n.º 133 sobre contabilidad para instrumentos derivados y actividades de cobertura (FAS 133). La norma FAS 133 se aplica a todo tipo de derivados (incluyendo futuros, contratos a plazo, *swaps* y opciones). Esta norma requiere que todos los derivados se incluyan en el balance al precio correcto del mercado[3]. Aumenta los requisitos para revelar su contenido. También da bastante menos margen a las empresas para utilizar la contablilidad de cobertura. Para poder aplicar la contabilidad de coberturas, el instrumento para la cobertura debe ser muy efectivo en la compensación de las exposiciones y se requieren valoraciones cada tres meses. La norma FAS 133 es efectiva para los años fiscales con inicio a partir del 15 de junio del 2000.

Tabla 2.3. Tratamiento contable de una transacción de futuros.

Mesa del operador—febrero del 2001

Septiembre 2000: Un inversor toma una posición larga en un contrato de futuros de marzo del 2001 para comprar 5.000 bushels de maíz. El precio del futuro es 150 centavos por bushel.

Fin del 2000: El precio del futuro es 170 centavos por bushel.

Febrero 2001: Se cierra el contrato. El precio del futuro es 180 centavos por bushel.

Si el inversor es un especulador

Beneficio contable/fiscal en 2000 = 5.000 × 20 c = 1.000 dólares.

Beneficio contable/fiscal en 2001 = 5.000 × 10 c = 500 dólares.

Si el inversor está cubriendo una compra de maíz del 2001

La transacción no tiene ningún impacto sobre los resultados contabilizados en el 2000.

Beneficio contable/fiscal en el 2001 = 5.000 × 30 c = 1.500 dólares.

[3] Anteriormente la atracción que suponían los derivados en algunas situaciones era debida a que se trataba de activos que no constaban en el balance (*off-balance-sheet items*).

Impuestos

En el sistema fiscal de los Estados Unidos dos cuestiones fundamentales son la naturaleza del hecho imponible y el período de imputación del mismo. Las pérdidas o ganancias se clasifican como pérdidas o ganancias de capital o como parte de la renta ordinaria.

Para un contribuyente corporativo, las ganancias de capital tributan al mismo tipo que la renta ordinaria, y la posibilidad de deducir pérdidas está restringida. Las pérdidas de capital sólo son deducibles sobre ganancias de capital. Una empresa puede tener pérdidas durante tres años e incluirlas durante los cinco años siguientes en su cálculo fiscal.

Para un contribuyente no corporativo, las ganancias de capital obtenidas en operaciones de corto plazo cotizan al mismo tipo que la renta ordinaria y las ganancias de capital obtenidas en operaciones de largo plazo cotizan a un tipo inferior al de la renta ordinaria. (Se entienden por operaciones de largo plazo las que corresponden a activos mantenidos en cartera durante más de un año, las de corto plazo son las correspondientes a activos mantenidos en cartera durante menos de un año.) La 'Taxpayer Relief Act' de 1997 amplió el diferencial entre la renta ordinaria y las ganancias de capital a largo plazo. Para un contribuyente no corporativo, las pérdidas de capital son deducibles de las ganancias de capital más renta ordinaria hasta un máximo de 3.000 dólares y pueden ser llevadas a años posteriores indefinidamente.

Generalmente, las posiciones en contratos de futuros son tratadas como si se hubiesen cerrado el último día del año fiscal. Las pérdidas y ganancias se consideran de capital. Para el contribuyente no corporativo se consideran un 60 por ciento a largo plazo y un 40 por ciento a corto plazo.

Las transacciones de cobertura están exentas de esta norma. La definición de transacción para la cobertura con fines fiscales es diferente de la que se utiliza en contabilidad. La normativa fiscal define una transacción de cobertura como una operación realizada por uno de los dos motivos siguientes:

1. Reducir el riesgo de cambios de precio o fluctuaciones de divisas que afecten o vayan a afectar a la propiedad que el contribuyente mantenga con el fin de obtener un ingreso ordinario.
2. Reducir el riesgo de precio o de cambios en los tipos de interés o tipos de cambio de divisas que afecten a los préstamos obtenidos por el contribuyente.

Las ganancias o pérdidas obtenidas en transacciones de cobertura se tratan como renta ordinaria. Los períodos de imputación de pérdidas y ganancias procedentes de las transacciones de cobertura generalmente coinciden con el período de imputación de la renta o deducción de los items objeto de la cobertura.

Las operaciones con contratos de futuros sobre divisas están reguladas por normas especiales. El contribuyente puede agrupar todas las pérdidas y ganancias de contratos de futuros como renta ordinaria, sin tener en cuenta si los contratos se hicieron por motivos de especulación o de cobertura. Si el contribuyente no realza esta agrupación, las transacciones en contratos de futuros sobre divisas serán tratadas de igual forma que las demás transacciones con futuros.

2.11. CONTRATOS A PLAZO (*FORWARD*)

Como explicamos en el Capítulo 1, los contratos a plazo (*forward*) son parecidos a los contratos de futuros en lo que se refiere a acuerdos de comprar o vender un activo en un momento

Tabla 2.4. Comparación entre contratos a plazo y de futuros.

A plazo → Forward	Futuros
Contrato privado entre dos partes	Negociados en mercados organizados
No estandarizado	Estandarizados
Normalmente una fecha de entrega	Rango de fechas de entrega específica
Ajustado al finalizar el contrato	Ajustado a diario
Normalmente tiene lugar una entrega o pago final	El contrato se suele cerrar antes del vencimiento

rminado en el futuro a un precio determinado. No obstante, a diferencia de los contratos de futuros, son negociados *over-the-counter*. Son normalmente acuerdos privados entre dos instituciones financieras o entre una institución financiera y uno de sus clientes corporativos.

Una de las partes de un contrato a plazo (*forward*) toma una *posición larga* y acuerda comprar un activo en una fecha específica a un precio determinado. La otra parte toma una *posición corta* y acuerda vender el activo en la misma fecha por el mismo importe. Los contratos a plazo (*forward*) no tienen que ajustarse a los estándares de un determinado mercado. La fecha de entrega en el contrato puede ser convenida mutuamente por las dos partes. Normalmente, en los contratos a plazo (*forward*) se especifica una única fecha de entrega, mientras que en los contratos de futuros hay un rango de posibles fechas de entrega.

Los contratos a plazo (*forward*) no se ajustan al mercado diariamente como los contratos de futuros. Las dos partes contratantes acuerdan saldar cuentas en la fecha de entrega especificada. Mientras la mayoría de los contratos de futuros se cierran antes de la entrega, en la mayoría de los contratos a plazo se realiza la entrega del activo físico o la liquidación final en metálico. La Tabla 2.4 resume las principales diferencias entre los contratos a plazo y de futuros.

ecio a plazo *(forward price)* y precio de entrega

precio especificado en un contrato a plazo (*forward*) se denomina *precio de entrega*. En el omento en que se firma el contrato se escoge, así que el valor del contrato para ambas partes es cero. Esto siginifica que no cuesta nada tomar una posición larga o a corta. Podemos pensar en el precio de entrega como que se determina a partir de las consideraciones de la oferta y la demanda. No obstante, como mostraremos en el siguiente capítulo, para activos en los que se negocian contratos a plazo normalmente hay un modo de calcular el precio de entrega «correcto» a partir del precio corriente de contado del activo, la fecha de entrega, y otras variables observables.

El precio a plazo para un contrato a plazo es similar conceptualmente al precio del futuro para un contrato de futuros. El precio a plazo actual de un contrato es el precio de entrega que se aplicaría al vencimiento del contrato a plazo si el contrato se negociara hoy. El precio a plazo suele ser diferente del precio *spot* y cambia con el vencimiento del contrato a plazo. (Véase en la Tabla 1.1 algunos precios a plazo de la libra esterlina el 19 de junio del 2000.)

Suponga que estamos a 5 de marzo del 2001 y que el precio a plazo del oro con entrega de septiembre del 2001 es de 350 dólares la onza. Si ignoramos la diferencia entre los

precios ofertado y demandado, suponemos que una empresa entra en un contrato a plazo para la compra de oro a este precio. El precio de 350 dólares la onza pasa a ser lo que se denomina *el precio de entrega* en el contrato a plazo en el que ha entrado la empresa. A medida que pasa el tiempo, el precio de entrega de este contrato se mantiene en 350 dólares la onza. Sin embargo, el precio a plazo para la entrega de oro el 5 de septiembre del 2001 puede cambiar: Por ejemplo, si el precio del oro subiese drásticamente, el precio a plazo podría ser de 375 dólares el 5 de junio del 2001.

Beneficios brutos

Los contratos a plazo se liquidan a su vencimiento. Suponemos que la fecha de vencimiento es T y definimos:

S_T: Precio al contado (*spot*) del activo en la fecha T

K: Precio de entrega en el contrato a plazo

El valor al vencimiento o *valor terminal* de una posición larga en un contrato a plazo (*forward*) sobre una unidad de activo es $S_T - K$ al vencimiento, dado que permite que un activo valorado en S_T sea adquirido por K. Llamaremos a $S_T - K$ el *beneficio bruto* (*payoff*) o *valor terminal* del contrato. Una posición corta para vender una unidad de un activo vale $K - S_T$ en el momento T porque permite que un activo valorado en S_T sea vendido por K. El beneficio bruto o valor terminal del contrato es $K - S_T$.

Los beneficios brutos de los contratos a plazo pueden ser positivos o negativos. Como no cuesta nada entrar en un contrato a plazo, el beneficio del contrato es igual al beneficio bruto. Los beneficios de las posiciones largas y cortas se muestran en la Figura 2.2.

Beneficios procedentes de los contratos a plazo y de futuros

Supongamos que el tipo de cambio de la libra esterlina para un contrato a plazo de 90 días es 1,8381 y que también es el precio del futuro para un contrato que será entregado dentro de

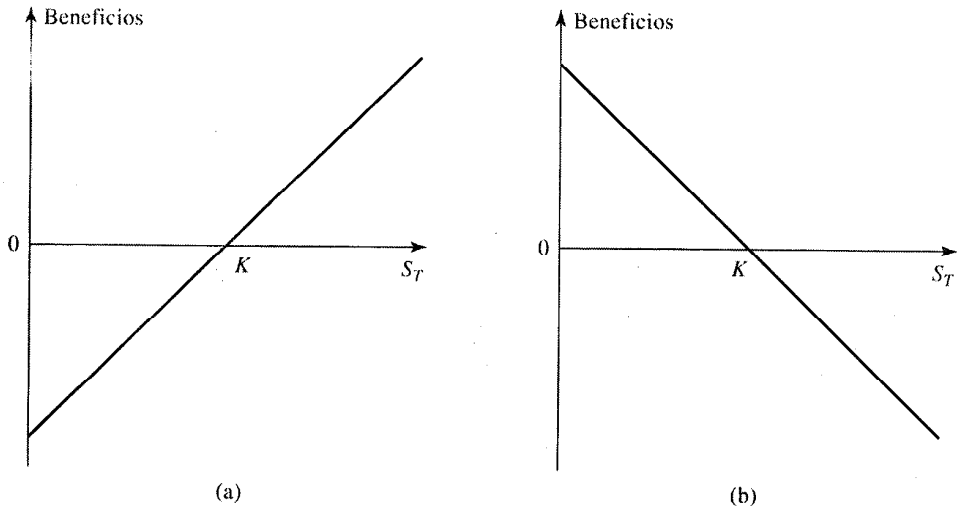


Figura 2.2. Beneficio de un contrato a plazo: (a) posición larga, (b) posición corta; precio de entrega = K; precio del activo al vencimiento = S_T.

Tabla 2.5. Liquidaciones de contratos de futuros y a plazo (*forward*).

Fuente: Mesa del operador

El inversor A toma una posición larga en un contrato a plazo de 90 días sobre 1 millón de libras. El precio a plazo es 1,8381. El inversor B toma una posición larga en un contrato de futuros de 90 días sobre 1 millón de libras. El precio del futuro es 1,8381. Al final de los 90 días, el tipo de cambio de la libra resulta ser 1,8600.

Resultado

Los inversores A y B obtienen cada uno un beneficio igual a

$$(1{,}8600 - 1{,}8381) \times 1.000.000 = \$21.900$$

Los beneficios del inversor A los obtiene por completo en el día 90, mientras que el inversor B los obtiene día a día durante el período de 90 días. En algunos días el inversor B puede obtener pérdidas mientras que en otros días puede conseguir beneficios.

exactamente 90 días. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios y pérdidas bajo los dos contratos?

En el contrato a plazo, el beneficio o pérdida integro se obtienen al acabar la vida del contrato. En el contrato de futuros, el beneficio o pérdida se consigue día a día porque los procedimientos de liquidación son diarios. Supongamos que un inversor A tiene una posición larga en un contrato a plazo de 90 días de 1 millón de libras y un inversor B tiene una posición larga en un contrato de futuros de 90 días por 1 millón de libras. (Debido a que cada contrato de futuros es por la compra o venta de 62.500 libras, el inversor B debe comprar un total de 16 contratos.) Suponemos que el tipo de cambio de contado en 90 días será 1,8600. El inversor A obtiene un beneficio de 21.900 dólares en el día 90. El inversor B consigue el mismo beneficio —pero se ha distribuido a lo largo de un período de 90 días. Algunos días el inversor B obtiene pérdidas y en otros beneficios. No obstante, en total, cuando se liquidan las pérdidas con los beneficios hay un beneficio de 21.900 dólares sobre el período de 90 días. Este ejemplo se muestra en la Tabla 2.5. Utilizando la notación introducida previamente, $S_T = 1{,}8600$, $K = 1{,}8381$ y la ganancia de la posición larga en el contrato a plazo para comprar una libra esterlina es

$$S_T - K = 1{,}8600 - 1{,}8381 = 0{,}0219 \text{ dólares}$$

La ganancia total de un contrato de 1 millón de libras es por tanto de 21.900 dólares.

2.12. LOS TIPOS DE CAMBIO PUBLICADOS

Los contratos a plazo y de futuros sobre divisas presentan una negociación muy activa. Sin embargo, hay una diferencia en la forma en que los tipos de cambio se publican en los dos mercados. Los precios de futuros siempre se publican como el número de dólares U.S.A. por unidad de moneda extranjera o como el número de centavos U.S.A. por unidad de moneda extranjera. Los precios a plazo se cotizan de la misma manera que los precios de contado. Esto significa que para la libra británica, el euro, el dólar australiano y el dólar de Nueva Zelanda, la cotización a plazo (*forward*) muestra el número de dólares U.S.A. por unidad de

moneda extranjera y se puede comparar directamente con la cotización de futuros. Para otros muchos países, la cotización a plazo muestra el número de unidades de la moneda del país por dólar U.S.A. (USD). Considere el dólar canadiense (CAD). Un precio publicado de futuros de 0,7050 USD por CAD corresponde a un precio a plazo de 1,4184 CAD por USD (1,4184 = 1/0,7050).

2.13. RESUMEN

En este capítulo hemos visto cómo operan los mercados de futuros y a plazo. En los primeros, los contratos se negocian en un mercado organizado y es necesario para éste definir cuidadosamente la naturaleza de lo que se está negociando, los procedimientos que se derivarán, y las regulaciones que rigen el mercado. Los contratos a plazo se negocian directamente por teléfono por dos particulares relativamente sofisticados. Como resultado, no hay necesidad de estandarizar el producto, y tampoco se requiere un gran número de normativas y modos de proceder.

Una alta proporción de los contratos de futuros que se negocian no terminan con la entrega del activo subyacente. Se cierran antes de que se llegue al período de entrega. Sin embargo, la posibilidad de una entrega final es lo que conduce a la determinación del precio del futuro. Para cada contrato de futuros hay un rango de días durante los cuales se puede realizar la entrega y la manera de proceder está bien definida. Algunos de los contratos como aquéllos sobre índices bursátiles se pagan en metálico en lugar de entregar el activo subyacente.

El detalle de los contratos es un aspecto importante en un mercado organizado de futuros. Las dos partes de cualquier contrato deben saber lo que puede ser entregado, el lugar de la entrega y también cuando ésta puede realizarse. También necesitan saber detalles como las horas de negociación, cómo se publican los precios, los movimientos máximos diarios del precio, etc. Los nuevos contratos tienen que ser aprobados por la 'Commodity Futures Trading Commission' antes de iniciar su negociación.

Los garantías son aspectos muy importantes de los mercados de futuros. Un inversor mantiene una cuenta de garantía con su agente. Ésta se ajusta cada día para reflejar los beneficios o pérdidas, y el agente puede necesitar que la cuenta reciba ingresos de vez en cuando si se producen movimientos de precio adversos. El agente debe ser miembro de la Cámara de Compensación (*Clearinghouse*) o, al menos, mantener una cuenta de garantía con un miembro de ésta. El saldo de la cuenta se ajusta a diario para reflejar los beneficios o pérdidas de las operaciones que son responsabilidad del miembro de la cámara.

El mercado organizado asegura que la información sobre los precios se recoja de forma sistemática y se transmita en pocos segundos a inversores de todo el mundo. Muchos periódicos como *The Wall Street Journal* incluyen diariamente un resumen de las negociaciones del día anterior.

Los contratos a plazo difieren de los contratos de futuros en varios aspectos. Los contratos a plazo son acuerdos privados entre dos partes, mientras que los contratos de futuros se negocian en mercados organizados. Generalmente hay una sola fecha de entrega en un contrato a plazo (*forward*), mientras que los contratos de futuros suelen tener un rango de fechas. Dado que no se negocian en mercados organizados, la estandarización de los contratos a plazo es innecesaria. Un contrato a plazo (*forward*) no suele liquidarse hasta su vencimiento, y la mayoría de contratos en realidad realizan la entrega del activo subyacente o la liquidación en metálico en ese momento.

En los próximos capítulos hablaremos de cómo se determinan los precios a plazo y futuros. También describiremos con más detalle las formas en que los contratos a plazo y futuros pueden ser utilizados para cobertura de riesgos.

Lecturas recomendadas

Chance, D., *An Introducing to Options and Futures*. Orlando, FL: Dryden Press, 1997

Duffie, D., *Futures Markets*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989

HicksS, J. R., *Value and Capital*. Oxford: Clarendo Press, 1939

Horn, F. F., *Trading in Commodity Futures*. New York: New York Institute of Finance, 1984

Keynes, J. M., *A Treatise on Money*. London: Macmillan, 1930

Kolb, R., *Futures, Options and Swaps*, 3.ª Edición. Oxford: Blackwell, 2000

Schwager, J. D. *A Complete Guide to The Futures Markets*, New York: John Wiley and Sons, 1984

Teweles, R. J. y F. J. Jones, *The Futures Game*. New York: McGraw-Hill, 1987

Test (respuestas al final del libro)

2.1. Distinción entre los términos *interés abierto* y *volumen de negociación*.

2.2. ¿Cuál es la diferencia entre un *local* y un *agente a comisión*?

2.3. Suponga que entra usted en una posición corta en un contrato de futuros para la venta de plata en julio por 5,20 dólares por onza en el 'New York Commodity Exchange'. El tamaño del contrato es de 5.000 onzas. La garantía inicial es 4.000 dólares y la garantía de mantenimiento es de 3.000 dólares. ¿Qué cambio en el precio del futuro llevará a una reclamación (*margin call*) de la garantía? ¿Qué sucedería si no se hiciese frente a esa reclamación?

2.4. Supongamos que en septiembre del 2000 Vd. tomase una posición larga en un contrato de futuros de petróleo con vencimiento en mayo del 2001. Usted cierra su posición en marzo del 2001. El precio del futuro (por barril) es de 18,30 dólares cuando firma el contrato, de 20,50 dólares cuando cierra su posición, y de 19,10 dólares a finales de diciembre del 2000. El contrato unitario es por la entrega de 1.000 barriles. ¿Cuál es su beneficio total? ¿Cuándo lo consigue? ¿Qué impuestos tendría si usted fuese (a) un coberturista y (b) un especulador? Suponga que el año fiscal concluye el 31 de diciembre.

2.5. ¿Qué significa una orden con límite de pérdidas de venta (*stop order*) a 2,00 dólares? ¿Cuando deberíamos utilizarla? ¿Qué significa una orden con límite de venta (*limit order*) a 2,00 dólares? ¿Cuándo deberíamos utilizarla?

2.6. ¿Cuál es la diferencia entre las operaciones de cuenta de garantía administradas por la Cámara de Compensación y aquéllas administradas por un agente (*broker*)?

2.7. ¿Cuáles son las diferencias entre la forma en la que se publican los precios en el mercado de futuros de divisas, el mercado de contado (*spot*) de divisas y el mercado a plazo (*forward*) de divisas?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

2.8. La parte con una posición corta en un contrato de futuros a veces tiene derechos opcionales sobre el activo que será entregado, el lugar donde se realiza la entrega, el momento de entrega, etc. Estos derechos, ¿incrementan o disminuyen el precio del futuro? Explica tus razonamientos.

2.9. ¿Cuáles son los aspectos más importantes en el diseño de un nuevo contrato de futuros?

2.10. Explique cómo defienden las garantías a los inversores frente a la posibilidad de impago

2.11. Un inversor toma dos posiciones largas en contratos de futuros sobre el zumo de naranja congelado. Cada contrato es para una entrega de 15.000 libras. El actual precio del futuro es de 160 centavos por libra, la garantía inicial es 6.000 dólares por contrato, y la garantía de mantenimiento es 4.500 dólares por contrato. ¿Qué cambio de precio llevaría a una reclamación de garantías (*margin call*)? ¿Bajo qué circunstancias podríamos haber retirado 2.000 dólares de la cuenta de garantía?

2.12. Demuestre que si el precio del futuro de un producto es más grande que el precio de contado (*spot*) durante el período de entrega hay una oportunidad de arbitraje. ¿Existe alguna oportunidad de arbitraje si el precio del futuro es menor que el precio de contado? Razone su respuesta.

2.13. Explique las diferencias entre una *market-if-touched order* y una orden con límite de pérdidas.

2.14. Explique qué significa una orden con límite-parada para vender a 20,30 con un límite de 20,10.

2.15. Al final de un día, un miembro de la Cámara de Compensación tiene una posición larga en 100 contratos y el precio de liquidación es de 50.000 dólares por contrato. La garantía inicial es 2.000 dólares por contrato. Al día siguiente, el miembro se responsabiliza de la compensación de 20 posiciones largas adicionales firmadas a un precio de 51.000 dólares por contrato. El precio de liquidación al final de este día es de 50.200 dólares. ¿Cuánto deberá añadir el miembro a su cuenta de garantía con la Cámara de Compensación del mercado?

2.16. El 1 de julio del 2001, una compañía firma un contrato a plazo para comprar 10 millones de yens japoneses a 1 de enero del 2002. El 1 de septiembre del 2001 firma un contrato a plazo para vender 10 millones de yens japoneses a 1 de enero de 2002. Explique cómo será la liquidación de esta estrategia.

2.17. El precio a plazo publicado de una entrega de francos suizos a 45 días es de 1,8204. El precio del futuro de un contrato que será entregado en 45 días es de 0,5479. Explique estas dos cotizaciones. ¿Cuál de ellas es más favorable para un inversor que quiere vender francos suizos?

2.18. Suponga que llama a su agente y le da instrucciones para vender un contrato de cerdos de julio. Explique qué ocurrirá.

2.19. «Especular en mercados de futuros es puro riesgo. Va contra el interés público permitir actuar a los especuladores en los mercados de futuros.» Discuta este punto de vista.

2.20. Identifique el contrato de mayor interés abierto en la Tabla 2.2. Considere cada una de las siguientes secciones por separado: grano y derivados de soja, ganado y carne, alimentación y fibra, y metales y petróleo.

2.21. ¿Qué cree que pasaría si un mercado iniciase la negociación de un contrato y la calidad del activo subyacente no estuviese detallada por completo?

2.22. «Cuando en el parqué se negocia un contrato de futuros, puede darse el caso de que el interés abierto suba en uno, permanezca igual, o baje en uno.» Explique esta afirmación.

2.23. Supongamos que el 24 de octubre del 2001 usted toma una posición corta en un contrato de futuros de ganado de abril del 2002. Usted cierra su posición el 21 de enero del 2001. El precio del futuro (por libra) es de 61,20 centavos cuando firma el contrato, 58,30 cuando cierra su posición, y 58,80 centavos al final de diciembre del 2001. El contrato unitario es por la entrega de 40.000 libras de ganado. ¿Cuál será su beneficio total? ¿Cómo le ha afectado fiscalmente (a) como un coberturista o (b) como un especulador?

Preguntas de repaso

2.24. Una compañía toma una posición corta en un contrato de futuros para vender 5.000 bushels de harina a 250 centavos el bushel. La garantía inicial es 3.000 dólares y la garantía de mantenimiento es 2.000 dólares. ¿Qué cambio de precio llevaría a una reclamación de garantía? ¿Bajo qué circunstancias podríamos haber retirado 1.500 dólares de la cuenta de garantía?

2.25. Suponga que el 15 de marzo del 2001 los especuladores tendiesen a estar cortos en futuros con subyacente azúcar-mundial (*Sugar-World*) y los coberturistas largos sobre el mismo subyacente. ¿Qué implica el argumento de Keynes y Hicks sobre el precio esperado futuro del azúcar? Use la Tabla 2.2. Explique cuidadosamente qué queremos decir con precio esperado de una mercancía en una fecha futura concreta.

2.26. Suponga que se puede almacenar maíz por 20 centavos por bushel y año y que el tipo de interés libre de riesgo es el 5 por ciento anual. ¿Cómo podría usted hacer dinero en el mercado del maíz el 15 de marzo del 2001 negociando con los contratos de mayo del 2001 y mayo del 2002? Use la Tabla 2.2.

2.27. «Una posición larga en un contrato a plazo (*forward*) equivale a una posición larga en una opción de compra y una posición corta en una opción de venta.» Explique esta afirmación.

CAPÍTULO 3

Determinación de precios a plazo y de los futuros

En este capítulo hablaremos de cómo están relacionados los precios a plazo y los precios de los futuros con el precio de su activo subyacente. Los contratos a plazo son generalmente más fáciles de analizar que los contratos de futuros dado que no suponen liquidaciones diarias —sólo un único pago al vencimiento. Como consecuencia, la mayoría de los análisis de la primera parte de este capítulo van dirigidos a determinar precios a plazo antes que precios de los futuros. Afortunadamente puede demostrarse que el precio a plazo y el precio del futuro de un activo son muy parecidos cuando el vencimiento de los dos contratos es el mismo. En la segunda parte de este capítulo usamos este resultado para examinar las propiedades de los precios de futuros para contratos sobre índices de acciones, tipos de cambio y otros activos.

3.1. ACTIVOS DE INVERSIÓN vs. ACTIVOS PARA EL CONSUMO

Cuando consideramos los contratos a plazo y los contratos de futuros, resulta importante distinguir entre activos de inversión y activos de consumo. Un *activo de inversión* es un activo que un número significativo de inversores mantienen con el propósito de invertir. Los bonos y las acciones son claramente activos de inversión. El oro y la plata son también ejemplos de activos de inversión. Nótese que los activos de inversión no tienen porqué mantenerse únicamente para inversión. La plata, por ejemplo, tiene un considerable número de usos industriales. Sin embargo deben satisfacer el requisito de ser mantenidos por un número significativo de inversores únicamente para la inversión. Un *activo de consumo* es un activo que se mantiene principalmente para su consumo. No suele ser mantenido para la inversión. Ejemplos de activos de consumo son mercancías como el cobre, aceite y pancetas de cerdo.

Como veremos más adelante en este capítulo, podemos usar argumentos de arbitraje para determinar los precios a plazo y de futuro de un activo de inversión a partir de su precio al

contado y otras variables de mercado observables. No podemos hacer esto para los precios a plazo y de futuros de los activos de consumo.

3.2. VENTA AL DESCUBIERTO (*SHORT SELLING*)

Algunas de las estrategias de arbitraje presentadas en este capítulo implican vender a corto (*short selling*). Vender a corto (*shorting*) implica la venta de valores que no tenemos en propiedad. Esto en ocasiones es posible para algunos —aunque no para todos— de los activos de inversión. Ilustraremos su funcionamiento considerando una venta a corto de acciones.

Supongamos que un inversor contacta con su agente para vender a corto 500 acciones de IBM. Entonces el agente pedirá prestadas las acciones a otro cliente y las venderá en Bolsa en la forma habitual. El inversor puede mantener la posición a corto durante tanto tiempo como desee siempre que haya acciones que el agente pueda pedir prestadas. En algún momento, el inversor cerrará la posición comprando 500 acciones de IBM. Éstas, entonces, serán devueltas a la cuenta del cliente que las cedió en préstamo. El inversor obtiene beneficio si el precio de la acción ha disminuido y pérdida si éste ha subido. Si en algún momento mientras el contrato sigue abierto al agente se le agotan las acciones a préstamo, el inversor se verá restringido en su operación a corto (*Short-squeezed*) lo cual forzará el cierre inmediato de la posición, aunque no esté preparado para eso.

Un inversor con una posición corta debe pagar a su agente los ingresos que, como dividendos o intereses, corresponderían normalmente a los valores que han sido vendidos a corto. El agente los transferirá a la cuenta del cliente al que pidió prestados esos valores. Consideremos la situación de un inversor que vende a corto 500 aciones de IBM en abril cuando el precio por acción es de 120 dólares y cierra su posición comprándolas de nuevo en julio cuando el precio por acción es de 100 dólares. Supóngase que se ha pagado un dividendo de 1 dólar por acción en mayo. El inversor recibe $500 \times \$120 = 60.000$ dólares en abril cuando la situación a corto se inicia. El dividendo supone el pago de $500 \times \$1 = 500$ dólares en mayo. El inversor también paga $500 \times \$100 = 50.000$ dólares cuando cierra la posición en julio. El beneficio neto será:

$$\$60.000 - \$500 - \$50.000 = \$9.500$$

Este ejemplo está resumido en la Tabla 3.1.

Al inversor se le exige una cuenta de garantía (*margin account*) con el agente. La cuenta de garantía consiste en dinero y activos líquidos depositados por el inversor en el agente (*broker*) para garantizar que el inversor no se escapará de la posición corta si el precio de las acciones creciese. Es similar a la cuenta de garantía discutida en el Capítulo 2 para los contratos de futuros. Se requiere un depósito inicial y de darse movimientos adversos (es decir, aumentos) en el precio del activo que se está vendiendo a corto, pueden ser requeridos depósitos adicionales. Esta cuenta de garantía no representa coste alguno para el inversor. Esto ocurre porque se cobra intereses sobre el saldo de una cuenta de garantía y, si el tipo de interés ofrecido es inaceptable, pueden utilizarse activos líquidos (*marketable securities*) como Letras del Tesoro para satisfacer las garantías requeridas. Los ingresos de la venta del activo pertenecen al inversor y normalmente forman parte del margen inicial de garantía.

Los reguladores en los Estados Unidos sólo permiten en la actualidad que las acciones sean vendidas a corto cuando el movimiento más reciente del precio del valor es un aumento (*uptick*). Se hace una excepción cuando los operadores venden a corto una cartera de acciones replicando un índice de acciones.

Tabla 3.1. Ejemplo de una venta a corto.

Fuente: Mesa del operador

Un inversor vende a corto 500 acciones de IBM en abril cuando el precio es de 120 dólares y vuelve a comprarlas (para cerrar la posición) en julio cuando el precio es de 100 dólares. Se paga un dividendo de 1 dólar por acción en mayo.

El beneficio

El inversor recibe 500 × \$120 en abril, debiendo pagar 500 × \$1 en mayo cuando se declaran los dividendos. El coste de cerrar la posición es 500 × \$100. El beneficio neto es (ignorando el valor temporal del dinero), por lo tanto:

$$(500 \times \$120) - (500 \times \$1) - (500 \times \$100) = \$9.500$$

3.3. MIDIENDO LOS TIPOS DE INTERÉS

Antes de entrar en los detalles sobre la determinación de los precios a plazo y de futuros es importante que hablemos sobre cómo se miden los tipos de interés. Una afirmación de un banco sobre que el tipo de interés sobre un depósito a un año es el 10 por ciento anual puede parecer sencilla y sin ambigüedades. De hecho, el significado preciso de esa frase depende de la manera en que se mida el tipo de interés.

Si el tipo de interés se fija compuesto anual, la afirmación del banco de que el tipo de interés es el 10 por ciento significa que 100 dólares crecen hasta

$$\$100 \times 1{,}1 = \$110$$

al final de un año. Cuando el tipo de inetrés se expresa con composición semianual, significa que ganamos el 5 por ciento de cada seis meses, siendo reinvertido el interés. En ese caso 100 dólares crecen hasta

$$\$100 \times 1{,}05 \times 1{,}05 = \$110{,}25$$

al final de un año. Cuando el tipo de interés se expresa con composición trimestral, la afirmación del banco quiere decir que ganamos el 2,5 por ciento cada tres meses, siendo el interés reinvertido. Los 100 dólares crecen hasta

$$\$100 \times 1{,}025^4 = \$110{,}38$$

al final de un año. La Tabla 3.2. muestra el resultado de incrementar más la frecuencia de composición.

La frecuencia de composición define las unidades en las que se mide un tipo de interés. Un tipo expresado con una frecuencia de composición puede ser convertido en un tipo equivalente con una frecuencia de composición diferente. Por ejemplo, en la Tabla 3.2 vemos que el 10,25 por ciento con composición anual es equivalente al 10 por ciento con composición semianual.

Podemos pensar en la diferencia entre una frecuencia de composición y otra de modo análogo a la diferencia entre kilómetros y millas.

Consideremos una cantidad A, invertida durante n años a un tipo de interés R anual. Si el interés es compuesto una vez al año, el valor final de la inversión será:

$$A(1 + R)^n$$

Tabla 3.2. Resultado de aumentar el número de capitalizaciones compuestas durante un año sobre un valor de 100 dólares cuando el tipo de interés es el 10 por ciento anual.

Frecuencia de composición	Valor de 100 dólares al final del año ($)
Anualmente ($m = 1$)	110,00
Semianualmente ($m = 2$)	110,25
Trimestralmente ($m = 4$)	110,38
Mensualmente ($m = 12$)	110,47
Semanalmente ($m = 52$)	110,51
Diariamente ($m = 365$)	110,52

Si es compuesto m veces al año, el valor final de la inversión será:

$$A\left(1 + \frac{R}{m}\right)^{mn} \tag{3.1}$$

Interés compuesto continuo

El límite cuando m tiende a infinito se conoce como *composición continua*. Cuando la composición es continua se puede demostrar que una cantidad A invertida durante n años a un interés R se convierte en:

$$Ae^{Rn} \tag{3.2}$$

donde $e = 2{,}71828$. La función e^x está en muchas calculadoras, por lo que el cálculo de la Expresión (3.2) no presenta ninguna dificultad. En el ejemplo de la Tabla 3.2, $A = 100$, $n = 1$, y $R = 0{,}1$ lo que implica que el valor en el que se transformará A con la composición continua será:

$$100e^{0.1} = \$110{,}52$$

Esto es (con dos decimales) igual al valor obtenido utilizando la composición diaria. Para muchas aplicaciones prácticas, la composición continua puede considerarse equivalente a la composición diaria. Componer una suma de dinero al interés compuesto continuo R durante n años implica multiplicarlo por e^{Rn}. Descontarlo al interés compuesto continuo R durante n años implica multiplicar por e^{-Rn}.

En este libro, el tipo de interés será el compuesto continuo, salvo cuando se indique lo contrario. Es posible que los lectores acostumbrados a trabajar con tipos de interés compuesto anual, semianual u otros lo encuentren al principio un tanto extraño. No obstante, el tipo de interés compuesto continuo es tan utilizado en la valoración de opciones y otros activos derivados complejos, que es más importante acostumbrarse desde ahora a trabajar con él.

Suponga que R_c es un tipo de interés continuo y que R_m es el tipo nominal equivalente compuesto m veces por año. De los resultados en (3.1) y (3.2) obtenemos

$$Ae^{R_c n} = A\left(1 + \frac{R_m}{m}\right)^{mn}$$

o

$$e^{R_c} = A\left(1 + \frac{R_m}{m}\right)^m$$

Esto significa que

$$R_c = m \ln\left(1 + \frac{R_m}{m}\right) \tag{3.3}$$

y

$$R_m = m(e^{R_c/m} - 1) \tag{3.4}$$

Estas ecuaciones pueden ser utilizadas para convertir un interés nominal, cuando la frecuencia de composición es m veces al año, a un interés compuesto continuo y viceversa. La función ln es la función de logaritmo natural y se encuentra en muchas calculadoras. Se define como: $y = \ln x$, entonces $x = e^y$.

Ejemplos

1. Considere un tipo de interés del 10 por ciento anual compuesto semianualmente. Utilizando la Ecuación (3.3) con $m = 2$ y $R_m = 0{,}1$; el tipo compuesto continuo equivalente es

$$2 \ln\left(1 + \frac{0{,}1}{2}\right) = 0{,}09758$$

o 9,758 por ciento anual.

2. Supongamos que un prestamista pretende conseguir un 8 por ciento anual compuesto continuo en sus préstamos y que el interés se paga trimestralmente. Utilizando la Ecuación (3.4) con $m = 4$ y $R_c = 0{,}08$, el interés compuesto trimestral equivalente es

$$4(e^{0{,}08/4} - 1) = 0{,}0808$$

o el 8,08 por ciento anual. Esto significa que en un préstamo de 1.000 dólares deberán efectuarse pagos de intereses por valor de 20,20 dólares cada trimestre.

3.4. SUPUESTOS Y NOTACIÓN

En este capítulo supondremos que las siguientes afirmaciones son ciertas para algunos participantes en el mercado:

1. Los participantes en el mercado no están sujetos a costes de transacción cuando operan.
2. Los participantes en el mercado están sujetos al mismo tipo impositivo sobre todos los beneficios netos derivados del comercio.
3. Los participantes en el mercado pueden pedir prestado dinero al mismo tipo de interés libre de riesgo al que pueden hacer préstamos.
4. Los participantes en el mercado aprovechan las oportunidades de arbitraje cuando éstas se presentan.

Nótese que no requerimos que estos supuestos sean ciertos para todos los participantes en el mercado. Todo lo que pedimos es que sean ciertos —o al menos aproximadamente ciertos— para una parte de los mismos como, por ejemplo, los grandes bancos de inversión. Éste no es un supuesto excesivo. Es la actividad comercial de estos participantes en el mercado y su avidez por aprovechar las oportunidades de arbitraje a medida que éstas se suceden lo que determina la relación entre precios a plazo y precios *spot*.

A lo largo de este capítulo será utilizada la siguiente notación:

T: Tiempo hasta la fecha de entrega del contrato a plazo (en años).
S_0: Precio del activo subyacente en el contrato a plazo hoy.
F_0: Precio a plazo hoy.
r: Tipo de interés libre de riesgo anual, con composición contínua, para una inversión que vence en la fecha de entrega (es decir, en T años).

El tipo de interés libre de riesgo, r, es en teoría el tipo al cual se presta y toma prestado cuando no hay riesgo de crédito cuando se tiene la certeza de que el préstamo se devolverá. A menudo se piensa como el tipo de interés del Tesoro, es decir, el tipo de interés al que el gobierno toma prestado en su propia moneda. En la práctica, las grandes instituciones financieras normalmente fijan r igual al 'London Interbank Offer Rate' (LIBOR) en lugar del tipo del Tesoro en las fórmulas de este capítulo —y en las del resto del libro. El LIBOR se discutirá en el Capítulo 5. Es el tipo pagado por un banco cuando pide un préstamo a otro banco.

3.5. PRECIOS A PLAZO PARA ACTIVOS DE INVERSIÓN

El contrato a plazo más fácil de valorar es aquél acordado sobre un valor que no proporciona al poseedor ningún ingreso. Acciones que no pagan dividendos y bonos u obligaciones cupón cero vendidas al descuento son ejemplos de estos activos de inversión[1].

Ilustración

Consideremos una posición larga en un contrato a plazo para comprar una acción que no pagará dividendos en los tres meses que durará el contrato. Supongamos que el precio actual de la acción es de 40 dólares y el tipo de interés libre de riesgo a tres meses es del 5 por ciento anual. Consideramos dos estrategias extremas de arbitraje.

Supongamos primero que el precio a plazo es relativamente alto: 43 dólares. Un arbitrajista podría pedir prestados 40 dólares al tipo de interés libre de riesgo del 5 por ciento anual, comprar una acción, y tomar posición corta en un contrato a plazo para vender una acción en tres meses. Al final de los tres meses, el arbitrajista entregará la acción y recibirá 43 dólares. La cantidad de dinero necesaria para saldar el préstamo será:

$$40e^{0,05 \times 3/12} = \$40,50$$

El arbirajista, siguiendo esta estrategia, cierra con un beneficio de \$43,00 − \$40,50 = \$2,50 al final del período de tres meses. La estrategia se resume en la Tabla 3.3.

[1] Algunos de los contratos que se usan como ejemplos en la primera mitad de este capítulo (por ejemplo, contratos *forward* sobre acciones de empresas concretas) normalmente no se dan en la práctica. Sin embargo, son ejemplos de utilidad en el desarrollo de las ideas centrales aquí tratadas.

Tabla 3.3. Oportunidad de arbitraje cuando el precio a plazo de una acción que no paga dividendo es demasiado alto.

Fuente: Mesa del operador

El precio a plazo de una acción para un contrato con fecha de entrega a tres meses es de 43 dólares. El tipo de interés libre de riesgo a tres meses es el 5 por ciento anual, y el precio actual de la acción es 40 dólares. No se esperan dividendos.

Oportunidad

El precio a plazo respecto al precio de la acción es demasiado alto. Un arbitrajista puede

1. Pedir prestados 40 dólares para comprar una acción al contado.
2. Firmar un contrato para vender una acción en tres meses.

Al final de los tres meses, el arbitrajista entrega la acción y recibe 43 dólares. La cantidad de dinero necesaria para saldar el préstamo es $40e^{0,05 \times 3/12} = \$40,50$. El arbitrajista, por lo tanto, obtiene un beneficio al final del período de tres meses de

$$\$43 - \$40,50 = \$2,50$$

Supongamos ahora que el precio a plazo es relativamente bajo, a 39 dólares. Un arbitrajista puede vender a corto una acción, invertir los ingresos de la venta a corto al 5 por ciento anual durante 3 meses, y aceptar una posición larga en un contrato a plazo de tres meses. Los ingresos de la venta a corto ascenderán a:

$$40e^{0,05 \times 3/12}$$

o 40,50 dólares en tres meses. Al final de los tres meses, el arbitrajista pagará 39 dólares, aceptará la entrega de la acción bajo los términos del contrato a plazo, y lo utilizará para cerrar la posición corta. Conseguirá, por lo tanto, un beneficio neto de

$$\$40,50 - \$39,00 = \$1,50$$

al final de los tres meses. Esta estrategia está resumida en la Tabla 3.4.

¿Bajo qué circunstancias no existen posiciones semejantes a las expuestas en las Tablas 3.3 y 3.4? El arbitraje en la Tabla 3.3 funciona cuando el precio a plazo es menor que 40,50 dólares. Deducimos que para que no haya arbitraje el precio a plazo debe ser exactamente 40,50 dólares.

Una generalización

Para generalizar este ejemplo, consideraremos un contrato a plazo sobre un activo con precio S_0 que no proporciona ninguna renta adicional (dividendo, cupón, etc.). Utilizando nuestra notación, T es el tiempo hasta el vencimiento, r es el interés libre de riesgo, y F_0 es el precio a plazo. La relación entre F_0 y S_0 es:

$$F_0 = S_0 e^{rT} \tag{3.5}$$

Si $F_0 > S_0 e^{rT}$, los arbitrajistas puden comprar el activo y tomar posiciones cortas en contratos a plazo sobre el mismo.

Tabla 3.4. Oportunidad de arbitraje cuando el precio a plazo de una acción que no paga dividendo es demasiado bajo.

Fuente: Mesa del operador

El precio a plazo de una acción para un contrato con fecha de entrega a tres meses es de 39 dólares. El tipo de interés libre de riesgo a tres meses es el 5 por ciento anual y el precio actual de la acción es 40 dólares. No se esperan dividendos.

Oportunidad

El precio a plazo respecto al precio de la acción es demasiado bajo. Un arbitrajista puede

1. Vender a corto una acción inviertiendo los ingresos de la venta a corto al 5 por ciento anual durante tres meses.
2. Aceptar una posición larga en un contrato a plazo a tres meses sobre una acción.

Los ingresos de la venta a corto (por ejemplo, 40 dólares) ascienden a $40e^{0,05 \times 3/12} = \$40,50$. Al final de los tres meses, el arbitrajista paga 39 dólares y acepta la entrega de la acción bajo los términos del contrato a plazo. La acción es utilizada para cerrar la posición corta. El arbitrajista, por lo tanto, obtiene un beneficio neto al final del período de tres meses de

$$\$40,50 - \$30,00 = \$1,50$$

Si $F_0 < S_0 e^{rT}$, los arbitrajistas pueden ahora vender el activo a corto y comprar contratos a plazo sobre él[2]. En el ejemplo considerábamos $S_0 = 40$, $r = 0,05$, y $T = 0,25$ con lo cual la Ecuación (3.5) nos da

$$F_0 = 40e^{0,05 \times 0,25} = \$40,50$$

Lo que concuerda con nuestros cálculos previos.

Ejemplo

Consideremos un contrato a plazo de cuatro meses para comprar un bono cupón cero que vence dentro de un año a partir de la fecha de hoy. El precio actual del bono es de 930 dólares. (Como al bono le faltarán ocho meses para el vencimiento en la fecha de vencimiento del contrato a plazo, podemos considerar éste como un contrato a plazo para la compra de un bono cupón cero de ocho meses). Supondremos que el tipo de interés libre de riesgo de cuatro meses (compuesto continuo) es el 6 por ciento anual. Como los bonos al descuento no proporcionan ninguna renta, podemos utilizar la Ecuación (3.5) con $T = 0,333$, $r = 0,06$, y $S = 930$. El precio a plazo, F_0, viene dado por

$$F_0 = 930e^{0,06 \times 4/12} = \$948,79$$

Éste sería el precio de entrega de un contrato negociado hoy.

[2] Otra forma de ver que la Ecuación (3.5) es correcta es considerando la siguiente estartegia: comprar una unidad del activo y tomar una posición corta en una contrato a plazo para su venta por F_0 en el momento T. S_0 debe ser por tanto igual al valor actual de F_0; es decir, $S_0 = F_0 e^{-rT}$, lo que equivale a $F_0 = S_0 e^{rT}$.

¿Qué ocurre si no fuesen posibles las ventas a corto?

Las ventas a corto no son posibles para todos los activos de inversión. Aunque esto sea así no importa. Para derivar la Ecuación (3.5) no necesitamos la posibilidad de vender a corto el activo. Todo lo que se requiere es que haya un número significativo de gente que mantenga el activo sólo para inversión (y por definición esto siempre es cierto para un activo de inversión). Si el precio a plazo es demasiado bajo, encontrarán atractivo vender el activo y tomar una posición larga en un contrato a plazo.

Suponga que el activo subyacente es oro y que no hay gastos de almacenamiento. Si $F_0 > S_0 e^{rT}$ un inversor puede adoptar la siguiente estrategia:

1. Tomar prestados S_0 dólares a un tipo de interés r para T años.
2. Comprar una onza de oro.
3. Tomar una posición corta sobre una onza de oro.

En el momento T una onza de oro se vende por F_0. La cantidad $S_0 e^{rT}$ se requiere para devolver el préstamo en ese momento y el inversor obtiene un beneficio de $F_0 - S_0 e^{rT}$.

Suponga ahora que $F_0 < S_0 e^{rT}$. En ese caso un inversor propietario de una onza de oro puede

1. Vender el oro por S_0.
2. Invertir ese dinero a un tipo de interés r durante un plazo T.
3. Tomar una posición larga en un contrato a plazo sobre una onza de oro.

En el momento T el dinero invertido habrá crecido hasta $S_0 e^{rT}$. El oro se recompra por F_0 y el inversor obtiene un beneficio de $S_0 e^{rT} - F_0$ respecto a la posición que hubiese tenido de haber mantenido el oro.

Al igual que en el ejemplo de las acciones que no pagan dividendo considerado previamente, podemos esperar que se ajuste el precio a plazo de forma que ninguna de las dos oportunidades de arbitraje existiese. Esto implica que la Ecuación (3.5) debe cumplirse.

Tabla 3.5. Oportunidad de arbitraje cuando el precio a plazo sobre un bono que paga cupón es demasiado alto.

Fuente: Mesa del operador

El precio a plazo de un bono para un contrato con fecha de entrega en un año es de 930 dólares. El precio al contado actual es 900 dólares. Se esperan pagos de cupones de 40 dólares en seis meses y un año. Los tipos de interés libre de riesgo a seis meses y un año son 9 y 10 por ciento anual respectivamente.

Oportunidad

El precio a plazo es demasiado alto. Un arbitrajista puede

1. Pedir prestados 900 dólares para comprar un bono.
2. Tomar una posición corta en un contrato a plazo sobre un bono.

El préstamo de 900 dólares se compone de 38,24 dólares pedidos prestados al 9 por ciento anual durante seis meses y 861,76 dólares que se piden prestados al 10 por ciendo anual durante un año. El primer pago de cupón de 40 dólares es lo suficiente para reembolsar exactamente el interés y el principal sobre los 38,24 dólares. Al final del año, se recibe el segundo cupón de 40 dólares, se reciben 930 dólares por el bono bajo los términos del contrato a plazo, y se requieren 952,39 para pagar el principal y los intereses sobre los 861,77 dólares. El beneficio neto será, por lo tanto,

$$\$40{,}00 + \$930{,}00 - \$952{,}39 = \$17{,}61$$

3.6. INGRESOS CONOCIDOS PREVIAMENTE

En esta sección, consideramos un contrato a plazo sobre un valor que proporcionará unos pagos en metálico perfectamente predecible para su poseedor. Ejemplos serían acciones que pagan dividendos conocidos y bonos que pagan cupones. Adoptaremos los mismos planteamientos que en la anterior sección. Primero presentaremos un ejemplo numérico y luego revisaremos los argumentos formales.

Ilustración

Consideremos un contrato a plazo para la compra de un bono que paga cupones cuyo precio actual es 900 dólares. Supondremos que el contrato a plazo vence dentro de un año y que el bono vence dentro de cinco años, es decir, el contrato a plazo es un contrato de compra de un bono de cuatro años dentro de un año. También supondremos que los pagos de los cupones de 40 dólares dentro de seis meses y después de doce meses siendo el segundo pago de cupón inmediatamente anterior al vencimiento del contrato a plazo. Asumimos que los tipos de interés libre de riesgo a seis meses y un año (compuestos continuos) son 9 y 10 por ciento anual, respectivamente.

Supongamos, en primer lugar, que el precio a plazo es relativamente alto: 930 dólares. Un arbitrajista puede pedir prestado 900 dólares para comprar el bono y vender a corto un contrato a plazo. El primer pago de cupón supone un valor actual de $40e^{-0,09 \times 0,5} = 38,24$ dólares. De los 900 dólares, 38,24 dólares se piden prestados al 9 por ciento anual durante seis meses, con lo cual se pueden devolver con el pago del primer cupón. Los restantes 861,6 dólares se piden prestados al 10 por ciento anual durante un año. La cantidad que se debe al final del año es $861,76e^{0,1 \times 1} = 952,39$ dólares. El segundo cupón proporciona 40 dólares, y se reciben 930 dólares por el bono bajo los términos del contrato a plazo. El arbitrajista, por lo tanto, consigue un beneficio neto de

$$\$40 + \$930 - \$952,39 = \$17,61$$

Esta estrategia está resumida en la Tabla 3.5.

Supongamos ahora que el precio a plazo es relativamente bajo: 905 dólares. Un inversor que posea el bono puede venderlo y firmar un contrato a plazo. De los 900 dólares obtenidos al vender el bono, 38,24 dólares se invierten durante seis meses al 9 por ciento anual de manera que se convierta en una cantidad suficiente para igualar el cupón que se habría pagado por el bono. Los restantes 861,76 dólares se invierten durante doce meses al 10 por ciento anual y se convierten en 952,39 dólares. De esta cantidad, 40,00 dólares se utilizan para reemplazar el cupón que habríamos recibido por el bono, y 905 dólares se pagan bajo los términos del contrato a plazo para devolver el bono a la cartera del inversor. El inversor por lo tanto obtiene un beneficio de

$$\$952,39 - \$40,00 - \$905,00 = \$7,39$$

en relación con la posición que el inversor habría tenido si se hubiese quedado con el bono. Esta estrategia está resumida en la Tabla 3.6.

La estrategia de la Tabla 3.5 produce un beneficio cuando el precio a plazo es superior a 912,39 dólares, mientras que la estrategia de la Tabla 3.6 produce un beneficio cuando el

precio a plazo es inferior a 912,39 dólares. Se deduce que, para evitar oportunidades de arbitraje, el precio debe ser 912,39 dólares.

Tabla 3.6. Oportunidad cuando el precio a plazo de un bono que paga cupón es demasiado bajo.

Fuente: Mesa del operador

El precio a plazo de un bono para un contrato con fecha de entrega en un año es 905 dólares. El precio al contado actual es 900 dólares. Se esperan pagos de cupón de 40 dólares a los seis meses y al año. Los tipos de interés libres de riesgo a seis meses y un año son 9 y 10 por ciento anual, respectivamente.

Oportunidad

El precio del futuro es demasiado bajo. Un inversor propietario del bono puede:

1. Vender un bono.
2. Firmar un contrato a plazo para volver a comprar el bono dentro de un año.

De los 900 dólares que obtendrían al vender el bono, 38,24 dólares son invertidos durante seis meses al 9 por ciento anual y 861,76 dólares son invertidos durante un año al 10 por ciento anual. Esta estrategia proporciona un ingreso de 40 dólares a los seis meses y de 952,39 dólares en el plazo de un año. Los 40 dólares reemplazan el cupón que se habría recibido por el bono a los seis meses. De los 952,39 dólares, 40 dólares reemplazan el cupón que se habría recibido por el bono al cabo de un año. Bajo los términos de un contrato a plazo, el bono se vuelve a comprar por 905,00 dólares. La estrategia de vender un bono y volver a comprarlo, es por lo tanto

$$\$952{,}39 - \$40{,}00 - \$905{,}00 = \$7{,}39$$

más rentable que simplemente mantener el bono durante el año.

Una generalización

Para generalizar a partir de este ejemplo, consideraremos un contrato a plazo sobre un valor que proporciona una renta con un valor actual I a lo largo de la vida del contrato a plazo.

$$F_0 = (S_0 - I\$)e^{rT} \tag{3.6}$$

En el ejemplo consideramos, $S_0 = 900$, $I = 40e^{-0{,}09 \times 0{,}5} + 40e^{-0{,}10 \times 1} = 74{,}333$, $r = 0{,}1$ y $T = 1$ por lo tanto

$$F_0 = (900{,}00 - 74{,}433)e^{0{,}1 \times 1} = \$912{,}39$$

Esto concuerda con nuestros cálculos previos. La Ecuación (3.6) se aplica a cualquier activo que genere un ingreso líquido conocido.

Si $F_0 > (S_0 - I)e^{rT}$, un arbitrajista puede asegurarse un beneficio comprando el activo y tomando una posición corta en un contrato a plazo sobre el activo. Si $F_0 < (S_0 - I)e^{rT}$ el arbitrajista puede asegurarse un beneficio vendiendo el activo a corto y tomando una posición

larga en un contrato a plazo. Si las ventas a corto no son posibles, los inversores propietarios del activo encontrarán provechoso vender el activo y entrar en una posición larga en contratos a plazo[3].

Ejemplo

Consideremos un contrato a plazo a diez meses sobre una acción con un precio de 50 dólares. Asumimos que el tipo de interés libre de riesgo (compuesto continuo) es del 8 por ciento anual para todos los vencimientos. También supondremos que se esperan unos dividendos de 0,75 dólares por acción despúes de tres, seis y nueve meses. El valor actual de los dividendos, I, viene dado por

$$I = 0{,}75e^{-0{,}08\times 3/12} + 0{,}75e^{-0{,}08\times 6/12} + 0{,}75e^{-0{,}08\times 9/12} = 2{,}162$$

La variable T es 10 meses por lo tanto el precio a plazo, F, viene dado por la Ecuación (3.6)

$$F = (50 - 2{,}162)e^{0.08\times 10/12} = \$51{,}14$$

Si el precio a plazo fuera menor que éste, un arbitrajista vendería a corto la acción y compraría contratos a plazo. Si el precio a plazo fuera mayor que éste, un arbitrajista vendería a corto contratos a plazo y compraría la acción al contado.

3.7. RENDIMIENTO CONOCIDO

Consideremos ahora que el activo subyacente en un contrato a plazo genera un rendimiento (*yield*) conocido en lugar de un ingreso líquido conocido. Esto quiere decir que el ingreso, expresado como un porcentaje del precio del activo, es conocido. Suponga que esperamos que un activo genere un rendimiento del 5 por ciento anual. Esto podría querer decir que se abona un 5 por ciento del precio del activo una vez al año. (El rendimiento sería entonces del 5 por ciento compuesto anualmente.) También podría querer decir que el ingreso es del 2,5 por ciento del activo y es pagado dos veces al año. (El rendimiento sería entonces del 5 por ciento anual con composición semianual.) En la Sección 3.3 explicamos que normalmente medimos los tipos de interés con composición contínua. Las fórmulas para traducir un rendimiento medido con una frecuencia de composición a un rendimiento medido con otra frecuencia de composición son las mismas que las utilizadas para tipos de interés en la Sección 3.3.

Definimos q como el rendimiento medio anual de un activo durante la vida de un contrato a plazo. Puede demostrarse (véase Problema 3.22) que

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T} \tag{3.7}$$

[3] Para otra forma de ver que la Ecuación (3.6) es correcta es considerada la siguiente estrategia: compre una unidad del activo y entre en una posición corta en un contrato a plazo para su venta por F_0 en el momento T. Esto cuesta S_0 y supone con certeza una entrada en metálico de F_0 en el momento T e ingreso con valor actual de I. El pago inicial es S_0. El valor actual de los ingresos será $I + F_0 e^{-rT}$. De aquí $S_0 = I + F_0 e^{-rT}$, lo que equivale a $F_0 = (S_0 - I)e^{rT}$.

Ejemplo

Consideremos un contrato a plazo de seis meses sobre un activo del que se espera un dividendo del 2 por ciento en un período de seis meses. El tipo de interés libre de riesgo (compuesto continuo) es el 10 por ciento anual. El precio del activo es 25 dólares. En este caso $S_0 = 25$, $r = 0{,}10$, $T = 0{,}5$. El rendimiento es el 4 por ciento anual con composición semianual. De la Ecuación (3.3) resulta un 3,96 por ciento anual con composición continua. Por lo tanto $q = 0{,}0396$ y de la Ecuación (3.7) el precio a plazo F_0 será

$$F_0 = 25e^{(0{,}10 - 0{,}0396) \times 0{,}5} = \$25{,}77$$

3.8. VALORACIÓN DE CONTRATOS A PLAZO

El valor de un contrato a plazo en el momento en que se firma por primera vez es cero. En una fase posterior puede resultar con un valor positivo o negativo. Usando la notación introducida previamente, suponemos que F_0 es el precio a plazo actual para un contrato que se negoció hace algún tiempo, la fecha de entrega es en T años, y r es el tipo de interés libre de riesgo anual para T años. Definimos también

K: Precio de entrega en el contrato

f: Valor hoy del contrato a plazo

Un resultado general, aplicable a todos los contratos a plazo (tanto en los activos de inversión como en los de consumo), es

$$f = (F_0 - K)e^{-rT} \tag{3.8}$$

Cuando el contrato a plazo se negocia por primera vez, K es igual a F_0 y $f = 0$. A medida que el tiempo pasa, tanto el precio a plazo, F_0, como el valor de contrato, f, cambian.

Para ver por qué la Ecuación (3.8) es correcta, comparemos un contrato de compra a plazo con precio de entrega F_0 con otro contrato a plazo idéntico que tiene un precio de entrega K. La diferencia entre los dos es sólo la cantidad que se pagará por el activo subyacente en el momento T. En el primer contrato esta cantidad es F_0; en el segundo contrato es K. Una diferencia de $F_0 - K$ en el momento T se traduce en una diferencia de $(F_0 - K)e^{-rT}$ hoy. El contrato con un precio de entrega F_0 es, por lo tanto, menos valioso que el contrato con un precio de entrega K en una cantidad de $(F_0 - K)e^{-rT}$. El valor del contrato que tiene un precio de entrega de F_0 es por definición cero. Por tanto el valor del contrato con un precio de entrega de K es $(F_0 - K)e^{-rT}$. Esto prueba la Ecuación (3.8). De igual forma, el valor de una posición corta en un contrato a plazo con precio de entrega K es

$$(K - F_0)e^{-rT}$$

Ejemplo

Consideremos una posición larga en un contrato de compra a plazo sobre una acción que no paga dividendos y que se inició hace algún tiempo. En la actualidad le faltan seis meses

para el vencimiento. El tipo de interés libre de riesgo (compuesto continuo) es el 10 por ciento anual, el precio del acción es 25 dólares, y el precio de entrega es 24 dólares. En este caso $S_0 = 25$, $r = 0{,}10$, $K = 24$. De la Ecuación (3.5), el precio a plazo F_0 viene dado por

$$F_0 = 25e^{0{,}1 \times 0{,}5} = \$26{,}8$$

De la Ecuación (3.8), el valor del contrato a plazo es

$$f = (26{,}28 - 24)e^{-0{,}1 \times 0{,}5} = \$2{,}17$$

La Ecuación (3.8) muestra que podemos valorar una posición larga en un contrato a plazo sobre un activo suponiendo que el precio del activo al vencimiento del contrato a plazo sea igual al precio a plazo F_0. Para ver esto, nótese que cuando hacemos este supuesto, una posición larga en un contrato a plazo implica un beneficio bruto en el momento T de $F_0 - K$. Esto tiene un valor actual de $(F_0 - K)e^{-rT}$, que es el valor de f en la Ecuación (3.8). De forma similar, podemos valorar una posición corta en un contrato a plazo sobre un activo suponiendo que el precio actual a plazo del activo se realiza.

Utilizando la Ecuación (3.8) en conjunción con (3.5), se obtiene la siguiente expresión para el precio de un contrato a plazo sobre un valor que no proporciona ningún ingreso

$$f = S_0 - Ke^{-rT} \tag{3.9}$$

De igual forma, usando la Ecuación (3.8) junto con (3.6), se obtiene la siguiente expresión para el precio del contrato a plazo sobre un valor que proporciona un ingreso conocido con valor actual I:

$$f = S_0 - I - Ke^{-rT} \tag{3.10}$$

Finalmente, utilizando la Ecuación (3.8) en conjunción con (3.7), obtenemos la expresión siguiente para el valor de un contrato a plazo sobre un valor que proporciona una tasa de rentabilidad conocida q:

$$f = S_0e^{-qT} - Ke^{-rT} \tag{3.11}$$

3.9. ¿SON IGUALES LOS PRECIOS A PLAZO Y LOS PRECIOS DE LOS FUTUROS?

El apéndice al final de este capítulo muestra mediante un argumento de arbitraje que, cuando el tipo de interés libre de riesgo es constante e igual para todos los vencimientos, el precio a plazo de un contrato con cierta fecha de entrega es igual que el precio del futuro para un contrato con la misma fecha de entrega. El argumento del apéndice puede extenderse para cubrir situaciones donde el tipo de interés sea una función conocida del tiempo.

Cuando los tipos de interés varían de forma impredecible (como sucede en el mundo real), los precios a plazo y de los futuros, en teoría, ya no serán los mismos. La prueba de la relación entre los dos va más allá del alcance de este libro. Sin embargo, podemos encontrar cierto sentido a la naturaleza de la relación considerando la posición en la que el precio del activo subyacente, S, está fuertemente correlacionado de forma positiva con los tipos de interés.

Cuando S crece, un inversor que tiene una posición larga en futuros obtiene inmediatamente beneficios debido al procedimiento de liquidaciones diarias. La correlación positiva indica que es probable que los tipos de interés también hayan subido. Este beneficio tenderá a ser invertido a un tipo de interés más alto que la media. De forma similar, cuando S disminuye, el inversor tendrá pérdidas inmediatas. Estas pérdidas tenderán a financiarse a un tipo de interés más bajo que la media. Un inversor que tiene un contrato a plazo y no un contrato de futuros no se verá afectado en esa forma por los movimentos de los tipos de interés. Por tanto, una posición larga en futuros será más atractiva que un contrato de compra a plazo. De ahí que cuando S está muy correlacionado de forma positiva con los tipos de interés, los precios de los futuros tenderán a ser más altos que los precios a plazo. Cuando S está fuertemente correlacionado de forma negativa con los tipos de interés, un argumento similar demuestra que los precios a plazo tenderán a ser más altos que los precios de los futuros.

Las diferencias teóricas entre los precios a plazo y de los futuros son, en la mayoría de circunstancias, suficientemente pequeñas como para poder ignorarlas. En la práctica hay un número de factores, no reflejados en los modelos teóricos, que pueden hacer que el precio a plazo y de los futuros sean diferentes. Estos factores incluyen los impuestos, costes de transacción, y el tratamiento de garantías. El riesgo de impago por alguna de las partes es generalmente menor en el caso de un contrato de futuros debido al papel de la Cámara de Compensación. También, en algunos casos, los contratos de futuros son más líquidos y fáciles de negociar que los contratos a plazo. A pesar de todos estos puntos, es razonable para la mayoría de propósitos, suponer que los precios a plazo y de los futuros son iguales. Éste es el supuesto que haremos a lo largo de este libro. El símbolo F_0 será utilizado para representar tanto el precio del futuro como el precio a plazo de un activo.

A medida que aumenta la vida de un contrato de futuros, las diferencias entre contratos a plazo y de futuros tienden a ser significativas. Es peligroso, por tanto, suponer que los precios a plazo y de futuros son sustitutos perfectos unos de otros. Este punto es particularmente relevante en el contrato de futuros sobre eurodólares con vencimientos de hasta 10 años. Estos contratos se cubren en el Capítulo 5.

Investigación empírica

Parte de las investigaciones empíricas que se han llevado a cabo comparando los contratos a plazo y de los futuros están referenciadas al final de este capítulo. Cornell y Reinganum estudiaron los precios a plazo y de los futuros sobre la libra esterlina, el dólar canadiense, el marco alemán, el yen japonés, y el franco suizo entre 1974 y 1979. Encontraron muy pocas diferencias estadísticamente significativas entre los dos precios. Sus resultados fueron confirmados por Park y Chen quienes, como parte de su estudio, examinaron la libra esterlina, el marco alemán, el yen japonés, y el franco suizo entre 1977 y 1981.

Los franceses han estudiado los mercados del cobre y la plata durante el período comprendido entre 1968 y 1980. Los resultados para la plata demostraron que el precio del futuro y el precio a plazo son significativamente diferentes (al nivel de confianza del 5 por ciento) con el precio del futuro generalmente por encima del precio a plazo. El resultado para el cobre es menos contundente. Park y Chen examinaron el oro, la plata, monedas de plata, platino, cobre, y madera (*plywood*) entre 1977 y 1981. Sus resultados fueron similares a los obtenidos por los investigadores franceses para la plata. Los precios a plazo y de los futuros son significativamente diferentes al precio del futuro superior del precio a plazo. Rendleman y Carabini estudiaron el mercado de las Letras del Tesoro entre 1976 y 1978. Ellos también encontraron

diferencias estadísticas significativas entre los precios de los futuros y a plazo. En todos estos estudios parece que las diferencias observadas son debidas a los factores mencionados en la sección anterior (impuestos, costes de transacción, etc.).

3.10. FUTUROS SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES

Un *índice sobre acciones* sigue los cambios en el valor de una cartera hipotética de acciones. La ponderación de las acciones de una empresa en la cartera iguala la proporción de la cartera invertida en esas acciones. Los aumentos porcentuales en el valor del índice durante un pequeño intervalo de tiempo se definen normalmente como el porcentaje en que se incrementa el valor total de las acciones incluidas en la cartera hipotética en este momento. Los dividendos en metálico normalmente se ignoran, de forma que el índice sigue las pérdidas y ganancias de capital de la inversión en la cartera[4].

Aunque la cartera hipotética de acciones permaneciese fija, las ponderaciones asignadas a cada acción en la cartera no permanecen constantes. Si el precio de unas acciones en la cartera crece más rápidamente que otros, automáticamente se les da una mayor ponderación. Una consecuencia de esto es que, si la ponderación de las acciones en la cartera son especificadas como constantes a lo largo del tiempo, la cartera hipotética cambiará cada día. Algunos índices se construyen a partir de una cartera hipotética consistente en una acción de cada empresa incluída. Las ponderaciones asignadas a las acciones son entonces proporcionales a sus precios de mercado, haciendo ajustes cuando hay ampliaciones totalmente liberadas (*stock splits*). Otros índices son construídos de forma que las ponderaciones sean proporcionales a la capitalización del mercado (precio de la acción × n.º acciones). La cartera subyacente se ajusta entonces automáticamente reflejando ampliaciones totalmente liberadas (*splits*), pago de dividendos de las acciones, y nuevas ampliaciones de capital.

Índices sobre acciones

La Tabla 3.7 muestra los precios de los futuros para contratos sobre diferentes índices sobre acciones tal y como aparecen en el *The Wall Street Journal* del 16 de marzo del 2001. Los precios se refieren al cierre de operaciones del 15 de marzo del 2001.

El *'Dow Jones Industrial Average'* se basa en una cartera consistente en 30 acciones de empresas de capitalización elevada (*blue-chips*) en los EEUU. Las ponderaciones asignadas a las empresas son proporcionales a sus precios. Un contrato de futuros negociado en el 'Chicago Board of Trade' es sobre un valor de diez veces el índice en dólares.

El *'Standard & Poor's 500 Index (S&P 500)'* se basa en una cartera de acciones de 500 empresas diferentes: 400 industriales, 40 de servicios públicos, 20 de compañías de transporte, y 40 instituciones financieras. Las ponderaciones de las acciones en la cartera en un momento dado son proporcionales a sus capitalizaciones de mercado. El índice tiene en cuenta cerca del 80 por ciento de la capitalización del mercado de todas las empresas que cotizan en el 'New York Stock Exchange'. El 'Chicago Mercantile Exchange' (CME) negocia dos contratos sobre el S&P 500. Uno es sobre 250 veces en dólares el índice; el otro (el Mini S&P 500 contract)

[4] Una excepción a esto es el índice de rendimiento completo (*total return index*). Éste se calcula suponiendo que los dividendos de la cartera hipotética se reinvierten en la misma cartera.

es sobre un valor en dólares de 50 veces el índice. El '*Standard & Poors MidCap* 400 *Index*' es similar al S&P 500 aunque está basado en una cartera de 400 empresas con capitalización de mercado algo más baja.

'Nikkei 225 Stock Average' se basa en una cartera de 225 de las mayores empresas cuyas acciones cotizan en el 'Tokyo Stock Exchange'. Las ponderaciones vienen determinadas por los precios de las acciones. Un contrato de futuros (negociado en el CME) lo es sobre un valor en dólares de 5 veces el índice.

'Nasdaq 100' se basa en acciones sobre 100 empresas usando la 'National Association of Securities Dealers Automatic Quotations Service'. El CME negocia dos contratos. Uno es sobre un valor en dólares de 100 veces el índice; el otro (*Mini Nasdaq 100 contract*) es sobre un valor en dólares de 20 veces el índice.

En el contrato de futuros *GSCI index* incluido en la Tabla 3.7, el activo subyacente es el '*Goldman Sachs Commodity Index*'. No es un índice de acciones. Es un índice ampliamente representativo de precios de mercancías (*commodities*). Los principales grupos de mercancías, como la energía, ganado, granos, semillas oleaginosas, alimentos y fibras (*food and fiber*), y metales están representados en el GSCI. Estudios de Goldman Sachs han demostrado que el GSCI está negativamente relacionado con el índice S&P 500, estando la correlación entre $-0{,}30$ y $-0{,}40$.

Tabla 3.7. Precios de los futuros sobre índices bursátiles obtenidos del *Wall Street Journal* del 16 de marzo del 2001.

INDEX

DJ Industrial Average (CBOT)-$10 times average

Mar	10095	10115	9980	10020	+	12	11640	9880	8,023
June	10170	10200	10060	10105	+	10	11795	9980	24,367
Sept	10260	10260	10160	10200	+	7	11330	10095	294

Est vol 19,000; vol Wed 45,038; open int 32,716, +1,471.
Idx prl: Hi 10097.73; Lo 9980.85; Close 10031.28, +57.82.

S&P 500 Index (CME)-$250 times index

Mar	118000	118200	116950	117330	+	410	164260	115500	112,346
June	118080	119450	117450	118470	+	390	166660	116550	455,531
Sept	119500	120680	119300	119640	+	360	169060	117820	2,635
Dec	120700	121780	120500	120740	+	360	171460	118920	969
Mr02	....	....	....	121790	+	330	173860	120070	409
June	123500	124200	122500	123040	+	380	170550	121320	459

Est vol 113,148; vol Wed 209,907; open int 572,426, +8,748.
Idx prl: Hi 1182.04; Lo 1166.71; Close 1173.56, +6.85.

Mini S&P 500 (CME)-$50 times index

Mar	116950	118200	116400	117325	+	400	150000	115400	58,162

Vol Wed 183,181; open int 99,765, −2,471.

S&P Midcap 400 (CME)-$500 times index

Mar	475.00	477.00	471.00	471.55	−	1.90	564.00	450.50	4,347
June	480.00	484.00	475.50	476.15	−	2.10	571.00	475.00	15,905

Est vol 3,128; vol Wed 4,403; open int 20,262, −48.
Idx prl: Hi 479.23; Lo 471.25; Close 471.25, −2.34.

Nikkei 225 Stock Average (CME)-$5 times index

June	12080	12175	12030	12130	+	735	17730	11255	16,825

Est vol 1,233; vol Wed 2,341; open int 16,846, +81.
Idx prl: Hi 12152.83; Lo 11433.88; Close 12152.83, +309.24.

Nasdaq 100 (CME)-$100 times index

Mar	181400	181800	168000	169250	−	6000	424150	168000	21,284
June	178000	184100	170800	171500	−	6100	396100	169800	47,728

Est vol 25,437; vol Wed 41,468; open int 69,062, −3,889.
Idx prl: Hi 1813.68; Lo 1697.61; Close 1697.92, −47.16.

Mini Nasdaq 100 (CME)-$20 times index

Mar	1761.5	1813.0	1683.0	1692.5	−	60.0	3850.0	1676.0	65,740

Vol Wed 146,423; open int 104,082, −771.

GSCI (CME)-$250 times nearby index

Mar	217.00	217.00	214.40	na		na	250.00	214.40	2,503
Apr	216.90	217.00	214.40	215.50	−	.50	237.50	214.40	14,551

Est vol 3,241; vol Wed 3,807; open int 17,055, +157.
Idx prl: Hi 217.26; Lo 214.34; Close 215.58, −.52.

Russell 2000 (CME)-$500 times index

Mar	458.00	458.00	450.00	452.00	−	.10	603.10	445.50	4,407
June	461.00	463.00	454.50	456.00	−	.50	574.65	454.50	16,083

Est vol 4,190; vol Wed 4,632; open int 20,490, −40.
Idx prl: Hi 457.96; Lo 451.71; Close 452.16, −1.53.

U.S. Dollar Index (NYBOT)-$1,000 times USDX

Mar	114.10	115.10	114.10	114.72	+	.96	118.72	108.04	828
June	113.73	115.38	113.55	114.87	+	1.00	118.13	108.18	5,297

Est vol 3,100; vol Wed 5,031; open int 8,133, +485.
Idx prl: Hi 115.19; Lo 113.43; Close 114.71, +1.01.

Share Price Index (SFE)

A $25 times index

Mar	3261.0	3261.0	3197.0	3247.0	−	14.0	3395.0	3045.0	163,238
June	3284.0	3288.0	3228.0	3273.0	−	14.0	3410.0	3080.0	16,992
Sept	....	....	....	3289.0	−	16.0	3450.0	3303.0	1,442
Dec	....	....	....	3307.0	−	14.0	3435.0	3318.0	528

Est vol 28,053; vol Wed 15,314; open int 182,234, +13,838.
Index Hi 3263.9; Lo 3204.1; Close 3242.9, −21.0.

CAC-40 Stock index (MATIF)-Euro 10.00 x index

Mar	5140.0	5207.5	5069.0	5176.0	+	50.0	7102.0	4489.0	370,341
Apr	5175.0	5196.5	5100.0	5195.0	+	49.0	6022.5	5032.0	12,519
May	5145.0	5180.5	5070.5	5167.0	+	50.0	5508.5	4976.5	75
June	5119.0	5154.0	5095.0	5156.0	+	51.0	7034.0	4973.0	14,742
Sept	....	....	....	5207.0	+	51.0	6013.5	4804.0	5,930
Dec	....	....	....	5261.0	+	52.0	6162.5	5892.5	913
Mr02	....	....	....	5314.0	+	51.0	....	....	2,600
Sept	....	....	....	5346.0	+	52.0	....	....	600

Est vol 117,659; vol Wed 94,843; open int 407,720, +21,514.

DAX-30 German Stock index (EUREX)

Euro 25 per DAX index pt.

Mar	5850.0	5887.5	5768.5	5856.0	+	56.0	7699.0	5665.0	190,163
June	5876.5	5912.0	5793.0	5882.5	+	61.5	7364.0	5690.0	293,541
Sept	5888.0	5959.5	5888.0	5945.5	+	64.0	6952.5	5786.0	2,844

Vol Thu 125,542; open int 486,548, +49,245.
Index Hi 5889.95 Lo 5767.06 Close 5889.95, +95.83.

FT-SE 100 index (LIFFE)-£10 per index point

Mar	5667.5	5718.0	5596.5	5669.0	+	45.0	6620.0	5463.0	71,880
June	5710.0	5751.5	5640.0	5709.0	+	41.5	6398.0	618.0	260,404
Sept	....	....	....	5749.0	+	39.0	6436.0	5966.5	6,750

Est vol 113,700; vol Wed 151,724; open int 339,034, +10,145.

DJ Euro Stoxx 50 index (EUREX)-Euro 10.00 x index

Mar	4140.0	4189.0	4086.0	4180.0	+	63.0	5536.0	3998.0	340,951
June	4135.0	4174.0	4070.0	4166.0	+	62.0	5232.0	3984.0	434,041
Sept	4195.0	4195.0	4191.0	4202.0	+	66.0	4913.0	4058.0	24,311

Vol Thu 361,073; open int 799,303, +44,714.
Index Hi 4200.08; Lo 4088.84; Close 4200.08, +76.11.

DJ Stoxx 50 index (EUREX)-Euro 10.00 x index

Mar	3945.0	4000.0	3903.0	3991.0	+	51.0	5159.0	3803.0	13,901
June	3940.0	4008.0	3905.0	3999.0	+	52.0	5050.0	3811.0	14,427

Vol Thu 6,794; open int 28,334, +894.
Index Hi 4032.16; Lo 3908.72; Close 4032.98, +91.22.

Fuente: Impreso con permiso de Dow Jones, Inc., via copyright Clearance Center, Inc.
© 2001 Dow Jones & Company, Inc. Todos los derechos reservados.

El índice '*Russell 2000*' es un índice de pequeñas participaciones en los EEUU. El '*U.S. Dollar Index*' es un índice ponderado según negociación sobre los valores de seis divisas (el euro, el yen, la libra, el dólar canadiense, la corona sueca y el franco suizo). El '*Share Price Index*' es el de índice de precios del conjunto de todas las acciones ordinarias, un índice ampliamente representativo de las acciones australianas. El índice *CAC-40* se basa en 40 acciones de elevada capitalización negociadas en Francia. El índice *DAX-30* se basa en 30 acciones negociadas en Alemania. El índice *FT-SE 100* se basa en una cartera de 100 de las principales acciones del Reino Unido y negociadas en el 'London Stock Exchange'. El índice '*DJ Euro Stoxx 50*' y el índice '*DJ Stoxx 50*' son dos índices diferentes de acciones de empresas europeas de elevada capitalización y rentabilidad estable (*Blues chips*) confeccionado por Dow Jones y sus socios europeos. Los contratos de futuros sobre estos índices se negocian en Eurex y son sobre un valor en euros de 10 veces el índice.

Como mencionamos en el Capítulo 2, los contratos de futuros sobre índices se liquidan en metálico, no con una entrega del activo subyacente. Todos los contratos están ajustados al mercado o al precio de apertura o de cierre del índice en el último día de operaciones, y las posiciones están obligadas a cerrarse. Por ejemplo, los contratos sobre el S&P 500 se cierran en el precio de apertura del índice S&P 500 en el tercer viernes del mes de entrega. La negociación en los contratos continúa hasta las 8:30 de la mañana de ese viernes.

Precios de los futuros sobre índices de precios de acciones

Un índice de acciones puede considerarse como el precio de un valor que pagase dividendos. El valor es la cartera de acciones subyacentes al índice y los dividendos pagados por el valor son los dividendos que habría recibido el propietario de esta cartera. Normalmente se supone que los dividendos proporcionan un rendimiento conocido en lugar de una cantidad monetaria conocida. Si q es la tasa de dividendo, la Ecuación (3.7) nos da el precio del futuro, F_0, como

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T} \tag{3.12}$$

Ejemplo

Consideremos un contrato de futuros a tres meses sobre el S&P 500. Supongamos que las acciones subyacentes al índice proporcionan un rendimiento por dividendo del 1 por ciento anual, que el valor actual del índice es 400, y que el tipo de interés continuo libre de riesgo es el 6 por ciento anual. En este caso, $r = 0{,}06$, $S_0 = 400$, $T = 0{,}25$ y $q = 0{,}01$. De ahí que el precio del futuro, F_0, venga dado por

$$F_0 = 400e^{(0.06-0.01)\times 0.25} = \$405{,}03$$

En la práctica, se pagan el rendimiento por dividendo de la cartera subyacente al índice varía semana a semana a lo largo del año. Por ejemplo, una gran proporción de los dividendos correspondientes a acciones en el NYSE anual en la primera semana de febrero, mayo, agosto y noviembre de cada año. El valor de q que se utiliza debería representar la media anual de la tasa de dividendo durante la vida del contrato. Los dividendos utilizados para estimar q deberían ser aquéllos para los cuales la fecha de postpago de dividendos (*ex-dividend date*) ocurre durante la vida del contrato de futuros. Observando la Tabla 3.7, podemos ver que los precios

de los futuros para el S&P 500 Index parecen incrementarse con el vencimiento cerca del 3,8 por ciento anual. Esto corresponde a la situación en la que el tipo de interés libre de riesgo excede al rendimiento de dividendo en cerca de un 3,8 por ciento anual.

Arbitraje basado en índices

Si $F_0 > S_0 e^{(r-q)T}$, pueden conseguirse beneficios comprando las acciones subyacentes al índice y tomando posiciones cortas en contratos de futuros. Si $F_0 < S_0 e^{(r-q)T}$, se pueden conseguir beneficios haciendo lo contrario, es decir, vendiendo las acciones subyacentes al índice y tomando una posición larga en contratos de futuros. Estas estrategias se conocen somo *arbitraje sobre índices* (*index arbitrage*). Cuando $F_0 < S_0 e^{(r-q)T}$, el arbitraje sobre índices es a menudo efectuado por fondos de pensiones propietarios de carteras indexadas de acciones. Cuando $F_0 > S_0 e^{(r-q)T}$, a menudo el arbitraje se hace por corporaciones que tengan en cartera dinero a corto plazo en inversiones de mercado monetario. Para índices que impliquen muchas acciones, el arbitrage algunas veces se lleva a cabo negociando sobre una muestra relativamente pequeña de acciones cuyos movimientos reflejen bien los del índice. A menudo el arbitraje sobre índices se implementa utilizando *transacciones preprogramadas* (*program trading*). Esto significa que se utiliza un ordenador para generar las operaciones.

Octubre de 1987

Para hacer arbitraje sobre índices, un operador debe ser capaz de negociar tanto sobre el contrato de futuros sobre índices como sobre la cartera de acciones subyacente al índice muy rápido y a los precios publicados por el mercado. En condiciones normales de mercado, esto es posible y F_0 es muy similar a $S_0 e^{(r-q)T}$. Ejemplos de días en los que el mercado fue cualquier cosa menos normal fueron el 19 y 20 de octubre de 1987. En lo que se llamó «El Lunes Negro», 19 de octubre de 1987, el mercado cayó más del 20 por ciento y se negociaron 604 millones de acciones en el 'New York Stock Exchange' superando sobradamente los registros previos. Los sistemas del mercado estaban sobrecargados y, si alguien intentaba cursar una orden de venta o de compra ese día podía haber un retraso de hasta dos horas antes de que su orden se ejecutase. Durante la mayor parte del día los precios de los futuros tuvieron un descuento significativo con respecto al índice subyacente. Por ejemplo, al cierre del operaciones, el índice S&P 500 fue de 225,06 (bajó 57,88 en el día), mientras el precio del futuro para entregas en diciembre en el S&P 500 fue de 201,50 (bajó 80,75 en el mismo día). Esto fue en gran medida porque las demoras en procesar las órdenes hicieron imposible el arbitraje sobre índices. Al día siguiente, 20 de octubre de 1987, el 'New York Stock Exchange' puso temporalmente restricciones a la realización de *transacciones preprogramadas* (*program trading*). Esto hizo también muy difícil el arbitraje sobre índices y provocó la rotura de la conexión tradicional entre los índices sobre acciones y los futuros sobre índices continuó. En este punto, el precio del futuro para los contratos de diciembre fue un 18 por ciento menor que el índice S&P 500. Sin embargo, tras algunos días, el mercado volvió a la normalidad, y las actividades de los arbitrajistas aseguraron que la Ecuación (3.12) gobernase la relación entre precios al contado y de futuros sobre índices.

El contrato de futuros sobre el Nikkei

La Ecuación (3.12) no es aplicable al contrato de futuros sobre el Nikkei 225. La razón de ello es bastante sutil. Cuando definimos S como el valor del índice Nikkei 225, éste es el valor de

una cartera medida en yenes. La variable subyacente al contrato de futuros CME del Nikkei 225 es una variable con un *valor en dólares de* $5S$. En otras palabras, el contrato de futuros toma una variable que viene medida en yenes y es tratada como si fuesen dólares. No podemos invertir en una cartera cuyo valor sea siempre $5S$ dólares. Lo mejor que podemos hacer es invertir en una que tenga siempre un valor de $5S$ yenes o en una que siempre tenga un valor de $5QS$ dólares, donde Q es el valor en dólares de 1 yen. Los argumentos de arbitraje que se han utilizado en este capítulo necesitan que el precio de contado del subyacente del futuro sea el precio de algo que pueda ser negociado por los inversores. Los argumentos no son, por lo tanto, exactamente correctos para el contrato Nikkei 225.

3.11. CONTRATOS A PLAZO Y DE FUTUROS SOBRE DIVISAS

Ahora vamos a considerar los contratos a plazo y de futuros sobre divisas. El activo subyacente en estos contratos es un cierto número de unidades de moneda extranjera. La variable S_0 es el precio de contado en dólares de una unidad de la divisa y F_0, el precio a plazo o de futuros de una unidad de moneda extranjera. Esto es coherente con la forma en que hemos definido S_0 y F_0 para otros activos subyacentes en contratos a plazo y de futuros. Sin embargo, tal como se mencionó en el Capítulo 2, esto no se corresponde necesariamente con la forma en la que se publican los tipos de cambio al contado y a plazo. Para la mayoría de las divisas diferentes a la libra esterlina, el euro, el dólar australiano y el dólar de Nueva Zelanda, el tipo al contado o a plazo normalmente se publica como el número de unidades de la moneda que equivalen a un dólar.

Las divisas tienen la propiedad de que el propietario de las mismas pueden ganar el interés libre de riesgo vigente en el país extranjero que corresponda. Por ejemplo, el propietario puede invertir en un bono denominado en la divisa en cuestión. Definimos r_f como el valor de este tipo de interés extranjero libre de riesgo cuando el dinero se invierte el tiempo T. Igual que antes, r es el tipo de interés libre de riesgo cuando el dinero se invierte durante este período de tiempo.

La relación entre F_0 y S_0 será

$$F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T} \tag{3.13}$$

Ésta es la bien conocida paridad de tipos de interés en finanzas internacionales. Para ver que esto debe ser cierto, supongamos que los tipos de interés anuales aplicables a dos años en Australia y los Estados Unidos fueran el 5 por ciento y el 7 por ciento respectivamente, y el tipo de cambio al contado entre el dólar australiano (AUD) y el dólar de los EEUU (USD) es 0,6200 USD por AUD. De la Ecuación (3.13) el tipo de cambio a plazo para dos años debería ser

$$0{,}62e^{(0{,}07-0{,}05)\times 2} = 0{,}6453$$

Suponga, en primer lugar que el tipo de dos años a plazo es inferior a éste, digamos 0,6300. Un arbitrajista podría:

1. Pedir prestados 1.000 AUD al 5 por ciento por año durante dos años, convertir 620 USD e invertir los USD al 7 por ciento. (Ambos tipos de interés compuestos continuos.)
2. Entrar en un contrato a plazo para la compra de 1.105,17 AUD por $1.105{,}17 \times 0{,}63 = 696{,}26$ USD.

Los 620 USD que se invierten al 7 por ciento crecen hasta $620e^{0{,}07\times 2} = 713{,}17$ USD en dos años. De estos, 696,26 USD son para la compra de 1.105,17 AUD bajo los términos del con-

trato a plazo. Esto es exactamente lo suficiente para retornar el principal y el interés sobre los 1.000 AUD que se pidieron prestados ($1.000e^{0,05 \times 2} = 1.105,17$). Por lo tanto la estrategia da lugar a un beneficio libre de riesgo de 713,17 − 696,26 = 16,91 USD. (Si esto no suena muy excitante, ¡considere seguir una estrategia similar en la que se pidiesen prestados 100 millones de AUD!)

Suponga a continuación que el tipo a plazo para dos años es 0,6600 (mayor que el 0,6453 que nos da la Ecuación (3.13)). Un arbitrajista puede:

1. Tomar prestados 1.000 USD al 7 por ciento anual por dos años, convertirlos por 1.000/0,6200 = 1.612,90 AUD, e invertir los UAD al 5 por ciento.
2. Entrar en un contrato a plazo para la venta de 1.782,53 AUD por 1.782,53 × 0,66 = 1.176,47 USD.

Los 1.612,90 AUD que se invierten al 5 por ciento crecen hasta $1.612,90e^{0,05 \times 2} = 1.782,53$ AUD en dos años. El contrato a plazo tiene el efecto de convertir esta cantidad en 1.176,47 USD. La cantidad que se necesita para devolver los préstamos en USD es $1.000e^{0,07 \times 2} = 1.150,27$ USD. La estrategia genera por lo tanto un beneficio libre de riesgo igual a 1.176,47 − 1.150,27 = 26,20 USD.

La Tabla 3.8 muestra los precios de los futuros el 15 de marzo del 2001 para diferentes contratos de futuros sobre divisas negociados en el 'Chicago Mercantile Exchange'. En el caso del yen japonés, los precios se expresan como el número de centavos por unidad de divisa. Para el resto de monedas, los precios se expresan como el número de dólares U.S.A. por unidad de la divisa.

Tabla 3.8. Tipos de cambio en el mercado de futuros publicados en el *Wall Street Journal* del 16 de marzo del 2001.

CURRENCY

Japan Yen (CME)-12.5 million yen; $ per yen (.00)

Mar	.8270	.8297	.8160	.8174	–	.0094	1.0300	.8160	41,711
June	.8358	.8398	.8256	.8270	–	.0095	1.0219	.8256	87,632
Sept	.8475	.8475	.8345	.8363	–	.0097	1.0050	.8345	579
Dec	.8450	.8450	.8450	.8455	–	.0099	.9880	.8450	431

Est vol 23,771; vol Wed 55,559; open int 130,445, +6,474.

Deutschemark (CME)-125,000 marks; $ per mark

Mar	.4652	.4652	.4581	.4606	–	.0061	.4925	.4225	236
June	.4660	.4661	.4596	.4607	–	.0058	.4900	.4596	229

Est vol 217; vol Wed 161; open int 467, –172.

Canadian Dollar (CME)-100,000 dlrs.; $ per Can $

Mar	.6425	.6431	.6401	.6405	–	.0018	.7040	.6401	20,442
June	.6427	.6434	.6404	.6408	–	.0018	.6990	.6404	56,601
Sept	.6425	.6436	.6405	.6412	–	.0018	.6906	.6405	2,630
Dec	.6440	.6440	.6417	.6416	–	.0018	.6825	.6417	1,286

Est vol 8,574; vol Wed 27,233; open int 81,108, +998.

British Pound (CME)-62,500 pds.; $ per pound

Mar	1.4448	1.4488	1.4340	1.4392	–	.0064	1.6050	1.4010	14,833
June	1.4444	1.4478	1.4330	1.4374	–	.0064	1.5304	1.4060	23,641

Est vol 7,361; vol Wed 15,385; open int 38,510, –2,720.

Swiss Franc (CME)-125,000 francs; $ per franc

Mar	.5910	.5910	.5828	.5858	–	.0051	.6326	.5541	20,680
June	.5885	.5951	.5842	.5879	–	.0052	.6358	.5585	32,622

Est vol 14,447; vol Wed 34,342; open int 53,337, +4,514.

Australian Dollar (CME)-100,000 dlrs.; $ per A.$

Mar	.4960	.4960	.4908	.4925	–	.0019	.5390	.4908	18,376
June	.4956	.4971	.4898	.4924	–	.0020	.6083	.4898	23,621
Sept	.4942	.4942	.4917	.4923	–	.0021	.5622	.4917	264

Est vol 3,212; vol Wed 8,578; open int 42,329, +313.

Mexican Peso (CME)-500,000 new Mex. peso, $ per MP

Mar	.10438	.10445	.10395	.10403	–	.00017	.10453	.09120	13,248
Apr	....	....	....	.10298	–	.00027	.10353	.09730	390
May	....	....	....	.10198	–	.00027	.10180	.09900	848
June	.10155	.10170	.10095	.10108	–	.00027	.10170	.09070	20,061
Aug	....	....	....	.09908	–	.00027	.09800	.09800	100
Sept	....	....	....	.09815	–	.00027	.09880	.09300	2,693

Euro FX (CME)-Euro 125,000; $ per Euro

Mar	.9116	.9120	.8985	.9009	–	.0089	.9999	.8333	38,657
June	.9121	.9130	.8960	.9010	–	.0092	.9784	.8358	59,061
Sept	.9060	.9071	.8990	.9013	–	.0093	.9634	.8379	1,178

Est vol 33,027; vol Wed 40,744; open int 99,063, –3,000.

Fuente: Impreso con permiso de Dow Jones, Inc., via copyright Clearance Center, Inc.
© 2001 Dow Jones & Company, Inc. Todos los derechos reservados.

Cuando el tipo de interés extranjero es mayor que el doméstico ($r_f > r$), la Ecuación (3.13) demuestra que F_0 es siempre menor que S_0 y que F_0 disminuye cuando el tiempo para el vencimiento del contrato, T, aumenta. De forma similar, cuando el tipo de interés doméstico es mayor que el tipo de interés extranjero ($r > r_f$), la Ecuación (3.13) demuestra que F_0 es siempre mayor que S_0 y que F_0 aumenta cuando T crece. El 15 de marzo del 2001, los tipos de interés del yen japonés, el dólar canadiense y el euro eran inferiores al tipo de interés del dólar de los Estados Unidos. Esto corresponde a la situación ($r > r_f$) y explica por qué los precios de los futuros de estas monedas disminuyen al incrementarse el vencimiento en la Tabla 3.8. En Australia, Gran Bretaña y Méjico, los tipos de interés eran más altos que en los Estados Unidos. Esto corresponde a la situación ($r_f > r$) y explica por qué los precios de los futuros del peso mejicano disminuyen con el vencimiento.

Ejemplo

El precio del futuro del yen japonés en la Tabla 3.8 parece incrementarse a una tasa cercana al 4,6 por ciento anual con el vencimiento del contrato. Este incremento sugiere que los tipos de interés a corto plazo el 15 de marzo del 2001 eran cerca del 4,6 por ciento anual más altos en los Estados Unidos que en el Japón.

Una divisa como un activo que genera un rendimiento conocido

Nótese que la Ecuación (3.13) es idéntica a la Ecuación (3.7) cambiando q por r_f. Esto no es una coincidencia. Una divisa es análoga a un valor que pagase una tasa de dividendo conocida. El rendimiento es el tipo de interés libre de riesgo en el país al que corresponda la divisa.

Para entender esto, suponga que el tipo de interés a un año sobre la libra esterlina fuese el 5 por ciento anual. (Para simplificar vamos a suponer que el tipo de interés se mide con composición anual y que se paga al acabar el año.) Considere un inversor de los Estados Unidos que comprase un millón de libras. El inversor sabe que cobrará 50.000 libras esterlinas en intereses al acabar el año. El valor de estos intereses en dólares depende del tipo de cambio. Si el tipo de cambio a un año es 1,5000, los intereses valdrán 75.000 dólares; si fuese 1,4000 los intereses valdrían 70.000 dólares, etc. El valor en dólares del interés ganado es el 5 por ciento del valor de la inversión en libras esterlinas. El interés del 5 por ciento representa por lo tanto un rendimiento conocido para el inversor estadounidense sobre la inversión en libras esterlinas.

3.12. CONTRATOS DE FUTUROS SOBRE MERCANCÍAS

Vamos a considerar ahora contratos de futuros sobre productos. En primer lugar consideraremos el impacto sobre el precio de futuros del almacenamiento de las mercancías que son activos de inversión como el oro y la plata[5].

[5] Recuérdese que para que un activo sea de inversión, no tiene porqué ser mantenido únicamente con propósito de invertir. Lo que se requiere es que algunos individuos lo mantengan con el propósito de invertir y que estos individuos estén preparados para venderlos y tomar posiciones largas a plazo, si lo último resultase más atractivo. Esto explica por qué la plata, aunque tenga usos industriales significativos, es un activo de inversión.

Costes de almacenamiento

La Ecuación (3.5) muestra que, en ausencia de costes de almacenamiento, el precio a plazo de una mercancía como el oro o la plata, es decir, un activo de inversión viene dado por

$$F_0 = S_0 e^{rT} \tag{3.14}$$

Los costes de almacenamiento podrían considerarse como ingresos negativos. Si U es el valor actual (*present value*) de todos los costes de almacenamiento previstos durante la vida del contrato de futuros, la Ecuación (3.6) implica que

$$F_0 = (S_0 + U)e^{rT} \tag{3.15}$$

Ejemplo

Consideremos un contrato de futuros sobre el oro a un año. Supongamos que almacenar el oro cuesta 2 dólares por onza al año, con liquidación al final del año. Supongamos que el precio al contado es de 450 dólares y el tipo de interés libre de riesgo es el 7 por ciento anual para todos los vencimientos. Esto corresponde a $r = 0{,}07$, $S_0 = 450$, $T = 1$, y

$$U = 2e^{-0{,}07 \times 1} = 1{,}865$$

El precio del futuro, F_0, viene dado por

$$F_0 = (450 + 1{,}865)e^{0{,}07 \times 1} = \$484{,}63$$

Si $F_0 > 484{,}63$, un arbitrajista puede comprar oro y vender a corto contratos de futuros sobre el oro a un año para terminar con beneficios. Si $F_0 > 484{,}63$, un inversor que ya tiene oro puede mejorar sus ganancias vendiendo el oro y comprando contratos de futuros de oro. Las Tablas 3.9 y 3.10 ilustran estas estrategias para las situaciones en las que $F_0 = 500$ y $F_0 = 470$.

Si los costes de almacenamiento son en todo momento proporcionales al precio del producto, pueden ser considerados como una tasa de rendimiento negativa. En este caso, de la Ecuación (3.7),

$$F_0 = S_0 e^{(r+u)T} \tag{3.16}$$

donde u es la proporción sobre el precio al contado de los costes de almacenamiento anuales.

Mercancías para el consumo

Para mercancías que sean activos de consumo y no de inversión, los argumentos de arbitraje deben revisarse detenidamente. Supongamos que en lugar de la Ecuación (3.15), tenemos

$$F_0 > (S_0 + U)e^{rT} \tag{3.17}$$

Para obtener ventajas de esta situación, un arbitrajista debería llevar a cabo la siguiente estrategia:

1. Pedir prestada la cantidad $S_0 + U$ al tipo de interés libre de riesgo para comprar una unidad del producto y pagar los costes de almacenamiento.
2. Tomar una posición corta en un contrato a plazo sobre una unidad del producto.

Tabla 3.9. Oportunidad de arbitraje en el mercado del oro cuando el precio del futuro del oro es demasiado alto.

Fuente: Mesa del operador

El precio del futuro del oro a un año es de 500 dólares por onza. El precio al contado es 450 dólares por onza y el tipo de interés libre de riesgo es el 7 por ciento anual. Los costes de almacenamiento del oro son de 2 dólares por onza por año pagados al vencimiento.

Oportunidad

El precio del futuro del oro es demasiado alto. Un arbitrajista puede

1. Pedir prestados 45.000 dólares al tipo de interés libre de riesgo para comprar 100 onzas de oro.
2. Vender a corto un contrato de futuros con entrega en un año.

Al final del año se reciben 50.000 dólares por el oro bajo los términos del contrato de futuros, 48.263 dólares se utilizan para pagar el interés y el principal del préstamo, y 200 dólares para pagar el almacenamiento. El beneficio neto será

$$\$50.000 - \$48.263 - \$200 = \$1.537$$

Tabla 3.10. Oportunidad de arbitraje en el mercado del oro cuando el precio del futuro del oro es demasiado bajo.

Fuente: Mesa del operador

El precio del futuro del oro a un año es de 470 dólares por onza. El precio de contado es 450 dólares por onza y el tipo de interés libre de riesgo es el 7 por ciento anual. Los costes de almacenamiento del oro son de 2 dólares por onza por año pagaderas por vencido.

Oportunidad

El precio del futuro del oro es demasiado bajo. Consideremos un inversor que tiene 100 onzas de oro con propósitos de inversión. El inversor puede

1. Vender el oro por 45.000 dólares.
2. Tomar una posición corta en un contrato de futuros sobre oro con entrega en un año.

Los 45.000 dólares son invertidos al tipo de interés libre de riesgo durante un año y se convierten en 48.263 dólares. Al final del año, bajo los términos del contrato de futuros, se compran 100 onzas de oro por 47.000 dólares. El inversor, por lo tanto, cierra con 100 onzas de oro más

$$\$48.263 - \$47.000 = \$1.263$$

en efectivo. Si el inversor ha mantenido el oro a lo largo del año, terminará el año con 100 onzas de oro menos 200 dólares que habrá pagado por el almacenamiento. La estrategia de futuros, por lo tanto, mejora la posición del inversor en

$$\$1.263 + \$200 = \$1.463$$

Si consideramos el contrato de futuros como un contrato a plazo, la estrategia nos lleva a un beneficio cierto de $F_0 - (S_0 + U)e^{rT}$ en el momento T. La estrategia está ilustrada para el oro en la Tabla 3.9. No hay problemas al llevar a cabo la misma estrategia para cualquier otro producto. Sin embargo, cuando lo hagan los arbitrajistas, habrá una tendencia al incremento de S_0 y el alza de F_0 hasta que la Ecuación (3.17) deje de ser cierta. Concluimos que la Ecuación (3.17) no puede mantenerse durante un período de tiempo significativo.

Supongamos ahora que

$$F_0 < (S_0 + U)e^{rT} \tag{3.18}$$

En el caso de activos de inversión como el oro y la plata, podemos argumentar que hay muchos inversores que poseen el producto únicamente como inversión. Cuando observen la desigualdad en la Ecuación (3.18), encontrarán beneficioso:

1. Vender el producto, ahorrando los costes de almacenamiento, e invertir los ingresos al tipo de interés libre de riesgo.
2. Tomar una posición larga en el contrato a plazo.

Ésta es la estrategia ilustrada en la Tabla 3.10. El resultado es un beneficio seguro al vencimiento de $(S_0 + U)e^{rT} - F_0$ respecto a la posición que el inversor tendría de haber mantenido el oro o la plata. Por tanto, la Ecuación (3.18) no puede sostenerse durante mucho tiempo. Dado que ni la Ecuación (3.17) ni la (3.18) pueden mantenerse, se debe cumplir $F_0 = (S_0 + U)e^{rT}$.

Para productos que no se poseen como inversión, este argumento no puede utilizarse. Particulares y empresas tienen el producto en existencias debido a su valor de consumo —no debido a su valor de inversión. Son reacios a vender el producto y comprar contratos a plazo, dado que los contratos a plazo no pueden consumirse. No hay, por lo tanto, nada que modifique la Ecuación (3.18). Dado que la Ecuación (3.17) no puede mantenerse, todo lo que podemos decir de una mercancía utilizada para el consumo es

$$F_0 \leqslant (S_0 + U)e^{rT} \tag{3.19}$$

Si los costes de almacenamiento se expresan como una proporción u del precio al contado, el resultado equivalente es

$$F_0 \leqslant S_0 e^{(r+u)T} \tag{3.20}$$

Tasa de rendimiento de conveniencia

No tenemos necesariamente igualdad en las Ecuaciones (3.19) y (3.20) porque quienes utilizan la mercancía para el consumo pueden pensar que la propiedad de la mercancía física proporciona ventajas que no obtienen posicionándose en contratos de futuros. Por ejemplo, es poco probable que un refinador de petróleo vea el contrato de futuros de petróleo crudo de la misma forma que el petróleo crudo en almacén. El petróleo crudo en almacén puede ser un input en el proceso de refino mientras que un contrato de futuros no puede ser usado con ese fin. En general, la propiedad del activo físico permite mantener un proceso de producción en marcha y quizá la capacidad de solucionar problemas temporales en los suministros. Los beneficios obtenidos por este concepto se llaman a veces *rendimientos de conveniencia* (*convenience yields*) del producto. Si los costes en dólares de almacenamiento son conocidos y su valor actual es U, el rendimiento de conveniencia, y se define como

$$F_0 e^{yT} = (S_0 + U)e^{rT}$$

Si los costes unitarios de almacenamiento son una proporción constante, u, del precio al contado, y se define como

$$F_0 e^{yT} = S_0 e^{(r+u)T}$$

o

$$F_0 = S_0 e^{(r+u-y)T} \tag{3.21}$$

La tasa de rendimiento de conveniencia simplemente mide en qué valor el lado izquierdo es menor que el lado derecho en la Ecuación (3.19) o en la (3.20). Para activos de inversión, el rendimiento de conveniencia debe ser cero; de otro modo, hay oportunidades como las de la Tabla 3.10. La Tabla 2.2 del Capítulo 2 muestra que a 15 de marzo del 2001 el precio del futuro de algunas mercancías como el azúcar-mundial (*Sugar-world*) tienden a decrecer cuando aumenta el tiempo que falta para su vencimiento. Esto sugiere que el rendimiento de conveniencia y es mayor que $r + u$ para estas mercancías.

La tasa de rendimiento de la conveniencia refleja las expectativas del mercado concernientes a la disponibilidad futura del producto. Una mayor probabilidad de que aparezcan problemas de abastecimiento durante la vida del contrato de futuros generará una mayor tasa de conveniencia. Si los usuarios del producto tienen existencias muy grandes, habrá una probabilidad pequeña de desabastecimiento y las tasas de conveniencia tenderán a ser bajas. Por otro lado pocas existencias tienden a generar tasas de conveniencia elevadas.

3.13. COSTE DE MANTENIMIENTO (*COST OF CARRY*)

La relación entre los precios de los futuros y los precios de contado puede resumirse en términos del *coste de mantenimiento* (*cost of carry*). Éste mide el coste de almacenamiento más el interés que se paga para financiar el activo menos el ingreso generado por el activo. Para una acción que no paga dividendos, el coste de mantenimiento es r dado que no hay costes de almacenamiento y su propiedad no genera ningún ingreso; para un índice sobre acciones, es $r - q$ si el ingreso es una tasa q sobre el activo. Para una divisa es $r - r_f$; para un producto con costes de almacenamiento con una proporción u del precio, es $r + u$; y así sucesivamente.

Definimos el coste de mantenimiento como c. Para un activo de inversión, el precio del futuro es

$$F_0 = S_0 e^{cT} \tag{3.22}$$

Para un activo de consumo es

$$F_0 = S_0 e^{(c-y)T} \tag{3.23}$$

donde y es la tasa de rendimiento de conveniencia.

3.14. ALTERNATIVAS PARA LA ENTREGA

Mientras que un contrato a plazo normalmente especifica que la entrega va a tener lugar en un día determinado, un contrato de futuros a menudo permite a la parte con la posición corta escoger para la entrega cualquier momento durante cierto período. (Normalmente, la parte no-

tifica con unos días de antelación su intención de realizar la entrega.) La elección genera una complicación al determinar los precios de los futuros. ¿Habría que considerar el vencimiento del contrato de futuros al inicio, a la mitad o al final del período de entrega? Aunque la mayoría de los contratos de futuros se cierran antes del vencimiento, es importante conocer cuándo habría tenido lugar la entrega para calcular el precio teórico del futuro.

Si el precio del futuro es una función creciente del tiempo hasta el vencimiento, se puede ver en la Ecuación (3.23) que $c > y$, es decir, los beneficios de mantener el activo (incluyendo el rendimiento de conveniencia y los costes netos de almacenamiento) son inferiores que el interés libre de riesgo. Entonces, normalmente será óptimo para la parte en posición corta realizar la entrega lo antes posible. Esto se debe a que el interés ganado sobre el dinero recibido supera a los beneficios por conservar el activo un tiempo adicional. Como regla general, el precio del futuro en estas circunstancias debería calcularse suponiendo que la entrega va a tener lugar al principio del período de entrega. Si el precio del futuro disminuye al aumentar el tiempo para el vencimiento ($c < y$), ocurrirá lo contrario. En ese caso normalmente lo óptimo para la parte en posición corta es realizar la entrega lo más tarde posible y los precios de los futuros deberían, como regla general, calcularse considerando que eso es lo que va a ocurrir.

3.15. PRECIOS DE LOS FUTUROS Y EL PRECIO AL CONTADO ESPERADO

Una pregunta que surge a menudo es si el precio del futuro de un activo es igual a su precio al contado esperado en el futuro. Si hay que predecir cuál va a ser el precio de un activo dentro de tres meses, ¿será el precio del futuro una estimación insesgada? En el Capítulo 2 presentamos los argumentos de Keynes y Hicks. Estos autores sostienen que los especuladores no negocian contratos de futuros a menos que su expectativa de beneficio sea positiva. Por otro lado, los coberturistas están preparados para aceptar resultados negativos debido a los beneficios de la reducción del riesgo que obtienen con un contrato de futuros. Si hay más especuladores a largo que a corto, habrá una tendencia del precio del futuro a ser menor que el precio al contado esperado en el futuro. En promedio, los especuladores esperarán entonces conseguir beneficios si el precio del futuro converge hacia el precio al contado de los futuros en el vencimiento. De forma parecida, si hay más especuladores a corto que a largo, habrá una tendencia del precio del futuro a ser mayor que el precio al contado esperado en el futuro.

Riesgo y rentabilidad

Otra explicación de la relación entre los precios de los futuros y los precios al contado esperados en el futuro se puede obtener considerando la relación entre el riesgo y la rentabilidad esperada en la economía. En general, cuanto mayor sea el riesgo de una inversión, mayor será el rendimiento esperado exigido por el inversor. Los lectores familiarizados con el *capital asset pricing model* sabrán que hay dos tipos de riesgo en economía: sistemático y no sistemático. El riesgo no sistemático no debería ser importante para un inversor debido a que puede eliminarse casi por completo manteniendo una cartera bien diversificada. Un inversor no debería, por lo tanto, requerir un rendimiento esperado elevado por soportar un riesgo no siste-

mático. El riesgo sistemático, por otro lado, no puede diversificarse, sino que surge de una correlación entre los rendimientos de la inversión y los rendimientos de acciones del mercado como conjunto. Un inversor, en general, necesita un rendimiento esperado más alto que el tipo de interés libre de riesgo para soportar riesgos sistemáticos positivos. También, un inversor representativo estará dispuesto a aceptar un rendimiento esperado más bajo que el tipo de interés libre de riesgo cuando el riesgo sistemático de una inversión sea negativo.

El riesgo en una posición de futuros

Consideremos un especulador que toma una posición larga en futuros esperando que el precio del activo vaya a estar por encima del precio del futuro al vencimiento. Supongamos que el especulador coloca el valor actualizado del precio del futuro en una inversión libre de riesgo mientras simultáneamente toma una posición larga en futuros. Suponemos que el contrato de futuros puede ser tratado como un contrato a plazo. Los ingresos de la inversión libre de riesgo se utilizarán para comprar el activo en la fecha de entrega. El activo entonces se vende inmediatamente por su precio de mercado. Esto implica que los flujos de caja del especulador serán:

Momento 0: $-F_0e^{-rT}$
Momento T: $+S_T$

donde S_T es el precio del activo en el momento T.

El valor actualizado de esta inversión será

$$-F_0e^{-rT} + E(S_T)e^{-kT}$$

donde k es el tipo de descuento apropiado para la inversión (esto es, el rendimiento esperado exigido por los inversores en la inversión) y E denota el valor esperado. Suponiendo que todas las oportunidades de inversión en los mercados de valores tienen un valor actual nulo, tendremos que

$$-F_0e^{-rT} + E(S_T)e^{-kT} = 0$$

o

$$F_0 = E(S_T)e^{(r-k)T} \tag{3.24}$$

El valor de k depende del riesgo sistemático de la inversión. Si S_T no está correlacionado con el nivel del mercado de acciones, la inversión tendrá un riesgo sistemático cero. En este caso $k = r$ y la Ecuación (3.24) muestra que $F_0 = E(S_T)$. Si S_T está correlacionado positivamente con el mercado de acciones en su conjunto, la inversión tendrá un riesgo sistemático positivo. En este caso $k > r$ y la Ecuación (3.24) muestra que $F_0 < E(S_T)$. Finalmente, si S_T está correlacionado negativamente con el mercado de acciones, la inversión tendrá un riesgo sistemático negativo. Esto significa que $k < r$ y la Ecuación (3.24) muestra que $F_0 > E(S_T)$.

Evidencia empírica

Si $F_0 = E(S_T)$, el precio del futuro aumentará o disminuirá sólo si el mercado cambia sus perspectivas sobre el precio esperado al contado en el futuro. Durante un largo período de tiempo podemos razonablemente suponer que el mercado revisa sus expectativas sobre los precios al

contado futuros tanto al alza como a la baja. Por tanto, cuando $F_0 = E(S_T)$, al beneficio medio obtenido al tener en cartera contratos de futuros durante un largo período de tiempo debería ser cero. La situación $F_0 < E(S_T)$ corresponde a la posición de riesgo sistemático positivo. Puesto que el precio del futuro y el precio al contado deben ser iguales al vencimiento del contrato de futuros, el precio del futuro debería subir por encima de la media y un operador debería conseguir beneficios durante un largo período de tiempo por mantener constantemente en cartera posiciones largas en futuros. De forma similar, la situación $F_0 > E(S_T)$ implica que un operador debería obtener beneficios positivos durante largos períodos si mantiene posiciones cortas en futuros.

¿Cómo se comportan los precios de los futuros en la práctica? Algunos de los estudios empíricos que se han llevado a cabo son enumerados al final de este capítulo. Los resultados son contradictorios. El estudio de Houthakker examinó el precio del futuro para el trigo, el algodón y el maíz durante el período comprendido entre 1937 y 1957. Éste demostró que era imposible ganar beneficios considerables tomando posiciones largas en futuros, lo cual sugiere que una inversión en maíz tiene un riesgo sistemático positivo y $F_0 < E(S_T)$. El estudio de Tesler contradice los hallazgos de Houthakker. Sus datos cubren el período desde 1926 hasta 1950 para el algodón y desde 1927 hasta 1954 para el trigo y da unos beneficios insignificantes para los operadores tanto en posiciones largas como cortas. Si citamos a Tesler: «Los datos de futuros no ofrecen evidencia para contradecir la simple... hipótesis de que el precio del futuro es una estimación insesgada del precio al contado esperado en el futuro.» El estudio de Gray examina el precio del futuro del maíz durante el período que va de 1921 a 1959 y el resultado es parecido a los obtenidos por Tesler. El estudio de Dusak emplea datos sobre maíz, trigo y haba de soja desde 1952 hasta 1967 utilizando un método diferente. En un intento de estimar el riesgo sistemático de una inversión en estos productos, calcula la correlación de movimientos en los precios del producto con movimientos en el S&P 500. Los resultados sugieren que no hay riesgo sistemático y apoyan a la hipótesis $F_0 = E(S_T)$. Sin embargo, un trabajo realizado más recientemente por Chang sobre los mismos productos y con técnicas estadísticas más avanzadas da soporte a la hipótesis $F_0 < E(S_T)$.

3.16. RESUMEN

Para la mayoría de propósitos, el precio del futuro de un contrato con cierta fecha de entrega puede considerarse que es el mismo que el precio a plazo de un contrato con la misma fecha de entrega. Se puede demostrar que en teoría los dos deben ser exactamente iguales cuando los tipos de interés son perfectamente predecibles.

Con el propósito de entender los precios de los futuros (y de los contratos a plazo), es conveniente dividir los contratos de futuros en dos categorías: aquéllos en los que el activo subyacente es objeto de inversión financiera para un número significativo de inversores y aquéllos para los que la inversión en subyacente se realiza principalmente para su consumo.

En el caso de activos de inversión, hemos considerado tres situaciones diferentes:

1. El activo no proporciona ningún ingreso.
2. El activo proporciona un ingreso en metálico conocido.
3. El activo proporciona una tasa de rendimiento conocida.

Los resultados están resumidos en la Tabla 3.11. Estos resultados permiten computar los precios de los futuros para contratos sobre índices, divisas, oro y plata. Los costes de almacenamiento pueden considerarse un ingreso negativo.

Tabla 3.11. Síntesis de resultados de un contrato con vencimiento T sobre un activo con precio S_0 cuando el tipo de interés libre de riesgo para un período de T años es r.

Activo	Precio a plazo/ de los futuros	Valor de un contrato a plazo largo con precio de entrega
No proporciona ingresos	S_0e^{rT}	$S_0 - Ke^{-rT}$
Proporciona un ingreso conocido con valor actualizado, I	$(S_0 - I)e^{rT}$	$S_0 - I - Ke^{-rT}$
Proporciona una tasa de rendimiento conocida, q	$S_0e^{(r-q)T}$	$S_0e^{-qT} - Ke^{-rT}$

En el caso de activos para el consumo, no es posible obtener el precio del futuro en función del precio al contado y otras variables observables. Es muy importante un parámetro conocido como la tasa de conveniencia, el cual mide en qué medida los usuarios del producto creen que hay beneficios en la posesión física del activo que no obtienen con el contrato de futuros. Estos beneficios pueden incluir la capacidad de obtener beneficios de situaciones de desabastecimiento o la capacidad de mantener en funcionamiento un proceso de producción. Es posible obtener un límite superior para el precio del futuro sobre activos para el consumo utilizando argumentos de arbitraje, pero no podemos concretar una relación de igualdad entre precios de futuros y precios de contado.

El concepto de coste de mantenimiento (*cost of carry*) en diversas ocasiones resulta útil. El coste de mantenimiento es el coste de almacenamiento del activo subyacente más el coste de financiación de éste menos los ingresos obtenidos por su posesión. En el caso de activos de inversión, el precio del futuro es mayor que el precio al contado en una cantidad que refleja el coste de mantenimiento. En el caso de activos de consumo, el precio de los futuros es superior al precio al contado en una cantidad que refleja el coste de mantenimiento menos los rendimientos de conveniencia.

Si asumimos que el *capital asset pricing model* es correcto, la relación entre el precio del futuro y el precio al contado esperado en el futuro depende de si el precio al contado está positiva o negativamente correlacionado con el nivel del mercado de acciones. Una correlación positiva llevará a un precio del futuro menor que el precio al contado esperado en el futuro. Una correlación negativa llevará a un precio del futuro mayor que el precio al contado esperado en el futuro. Sólo cuando la correlación sea cero el precio del futuro teórico será igual al precio al contado esperado.

Lecturas recomendadas

Sobre investigación empírica relacionada con precios a plazo y de los futuros

Cornell, B., y M. Reinganum, «Forward and Futures prices: Evidence from Foreign Exchange Markets», *Journal of Finance*, 36 (diciembre 1981), 1035-1045

French, K., «A Comparison of Futures and Forward Prices», *Journal of Financial Economics*, 12 (noviembre 1983), 311-342

Park, H. Y., y A. H. Chen, «Differences Between Futures and Forward Prices: A Further Investigation of Marking to Market Effects», *Journal of Futures Markets*, 5 (febrero 1985), 77-88

Rendleman, R., y C. Carabini, «The Efficiency of the Treasury Bill Futures Markets», *Journal of Finance*, 34 (septiembre 1979), 895-914

Viswanath, P. V. «Taxes and the Futures-Forward Price Difference in the 91-Day T-Bill Market», *Journal of Money Credit and Banking* 21(2) (mayo 1989), 190-205

Sobre investigación empírica concerniente a la relación entre precios de los futuros y precios al contado esperados

Chang, E. C., «Returns to Speculators and the Theory of Normal Backwardation», *Journal of Finance*, 40 (marzo 1985), 193-208

Dusak, K., «Futures Trading and Investor Returns: an Investigation of Commodity Risk Premiums», *Journal of Political Economy*, 81 (diciembre 1973), 1387-1406

Gray, R. W., «The Search for a Risk Premium», *Journal of Political Economy*, 69 (junio 1961), 250-260

Houthakker, H. S., «Can Speculators Forecast Prices?», *Review of Economics and Statistics*, 39 (1957), 143-151

Tesler, L. G., «Futures Trading and the Storage of Cotton and Wheat», *Journal of Political Economy*, 66 (junio 1958), 233-255

Sobre la relación teórica entre precios a plazo y de futuros

Cox, J. C., J. E. Ingersoll, y A. Ross, «The Relation Between Forward Prices and Futures Prices», *Journal of Financial Economics*, 9 (diciembre 1981), 321-346

Jarrow, R. A., y G. S. Oldfield, «Forward Contracts and Futures Contracts», *Journal of Financial Economics*, 9 (diciembre 1981), 373-382

Kane, E. J., «Market Incompleteness and Divergences Between Forward and Futures Interest Rates», *Journal of Finance*, 35 (mayo 1980), 221-234

Richard, S., y M. Sundaresan, «A Continuous-Time Model of Forward and Futures Prices in Multigood Economy», *Journal of Financial Economics*, 9 (diciembre 1981), 347-372

Test (respuestas al final del libro)

3.1. Un banco ofrece un tipo de interés del 14 por ciento anual compuesto trimestralmente. ¿Cuál es el tipo equivalente (a) compuesto continuo y (b) compuesto anual?

3.2. Explique qué ocurre cuando un inversor vende a corto una acción.

3.3. Suponga que firma un contrato a plazo a seis meses sobre una acción que no paga dividendos cuando el precio de la acción es 30 dólares y el tipo de interés (compuesto continuo) libre de riesgo es el 12 por ciento anual. ¿Cuál será el precio a plazo?

3.4. Un índice sobre acciones actualmente está en 350. El tipo de interés libre de riesgo es el 8 por ciento anual (compuesto continuo) y la tasa de dividendo del índice es el 4 por ciento anual. ¿Cuál debería ser el precio del futuro para un contrato a cuatro meses?

3.5. Explique detenidamente por qué el precio del futuro del oro puede calcularse a partir de su precio al contado y de otras variables observables mientras el precio del futuro del cobre no.

3.6. Explique detenidamente el significado de los términos *rendimiento de conveniencia* y *coste de mantenimiento*. ¿Cuál es la relación entre el precio del futuro, el precio al contado, el rendimiento de conveniencia, y el coste de mantenimiento?

3.7. El precio del futuro de un índice sobre acciones ¿es mayor o menor que el valor futuro esperado del índice? Razone su respuesta.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

3.8. Un inversor recibe 1.100 dólares en un año como rendimiento de una inversión de 1.000 dólares hoy. Calcule el porcentaje de rendimiento anual con:

a) Composición anual.
b) Composición semestral.
c) Composición mensual.
d) Composición continua.

3.9. ¿Qué tipo de interés compuesto continuo es equivalente al 15 por ciento anual compuesto mensual?

3.10. Una cuenta de depósito paga el 12 por ciento anual compuesto continuo, pero los intereses actualmente se pagan trimestralmente. ¿Qué intereses pagará cada trimestre en un depósito de 10.000 dólares?

3.11. Un contrato de compra a plazo a un año sobre una acción que no paga dividendos se firma cuando el precio de la acción es 40 dólares y el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual compuesto continuo.

a) ¿Cuál es el precio a plazo y el valor inicial del contrato a plazo?
b) Seis meses más tarde, el precio de la acción es 45 dólares y el tipo de interés libre de riesgo sigue siendo el 10 por ciento. ¿Cuál es el precio a plazo y el valor inicial del contrato a plazo?

3.12. El tipo de interés libre de riesgo es el 7 por ciento anual compuesto continuo y el rendimiento por dividendo sobre un índice de acciones es el 3,2 por ciento anual. El valor hoy del índice es 150. ¿Cuál es el precio del futuro a seis meses?

3.13. Suponga que el tipo de interés libre de riesgo es el 9 por ciento anual compuesto continuo y que el rendimiento por dividendo sobre un índice de acciones varía a lo largo del año. En febrero, mayo, agosto y noviembre, es el 5 por ciento anual. En el resto de meses es el 2 por ciento anual. Supongamos que el valor del índice el 31 de julio del 2001 es 300. ¿Cuál es el precio del futuro de un contrato con entrega el 31 de diciembre del 2001?

3.14. Suponga que el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual compuesto continuo y el rendimiento por dividendo sobre un índice de acciones es 4 por ciento anual. El índice está en 400 y el precio del futuro para un contrato con entrega a 4 meses es 405. ¿Qué oportunidades de arbitraje nos da?

3.15. Estime la diferencia entre el tipo de interés libre de riesgo entre México y Estados Unidos a partir de la información de la Tabla 3.8.

3.16. Los tipos de interés a dos meses en Suiza y en Estados Unidos son 3 y 8 por ciento anuales respectivamente compuestos continuamente. El precio al contado del franco suizo es 0,6500 dólares. El precio del futuro para un contrato con entrega a los dos meses es 0,6600 dólares. ¿Qué oportunidades de arbitraje nos ofrece?

3.17. El precio actual de la plata es 9 dólares por onza. Los costes de almacenamiento son de 0,24 dólares por onza anuales pagaderos por trimestres adelantados. Suponiendo una estructura plana de tipos de interés con un tipo compuesto continuo del 10 por ciento, calcule el precio del futuro de la plata para una entrega en 9 meses.

3.18. Suponga que F_1 y F_2 son dos contratos de futuros sobre el mismo producto con fechas de entrega t_1 y t_2 y que $t_2 > t_1$. Demuestre que

$$F_2 \leqslant F_1 e^{r(t_2 - t_1)}$$

donde r es el tipo de interés (supuesto constante) y no hay costes de almacenamiento. Para los propósitos de este problema, considere que un contrato de futuros es lo mismo que un contrato a plazo.

3.19. Cuando se cubre un pago previsto en divisas por una empresa utilizando un contrato a plazo, no hay riesgo de tipo de cambio. Cuando se cubre utilizando contratos de futuros, el proceso de ajute al mercado deja a la empresa expuesta a algunos riesgos. Explique la naturaleza de estos riesgos. En particular, considere si será preferible para la empresa utilizar un contrato de futuros o un contrato a plazo cuando

a) El valor de la divisa cae rápidamente durante la vida del contrato.
b) El valor de la divisa sube rápidamente durante la vida del contrato.
c) El valor de la divisa primero sube y luego vuelve a caer a su valor inicial.
d) El valor de la divisa primero baja y luego vuelve a subir hasta su valor inicial.

Suponga que el precio a plazo es igual al precio del futuro.

3.20. Algunas veces se ha argumentado que un tipo de cambio a plazo es un predictor insesgado de los tipos de cambio futuros. ¿Bajo qué circunstancias puede hacerse esta afirmación?

3.21. Demuestre que la tasa de crecimiento en el precio del futuro sobre un índice es igual a la diferencia de rendimiento del índice sobre el tipo de interés libre de riesgo. Suponga que el tipo de interés libre de riesgo y del rendimiento por vencimiento son constantes.

3.22. Demuestre que la Ecuación (3.7) es correcta considerando una inversión sobre un activo combinado con una posición corta sobre un contrato de futuros. Suponga que todos los ingresos que se generen por el activo son reinvertidos en el activo. Use un argumento similar al que aparece en las notas al pie de página números 2 y 3 y explique en detalle qué haría un arbitrajista si la Ecuación (3.7) no se cumpliese.

Preguntas de repaso

3.23. Se espera que una acción pague un dividendo de 1 dólar a los dos meses y a los cinco meses. El precio de la acción es 50 dólares y el tipo de interés libre de riesgo es el 8 por ciento anual compuesto continuo para todos los vencimientos. Un inversor acaba de tomar una posición corta en un contrato a plazo de seis meses sobre la acción.

a) ¿Cuál es el precio a plazo y el valor inicial del contrato a plazo?
b) Tres meses más tarde, el precio de la acción es 48 dólares y el tipo de interés libre de riesgo sigue siendo 8 por ciento. ¿Cuál es el precio a plazo y el valor de la posición corta en el contrato a plazo?

3.24. Un banco ofrece a un cliente corporativo la oportunidad de escoger entre pedir prestado en metálico al 11 por ciento anual, o pedir prestado oro al 2 por ciento anual. (Si se pide prestado oro, los intereses deben pagarse en oro. De esta manera, 100 onzas pedidas prestadas hoy necesitarían un pago de 102 onzas en un año.) El tipo de interés libre de riesgo es el 9,25 por ciento anual y los costes de almacenamiento son del 0,5 por ciento anual. Razone si el tipo de interés sobre el préstamo en oro es demasiado alto o

demasiado bajo respecto al tipo de interés del préstamo en metálico. Los tipos de interés en los dos préstamos son compuestos anuales. El tipo de interés libre de riesgo y los costes de almacenamiento son compuestos continuos.

3.25. Una empresa que no sabe con certeza la fecha exacta en la que va a pagar o recibir una cantidad en divisas desean, a veces, negociar con su banco un contrato a plazo en el que haya un período durante el cual pueda llevarse a cabo la entrega. La empresa quiere reservarse el derecho a escoger exactamente la fecha de entrega que coincida con sus propios movimientos de tesorería. Póngase en el lugar del banco. ¿Cómo valoraría el producto financiero que desea la empresa?

3.26. Un operador en moneda extranjera que trabaja para un banco entra en una posición larga en un contrato a plazo para la compra de un millón de libras esterlinas a un tipo de cambio de 1,6000 en tres meses. Al mismo tiempo, otro operador en la mesa próxima toma una posición larga en 16 contratos de futuros a tres meses sobre libras esterlinas. El precio del futuro es 1,6000 y cada contrato es sobre 62.500 libras. Durante los minutos que tardan en ser ejecutadas las órdenes, los precios de futuros y a plazo se incrementan ambos hasta 1,6040. Ambos operadores reclaman inmediatamente un beneficio de 4.000 dólares. El sistema del banco muestra que el operador en futuros ha hecho un beneficio de 4.000 dólares, pero el operador a plazo ha hecho un beneficio de sólo 3.900 dólares. El operador a plazo levanta de inmediato el teléfono para quejarse al departamento de sistemas. Explique lo que está pasando aquí. ¿Por qué son diferentes los beneficios?

3.27. Un operador posee oro como parte de una cartera de inversiones a largo plazo. El operador puede comprar oro a 250 dólares la onza y vender oro a 249 dólares la onza. El operador puede pedir prestados fondos al 6 por ciento anual e invertir fondos al 5,5 por ciento anual. (Ambos tipos de interés están expresados con composición anual.) ¿Para qué rango de precios a plazo del oro para un año no tendrá el operador oportunidades de arbitraje? Suponga que no hay diferencias entre precios de oferta y demanda (*bid-offer spread*) para precios a plazo.

APÉNDICE

Demostración de que los precios a plazo y de los futuros son iguales si los tipos de interés se mantienen constantes

En este apéndice demostraremos que los precios a plazo y de los futuros son iguales cuando los tipos de interés son constantes. Supongamos que un contrato de futuros tiene una duración de n días y que F_i es el precio del futuro al final del día $i (0 < i < n)$. Definimos δ como el tipo de interés libre de riesgo diario (constante). Consideremos la siguiente estrategia[6].

1. Tomar una posición larga de los futuros de $e^{2\delta}$ al final del día 0 (es decir, al principio del contrato).
2. Incrementar la posición larga hasta $e^{2\delta}$ al final del día 1.
3. Incrementar la posición larga hasta $e^{3\delta}$ al final del día 2.

Y así sucesivamente.

Esta estrategia está resumida en la Tabla 3.12. Al principio del día i, el inversor tiene una posición de $e^{\delta i}$. El beneficio (posiblemente negativo) de la posición del día i es

$$(F_i - F_{i-1})e^{\delta i}$$

Supongamos que el beneficio es reinvertido a tipo compuesto al interés libre de riesgo hasta el final del día n. Su valor al final del día n es

$$(F_i - F_{i-1})e^{\delta i}e^{(n-i)\delta} = (F_i - F_{i-1})e^{n\delta}$$

El valor al final del día n de toda la estrategia de inversión es, por lo tanto,

$$\sum_{i=1}^{n} (F_i - F_{i-1})e^{n\delta}$$

Tabla 3.12. La estrategia de inversión para demostrar que los precios de los futuros y a plazo son iguales.

Día	0	1	2	⋯	$n-1$	n
Precio del futuro	F_0	F_1	F_2	⋯	F_{n-1}	F_n
Posición de los futuros	e^{δ}	$e^{2\delta}$	$e^{3\delta}$	⋯	$e^{n\delta}$	0
Beneficio/pérdida	0	$(F_1 - F_0)e^{\delta}$	$(F_2 - F_1)e^{2\delta}$	⋯	⋯	$(F_n - F_{n-1})e^{n\delta}$
Beneficio/pérdida compuesta al día n	0	$(F_1 - F_0)e^{n\delta}$	$(F_2 - F_1)e^{n\delta}$	⋯	⋯	$(F_n - F_{n-1})e^{n\delta}$

[6] Esta estrategia fue propuesta por J. C. Cox, J. E. Ingersoll, y S. A. Ross, «The relationship between forward prices and futures prices», *Journal of Financial Economics*, 9 (diciembre 1981), 321-346.

Esto es

$$[(F_n - F_{n-1}) + (F_{n-1} - F_{n-2}) + \cdots + (F_1 - F_0)]e^{n\delta} = (F_n - F_0)e^{n\delta}$$

Como F_n es igual al precio final del activo, S_T, el valor final de la estrategia de inversión puede expresarse como

$$(S_T - F_0)e^{n\delta}$$

Una inversión de F_0 en un bono libre de riesgo combinado con la estrategia que acabamos de estudiar produce

$$F_0e^{n\delta} + (S_T - F_0)e^{n\delta} = S_Te^{n\delta}$$

en el momento T. No es necesaria ninguna inversión para todas las posiciones de futuros descritas. Esto implica que una cantidad F_0 puede invertirse para dar una cantidad $S_Te^{n\delta}$ en el momento T.

Supongamos ahora que el precio a plazo al final del día 0 es G_0. Invirtiendo G_0 en un bono libre de riesgo y tomando una posición larga en $e^{n\delta}$ contratos a plazo se garantiza una cantidad $S_Te^{n\delta}$ en el momento T. Por tanto, hay dos estrategias de inversión, una que requiere un pago inicial F_0, y otra que requiere un pago inicial G_0, ambas con rendimiento $S_Te^{n\delta}$ en el momento T. Por tanto, en ausencia de oportunidades de arbitraje,

$$F_0 = G_0$$

En otras palabras, el precio del futuro y el precio a plazo son idénticos. Nótese que en esta demostración no se ha utilizado el del supuesto del período de tiempo de un día. El precio del futuro basado en un contrato con pagos semanales es también igual al precio a plazo cuando se hacen los correspondientes supuestos.

" INTRODUCCIÓN A LOS MERCADOS DE FUTUROS Y OPCIONES "

Contiene: Caps. 4-6

AUTOR	**: Hull, J. C. (John C.).**
FOTOCOPIADO DE	**: Introducción a los mercados de futuros y opciones / John C. Hull. -- 4a. ed. -- Madrid : Prentice Hall, 2002**
CÁTEDRA	**: Finanzas II**
PROFESOR	**: Eduardo Acuña**
SEMESTRE	**:**

" USO EXCLUSIVO ALUMNOS FACEA , PARA FINES DE DOCENCIA E INVESTIGACIÓN "

CAPÍTULO 4

Estrategias de cobertura con contratos de futuros

Muchos de los participantes en los mercados de futuros son coberturistas (*hedgers*). Su intención es utilizar los mercados de futuros para reducir un riesgo determinado al que se enfrentan. Este riesgo puede relacionarse con el precio del petróleo, el tipo de cambio de una divisa, las cotizaciones bursátiles, o alguna otra variable. Una *cobertura perfecta* (*perfect hedge*) es aquélla que elimina el riesgo por completo. En la práctica, las coberturas perfectas son poco frecuentes. Como dijo un operador: «La cobertura perfecta sólo se da en un jardín japonés»[1]. El estudio de la cobertura de riesgos utilizando contratos de futuros, en su mayor parte, es un estudio de las formas en que las coberturas pueden ser construidas acercándonos lo más posible a la cobertura perfecta.

En este capítulo consideraremos una serie de cuestiones generales relativas a la implementación de coberturas. ¿Cuándo es apropiada una posición corta en futuros? ¿Cuándo lo es una posición larga? ¿Qué contratos de futuros deberían utilizarse? ¿Cuál es el tamaño óptimo de la posición de futuros para reducir el riesgo? A este nivel, limitaremos nuestra atención a lo que podríamos llamar *estrategias de cobertura automática* (*hedge and forget strategies*). Supondremos que no se intenta ajustar la cobertura una vez que se ha puesto en funcionamiento. El coberturista simplemente toma una posición de futuros al inicio de la cobertura y la cierra al final de la misma. En el Capítulo 15 hablaremos de las coberturas dinámicas las cuales son objeto de seguimiento constante y de ajustes frecuentes.

A lo largo de este capítulo trataremos los contratos de futuros como si fuesen contratos a plazo, es decir, ignoraremos los ajustes diarios al mercado. Esto quiere decir que podemos ignorar el valor temporal del dinero en la mayoría de las situaciones porque todos los pagos se realizan al cierre de la cobertura.

---

[1] *N. del T.*: Hedge admite el significado de valla o cerca. Al perderse el doble sentido, el chiste no tiene traducción.

4.1. PRINCIPIOS BÁSICOS

Cuando un particular o una empresa deciden utilizar los mercados de futuros para cubrir un riesgo, el objetivo es, normalmente, tomar una posición que neutralice el riesgo hasta donde sea posible. Consideremos una empresa que sabe que ganará 10.000 dólares por cada 1 por ciento de subida en el precio de un producto durante los próximos tres meses y perderá 10.000 dólares por cada 1 por ciento de disminución de su precio durante este período. Para cubrirse, el tesorero de la empresa debería tomar una posición corta en futuros para compensar el riesgo. La posición de futuros debería suponer una pérdida de 10.000 dólares por cada 1 por ciento de incremento en el precio del producto durante los tres meses y un beneficio de 10.000 dólares por cada 1 por ciento que disminuya el precio durante el período. Si el precio del producto baja, el beneficio de la posición de futuros compensa la pérdida del resto de negocio de la empresa. Si el precio del producto sube, la pérdida en la posición de futuros es contrarrestada por los beneficios en el resto del negocio de la misma empresa.

Coberturas cortas

Una *cobertura corta* (*short hedge*) es una cobertura, como la que acabamos de describir, con una posición corta en contratos de futuros. Una cobertura corta es lo apropiado cuando el coberturista ya posee un activo y espera venderlo en algún momento en el futuro. Por ejemplo, podría ser utilizado por un granjero que tiene algunos cerdos y sabe que éstos estarán listos para vender en el mercado local dentro de dos meses. La cobertura corta también puede utilizarse cuando el coberturista no posee el activo, pero sabe que lo tendrá en el futuro. Consideremos por ejemplo, un exportador americano que sabe que va a recibir euros dentro de tres meses. El exportador obtendrá un beneficio si el euro aumenta su valor respecto al dólar U.S.A. y una pérdida si el valor del euro disminuye en relación al dólar U.S.A. Una posición corta en futuros produce una pérdida si el valor del euro aumenta y un beneficio si disminuye. Su efecto es el de compensar el riesgo del exportador.

Para ilustrar más detalladamente la operativa de una cobertura corta en una situación específica, consideraremos que hoy es 15 de mayo y que la empresa X acaba de negociar un contrato para vender 1 millón de barriles de petróleo. Se ha acordado que el precio que se aplicará en el contrato es el precio de mercado del 15 de agosto. La empresa X está, por lo tanto, en la posición en la que ganará 10.000 dólares por cada centavo que incremente el precio del petróleo durante los próximos tres meses y perderá 10.000 dólares por cada centavo que disminuya el precio durante este período. Supongamos que el precio al contado el 15 de mayo es de 19 dólares por barril y el precio del futuro del petróleo en agosto en el 'New York Mercantile Exchange' (NYMEX) es de 18,75 dólares por barril. Como cada contrato de futuros en la NYMEX es por la entrega de 1.000 barriles, la empresa puede cubrirse tomando una posición corta en 1.000 contratos de futuros de agosto. Si la empresa X cierra su posición el 15 de agosto, el efecto de la estrategia debería ser el de cerrar a un precio similar a 18,75 dólares por barril.

Como ejemplo de lo que podría suceder, supongamos que el precio al contado el 15 de agosto resulta ser de 17,5 dólares por barril. La empresa consigue 17,50 millones de dólares por el petróleo por su contrato de venta. Si agosto es el mes de entrega para el contrato de futuros, el precio del futuro el 15 de agosto debería ser muy parecido al precio al contado de 17,50 dólares en la fecha. La empresa, por lo tanto, obtiene aproximadamente

$$\$18{,}75 - \$17{,}50 = \$1{,}25$$

por barril o 1,25 millones de dólares como resultado global de la posición corta en futuros. La cantidad total conseguida de la posición en futuros y del contrato de venta es, por lo tanto, aproximadamente, 18,75 dólares por barril o 18,75 millones de dólares en total.

Para un resultado alternativo, supongamos que el precio del petróleo el 15 de agosto es de 19,50 dólares por barril. La empresa obtiene 19,50 dólares del petróleo y pierde aproximadamente

$$\$19{,}50 - \$18{,}75 = \$0{,}75$$

por barril en la posición corta en futuros. De nuevo, la cantidad total obtenida es, aproximadamente, 18,75 millones de dólares. Es fácil de ver que en todos los casos la empresa termina con aproximadamente 18,75 millones de dólares. Este ejemplo se resume en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Una cobertura corta.

Fuente: Mesa del operador— 15 mayo

La empresa X ha negociado un contrato para vender 1 millón de barriles de petróleo. El precio en el contrato de venta es el precio al contado el 15 de agosto. Cotizaciones:

Precio de contado del petróleo crudo: 19,00 dólares por barril

Precio del futuro del petróleo en agosto: 18,75 dólares por barril

Estrategia de cobertura

15 de mayo: Posición corta en 1.000 contratos de futuros de petróleo de agosto.

15 de agosto: Cerrar la posición de futuros.

Resultado

La empresa se asegura que recibirá un precio de cierre de 18,75 dólares por barril.

Ejemplo 1:

El precio del petróleo el 15 de agosto es 17,50 dólares por barril.

La empresa recibe 17,50 dólares por barril bajo el contrato de venta.

La empresa gana alrededor de 1,25 dólares por barril del contrato de futuros.

Ejemplo 2:

El precio del petróleo el 15 de agosto es 19,50 dólares por barril.

La empresa recibe 19,50 dólares por barril bajo el contrato de venta.

La empresa pierde alrededor de 0,75 dólares por barril del contrato de futuros.

Coberturas largas

Las coberturas en las que se toma una posición larga en un contrato de futuros son conocidas como *coberturas largas* (*long hedges*). Una cobertura larga será lo apropiado cuando la empresa sepa que va a tener que comprar cierto activo en el futuro y quiera asegurar, desde un primer momento, el precio que pagará por él.

Supongamos que hoy estamos a 15 de enero. Un fabricante de cobre sabe que necesitará 100.000 libras de cobre el 15 de mayo para cumplir con un contrato. El precio al contado del cobre es 140 centavos por libra. El fabricante puede cubrir su posición tomando una posición larga en cuatro contratos de futuros de mayo en la división COMEX del NYMEX y cerrando su posición el 15 de mayo. Cada contrato es para la entrega de 25.000 libras de cobre. La estrategia tiene el efecto de fijar al cierre el precio del cobre requerido a 120 centavos la libra.

Tabla 4.2. Una cobertura larga.

Fuente: Mesa del operador— 15 enero

Un fabricante de cobre sabe que necesitará 100.000 libras de cobre el 15 de mayo para encontrar cierto contrato. El precio de contado del cobre es de 140 centavos la libra y el precio del futuro de mayo es de 120 centavos la libra.

Estrategia de cobertura

15 de enero: Toma una posición larga en cuatro contratos de futuros de mayo sobre el cobre.

15 de mayo: Cierra la posición.

Resultado

La empresa asegura que su coste se cerrará a 120 centavos la libra.

Ejemplo 1:

El coste del cobre el 15 de mayo es de 125 centavos la libra.

La empresa gana 5 centavos la libra en el contrato de futuros.

Ejemplo 2:

El coste del cobre el 15 de mayo es de 105 centavos la libra.

La empresa pierde 15 centavos la libra en el contrato de futuros.

Este ejemplo se resume en la Tabla 4.2. Supongamos que el precio del cobre el 15 de mayo es de 125 centavos por libra. Como mayo es el mes de la entrega para el contrato de futuros éste debería ser muy similar al precio del futuro. El fabricante, por tanto, gana aproximadamente

$$100.000 \times (\$1{,}25 - \$1{,}20) = \$5.000$$

sobre el contrato de futuros. Paga $100.000 \times \$1{,}25 = \$125.000$ por el cobre. El coste total es, por tanto, aproximadamente $\$125.000 - \$5.000 = \$120.000$. Para un resultado alternativo, supongamos que el precio del futuro el 15 de mayo es de 105 centavos la libra. El fabricante entonces pierde aproximadamente

$$100.000 \times (\$1{,}20 - \$1{,}05) = \$15.000$$

sobre el contrato de futuros y paga $100.000 \times \$1{,}05 = \$105.000$ por el cobre. De nuevo, el coste total es aproximadamente 120.000 dólares o 120 centavos la libra.

Nótese que, para la empresa, es mejor utilizar contratos de futuros que comprar el cobre el 15 de enero en el mercado al contado. Si hace lo segundo, pagará 140 centavos la libra en vez de 120 centavos la libra e incurrirá en costes financieros (de intereses) y costes de almacenamiento. Para una empresa que utiliza cobre de forma habitual, esta desventaja sería compensada por el rendimiento de conveniencia asociado al hecho de tener el cobre disponible para su uso. (Véase el Capítulo 3 donde se habla de los rendimientos de conveniencia.) No obstante, para una empresa que sabe que no va a necesitar el cobre hasta el 12 de mayo el rendimiento de conveniencia no tiene valor.

Las coberturas largas también se pueden utilizar para compensar parcialmente una posición corta preexistente. Consideremos un inversor que ha vendido a corto ciertas acciones. Parte del riesgo al que deberá enfrentarse está relacionado con la evolución del mercado en su conjunto. El inversor puede neutralizar ese riesgo tomando una posición larga en contratos de futuros sobre el índice. De este tipo de estrategia de cobertura hablaremos más adelante en este capítulo.

En los ejemplos de la Tabla 4.2 y la Tabla 4.1, suponemos que la posición de futuros se cierra en el mes de entrega. La cobertura tiene el mismo efecto básico si se permite que la entrega tenga lugar. La entrega, sin embargo, podría ser una operación costosa. Por este motivo normalmente no se realiza, incluso aunque el coberturista mantenga el contrato de futuros hasta el mes de entrega. Como explicaremos más adelante, los coberturistas con posiciones largas suelen evitar al máximo la obligación de entregar cerrando sus posiciones antes del período correspondiente.

En estos dos ejemplos también hemos supuesto que un contrato de futuros equivale a un contrato a plazo. En la práctica, el ajuste al mercado tiene un pequeño efecto sobre el rendimiento de una cobertura. Como se explicó en el Capítulo 2, esto significa que el beneficio o pérdida brutos (*payoff*) del contrato de futuros se realiza día a día a lo largo de la vida de la cobertura en lugar de hacerlo en su totalidad al final.

4.2. ARGUMENTOS A FAVOR Y EN CONTRA DE LA COBERTURA

Los argumentos a favor de la cobertura son tan obvios que apenas necesitan enunciarse. La mayoría de empresas se dedican a las manufacturas, el comercio detallista o al por mayor o a los servicios. No están especializadas en predecir variables como tipos de interés, tipos de cambio, precios de productos, etc. Tiene sentido para estas empresas cubrir los riesgos asociados a esas variables a medida que van surgiendo y concentrarse en sus actividades principales que presumiblemente conocen mucho mejor. Gracias a la cobertura pueden evitarse sorpresas desagradables como las derivadas de subidas repentinas en los precios de ciertas mercancías.

En la práctica, muchos riesgos se dejan sin cubrir. En el resto de esta sección estudiaremos algunos de los motivos de esta conducta.

Coberturas y accionistas

Un argumento que se señala algunas veces es que los accionistas pueden, si así lo desean, hacer la cobertura por sí mismos. No necesitan a la empresa para hacerlo. Este argumento es, sin embargo, discutible. Supone que los accionistas tienen más información sobre los riesgos a los que se enfrenta la empresa que la dirección de ésta. En la mayoría de situaciones esto no es así. También ignora las comisiones y otros gastos de transacción. Éstos son menos caros por dólar de cobertura para grandes transacciones que para pequeñas transacciones. La cobertura es, por tanto, propensa a ser menos cara cuando se lleva a cabo por la empresa que no por los accionistas individuales. De hecho, el tamaño de muchos contratos de futuros hace imposible, en muchos casos, la cobertura por un accionista individual.

Algo que los accionistas pueden hacer con mayor facilidad que una empresa es diversificar el riesgo. Un accionista con una cartera bien diversificada puede ser inmune a muchos de los riesgos a los que se enfrenta una empresa. Por ejemplo, además de tener acciones de una empresa que utilice cobre, un accionista bien diversificado puede también tener acciones de otra que produzca cobre, por lo que su exposición global al precio del cobre sería, finalmente, muy poca. Si las empresas están actuando en favor de los intereses de sus accionistas bien diversificados, se puede argumentar que, en muchas situaciones, la cobertura es innecesaria.

Sin embargo, la medida en que estas gestiones se ven influidas por este tipo de argumento es una pregunta que aún no tiene respuesta.

Cobertura y competidores

Si la cobertura no es lo habitual en cierto sector, puede no tener sentido que una sola empresa decida diferenciarse de las demás. Las presiones competitivas dentro del sector pueden ser tales que los precios de los bienes y sevicios producidos por el sector fluctúen al alza o la baja para reflejar los costes de la materia prima, tipos de interés, tipos de cambio, etc. Una empresa que no se cubriese podría esperar que sus márgenes de beneficio fuesen casi constantes. Sin embargo, una empresa que se cubriese ¡podría esperar márgenes de beneficio fluctuantes!

Para ilustrar este punto, consideraremos dos empresas que manufacturan joyas de oro, la empresa SafeandSure y la empresa TakeaChance. Asumimos que la mayoría de las empresas del sector no se cubren contra movimientos del precio del oro y que la empresa Takeachance no es una excepción. No obstante, la empresa SafeandSure ha decidido distinguirse del resto de sus competidores y utiliza contratos de futuros para cubrir sus compras de oro durante los próximos 18 meses. Si el precio del oro sube, las presiones económicas llevarán a un incremento correspondiente en el precio al por mayor de las joyas, por lo que el margen de beneficio de la empresa TakeaChance no se verá afectado. Por contra, el margen de beneficio de la empresa SafeandSure se incrementará cuando los efectos de la cobertura hayan sido tenidos en cuenta. Si el precio del oro baja, las presiones económicas tenderán a generar una disminución correspondiente en el precio de las joyas al por mayor. De nuevo, el margen de beneficio de la empresa Takeachance no se verá afectado. Sin embargo, el margen de beneficio de la empresa SafeandSure disminuirá. En condiciones extremas, ¡el margen de beneficio de la empresa SafeandSure podría llegar a ser negativo como resultado de la cobertura! Este ejemplo está resumido en la Tabla 4.3.

Este ejemplo enfatiza la importancia de contemplar todo el cuadro al realizar una cobertura. Deberían tenerse en cuenta todas las implicaciones de cambios en los precios sobre la rentabilidad de una empresa al diseñar estrategia de cobertura para protegerse contra los cambios de precios.

Tabla 4.3. El peligro de cubrirse cuando los competidores no lo hacen.

Cambio en el precio del oro	Efecto sobre el precio del oro en joyería	Efecto sobre el beneficios de TakeaChance S. A.	Efecto sobre los beneficios de SafeandSecure S. A.
Subida	Subida	Ninguno	Subida
Bajada	Bajada	Ninguno	Bajada

Otras consideraciones

Es importante darse cuenta de que una cobertura que utilice contratos de futuros puede llevar a una bajada o subida en los beneficios de la empresa en comparación con la situación final sin cobertura. En el ejemplo de la Tabla 4.1, si el precio del petróleo baja, la empresa perderá dinero en sus ventas de 1 millón de barriles de petróleo y obtendrá un beneficio que compensa la posición en futuros. El tesorero podría ser felicitado por haber tenido la perspicacia de implementar la cobertura. Es evidente que la empresa está mejor así que sin cubrirse. Se espera que otros ejecutivos en la organización valoren la contribución hecha por su tesorero. Si el

precio del petróleo sube, la empresa ganará más con su venta de petróleo, y la posición de futuros producirá una pérdida que compensa esta garantía. La empresa estaría en una situación peor a la que tendría sin cobertura. A pesar de que la decisión de cubrirse fue perfectamente lógica, en la práctica, el tesorero podría pasar por un mal momento al justificarlo. Supongamos que el precio del petróleo es 21,75 dólares el 15 de agosto en la Tabla 4.1, por lo que la empresa pierde 3 dólares por barril en el contrato de futuros. Es fácil imaginar una conversación como la siguiente entre el tesorero y el presidente.

PRESIDENTE: Esto es terrible. Hemos perdido 3 millones de dólares en el mercado de futuros en un espacio de 3 meses. ¿Cómo ha podio ocurrir? Quiero una buena explicación.

TESORERO: El propósito de los contratos de futuros era cubrir nuestra exposición al precio del petróleo —y no el obtener un beneficio. No olvide que por el efecto favorable del incremento del precio del petróleo hemos obtenido alrededor de 3 millones de dólares.

PRESIDENTE: ¿Qué hemos conseguido con esto? Esto es como decir que no necesitamos preocuparnos cuando nuestras ventas son bajas en California porque son altas en Nueva York.

TESORERO: Si el precio del petróleo hubiese bajado...

PRESIDENTE: No me importa lo que habría sucedido si hubiera bajado el precio del petróleo. La realidad es que ha subido. Realmente no sé qué estaba haciendo jugando con los mercados de futuros de esta manera. Nuestros accionistas esperan que lo hayamos hecho particularmente bien este trimestre. Tendré que explicarles que sus actuaciones redujeron los beneficios en 3 millones de dólares. Me temo que esto va a significar que no habrá remuneración extra (*bonuses*) para usted este año.

TESORERO: Esto es injusto. Yo sólo...

PRESIDENTE: ¡Injusto! Tiene suerte de que no le despida. Usted ha perdido 3 millones de dólares.

TESORERO: Todo depende de cómo se mire...

¡Es fácil entender por qué muchos tesoreros son reacios a las operaciones de cobertura! La cobertura reduce el riesgo para la empresa. Sin embargo, puede incrementar los riesgos para el tesorero si los demás no entienden perfectamente lo que está haciendo. La única solución real a este problema implica asegurar que todos los altos ejecutivos de la organización entiendan por completo la naturaleza de una cobertura antes de implementar un plan de coberturas. En una situación ideal, las estrategias de cobertura deberían ser diseñadas por el consejo de administración de la empresa y ser comunicadas de forma clara a los directivos y accionistas de ésta.

4.3. RIESGO DE BASE (*BASIS RISK*)

Los ejemplos de cobertura considerados hasta ahora han sido casi demasiado buenos como para ser ciertos. El coberturista era capaz de identificar la fecha concreta en el futuro en la que

íbamos a comprar o vender el activo. A partir de ahí, el coberturista podía utilizar los contratos de futuros para eliminar casi todos los riesgos que surgían del precio del activo en esa fecha. Muchas veces, en la práctica, la cobertura no es tan inmediata. Algunos de los motivos para ello son los siguientes:

1. El activo cuyo precio se va a cubrir puede no ser exactamente el mismo que el activo subyacente al contrato de futuros.
2. El coberturista puede no estar seguro de la fecha exacta en la que se comprará o venderá el activo.
3. La cobertura podría exigir el cierre del contrato de futuros antes de su fecha de vencimiento.

Estos problemas dan lugar a lo que se llama *riesgo de base* (*basis risk*). Este concepto será explicado a continuación.

La base

La *base* (*basis*) en una situación de cobertura es como sigue[2]:

Base = Precio al contado del activo a cubrir − Precio del futuro del contrato utilizado

Si el activo que es cubierto y el activo subyacente al contrato de futuros son el mismo, la base debería ser cero al vencimiento del contrato de futuros. Antes del vencimiento, la base puede ser positiva o negativa. Del análisis en el Capítulo 3, cuando el activo subyacente es una divisa con tipo de interés bajo, oro o plata, el precio del futuro es mayor que el precio al contado. Esto significa que la base es negativa. Para una divisa con tipo de interés alto y muchos productos, sucede a la inversa y la base es positiva.

Cuando el precio al contado aumenta más que el precio del futuro, la base incrementa. A esto se le llama un *reforzamiento de la base*. Cuando el precio del futuro aumenta más que el precio al contado, la base se reduce. A esto se le llama *debilitamiento de la base*. La Figura 4.1 ilustra cómo una base puede cambiar a lo largo del tiempo. En este ejemplo, la base es positiva antes del vencimiento del contrato de futuros.

Para examinar la naturaleza del riesgo de base, utilizaremos la siguiente notación:

S_1: Precio al contado en el momento t_1.
S_2: Precio al contado en el momento t_2.
F_1: Precio del futuro en el momento t_1.
F_2: Precio del futuro en el momento t_2.
b_1: Base en el momento t_1.
b_2: Base en el momento t_2.

Supondremos que se implementa una cobertura en el momento t_1 y se cierra en el momento t_2. Como ejemplo, consideraremos el caso en el que los precios al contado y de futuros en el momento en que se inicia la cobertura son 2,50 dólares y 2,20 dólares, respectivamente, y que

[2] Ésta es la definición habitual. Sin embargo la definición alternativa

Base = Precio del futuro − Precio al contado

es, a veces, utilizada particularmente cuando el contrato de futuros es sobre un activo financiero.

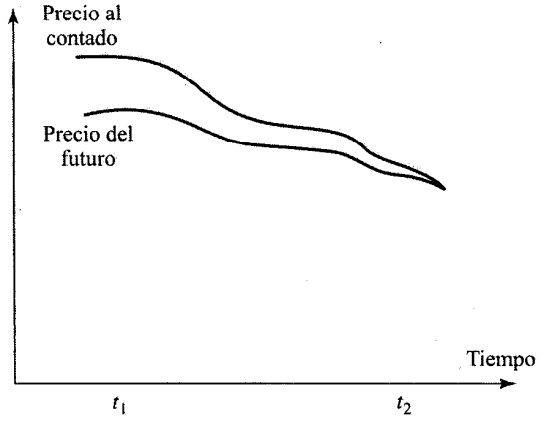


Figura 4.1. Variación de la base con el tiempo.

en el momento en que se cierra la cobertura son 2,00 dólares y 1,90 dólares, respectivamente. Esto significa que $S_1 = 2{,}50$, $F_1 = 2{,}20$, $S_2 = 2{,}00$, y $F_2 = 1{,}90$.

De la definición de base

$$b_1 = S_1 - F_1 \quad \text{y} \quad b_2 = S_2 - F_2$$

y en nuestro ejemplo, $b_1 = 0{,}30$ y $b_2 = 0{,}10$.

Consideremos primero la situación de un coberturista que sabe que el activo será vendido en el momento t_2 y toma una posición corta en futuros en el momento t_1. El precio obtenido por el activo es S_2 y el beneficio de la posición de futuros es $F_1 - F_2$. El precio efectivo que se obtiene por el activo con cobertura es, por lo tanto,

$$S_2 + F_1 - F_2 = F_1 + b_2$$

En nuestro ejemplo, serán 2,30 dólares. El valor de F_1 se conoce en el momento t_1. Si b_2 también se conociese en este momento, resultaría una cobertura perfecta. El riesgo de cobertura proviene de la incertidumbre respecto a b_2 y se conoce como *riesgo de base*. Consideremos ahora una situación donde una empresa sabe que el activo será comprado en el momento t_2 e inicia una cobertura larga en el momento t_1. El precio que se paga por el activo es S_2 y la pérdida de la cobertura será $F_1 - F_2$. El precio efectivo que se paga con cobertura será, por lo tanto,

$$S_2 + F_1 - F_2 = F_1 + b_2$$

Ésta es la misma expresión que antes y es 2,30 dólares en el ejemplo. El valor de F_1 se conoce en el momento t_1 y el término b_2 representa el riesgo de base.

Para activos de inversión como divisas, índices de acciones, oro, y plata, el riesgo de base tiende a ser mucho menor que en productos para el consumo. Esto es debido a que, como se demostró en el Capítulo 3, el arbitraje nos lleva a una relación bien definida entre el precio del futuro y el precio al contado de un activo de inversión. El riesgo de base para un activo de inversión surge principalmente de la incertidumbre sobre el nivel de los tipos de interés libre de riesgo en el futuro. En el caso de mercancías para el consumo, los desequilibrios entre la oferta y la demanda y las dificultades asociadas algunas veces con el almacenamiento del

producto pueden generar grandes variaciones en la tasa de conveniencia. Éstas son fuentes adicionales de grandes subidas en el riesgo de base.

A veces, el activo que origina la exposición del coberturista es diferente del activo subyacente en la cobertura. El riesgo de base entonces es normalmente mayor. Definimos S_2^* como el precio del activo subyacente al contrato de futuros en el momento t_2. Como antes, S_2 es el precio del activo cubierto en el momento t_2. A través de la cobertura, una empresa asegura que el precio que será pagado (o recibido) por el activo será

$$S_2 + F_1 - F_2$$

Esto puede expresarse como

$$F_1 + (S_2^* - F_2) + (S_2 - S_2^*)$$

Los términos $S_2^* - F_2$ y $S_2 - S_2^*$ representan los dos componentes de la base. El término $S_2^* - F_2$ es la base que habría si el activo cubierto fuese el mismo que el activo subyacente al contrato de futuros. El término $S_2 - S_2^*$ es la base que procede de la diferencia entre los dos activos.

Nótese que el riesgo de base puede generar una mejora o un empeoramiento de la posición del coberturista. Consideremos una cobertura corta. Si la base inesperadamente se refuerza, la posición del coberturista mejora, mientras que si la base se debilita de forma imprevista, la posición del coberturista empeora. Para una cobertura larga ocurre lo contrario. Si la base se refuerza inesperadamente, la posición del coberturista empeora mientras que si la base se debilita de forma imprevista, la posición del coberturista mejora.

Elección del contrato

Un factor clave que afecta al riesgo de base es la elección del contrato de futuros utilizado en la cobertura. Esta elección tiene dos componentes:

1. La elección del activo subyacente al contrato de futuros.
2. La elección del mes de entrega.

Si el activo a cubrir es igual al activo subyacente al contrato de futuros, la primera elección es generalmente muy fácil. En otras circunstancias, es necesario llevar a cabo un cuidadoso análisis para determinar cuál de los contratos de futuros disponibles tiene los precios de los futuros más fuertemente correlacionados con el precio del activo a cubrir.

Es probable que la elección del mes de la entrega esté influenciada por diversos factores. En los ejemplos anteriores de este capítulo hemos supuesto que cuando el vencimiento de la cobertura corresponde al mes de la entrega, se escogía este mes de entrega para el contrato. De hecho, en estas circunstancias normalmente se escoge un contrato con mes de entrega más tardío. Esto es porque los precios de los futuros son, en algunos casos, bastante variables durante el mes de entrega. Un coberturista en posición larga también corre el riesgo de tener que tomar la entrega del activo físico si mantiene el contrato en cartera durante el mes de entrega. Éste puede ser un inconveniente muy caro.

En general, el riesgo de base incrementa cuando la diferencia de tiempo entre el vencimiento de la cobertura y el mes de entrega aumenta. Una buena primera aproximación es, por lo tanto, escoger un mes de entrega lo más cercano posible, pero posterior al vencimiento de la cobertura. Supongamos que los meses de entrega para un contrato determinado son marzo, junio, septiembre, y diciembre. Se escogerá el contrato de marzo cuando el vencimiento de la

cobertura sea en diciembre, enero, y febrero; el contrato de junio cuando sea en marzo, abril y mayo; y así sucesivamente. En esta primera aproximación suponemos que hay suficiente liquidez en todos los contratos para satisfacer los requisitos del coberturista. En la práctica, la liquidez tiende a ser mayor en contratos de futuros con vencimientos próximos. El coberturista puede, por lo tanto, inclinarse a utilizar en algunas situaciones contratos con vencimientos próximos y luego enlazarlos en el tiempo (*roll forward*). De esta estrategia hablaremos al final del presente capítulo.

Ilustraciones

Ahora ilustraremos algunos de los puntos señalados en el epígrafe anterior. Supongamos que hoy es 1 de marzo. Una empresa americana espera recibir 20 millones de yenes al final de julio. Los contratos de futuros de yenes en el 'Chicago Mercantile Exchange' tienen como meses de entrega marzo, junio, septiembre y diciembre. Un contrato es por la entrega de 12,5 millones de yenes. El criterio mencionado anteriormente para la elección de contrato sugiere que, para propósitos de cobertura, debe escogerse el contrato de septiembre.

La empresa, por lo tanto, toma posiciones cortas en cuatro contratos de futuros de yenes de septiembre el día 1 de marzo. Cuando se reciben los yenes al final de julio, la empresa cierra su posición. El riesgo de base surge de la incertidumbre acerca de la diferencia entre el precio del futuro y el precio al contado en este momento. Suponemos que el precio del futuro el 1 de marzo en centavos por yen es 0,7800 y que los precios al contado y de futuros, cuando se cierra el contrato, son 0,7200 y 0,7250, respectivamente. La base es $-0{,}0050$ y la ganancia de los contratos de futuros es 0,0550. El precio efectivo obtenido en centavos por yen es el precio al contado más el beneficio sobre futuros:

$$0{,}7200 + 0{,}0550 = 0{,}7750$$

Esto también puede expresarse como el precio inicial del futuro más la base:

$$0{,}7800 - 0{,}0050 = 0{,}7750$$

La empresa recibe un total de $50 \times 0{,}00775$ millones de dólares o 387.500 dólares. Este ejemplo se resume en la Tabla 4.4.

Para nuestro próximo ejemplo, suponemos que es el 8 de junio y una empresa sabe que necesitará comprar 20.000 barriles de petróleo crudo en algún momento de octubre o noviembre. Los contratos de futuros de petróleo se negocian actualmente para entregas en cada mes en el NYMEX y el tamaño del contrato es de 1.000 barriles. Siguiendo el criterio indicado, la empresa decide utilizar el contrato de diciembre para la cobertura. El 8 de junio, toma una posición larga en contratos del 20 de diciembre. En este momento, el precio del futuro es de 18,00 dólares por barril. La empresa encuentra que está lista para comprar el petróleo crudo del 10 de noviembre. Por lo tanto cierra su contrato de futuros en esta fecha. El riesgo de base surge de la incertidumbre sobre la base el día en que se cierre el contrato. Suponemos que el precio al contado y el precio del futuro del 10 de noviembre son 20,00 y 19,10 dólares por barril, respectivamente. La base es, por lo tanto, 0,90 dólares y el precio efectivo pagado es 18,90 dólares por barril o 378.000 dólares en total. Este ejemplo está resumido en la Tabla 4.5.

Tabla 4.4. Riesgo de base en coberturas cortas.

Fuente: Mesa del operador— 1 de marzo

Es 1 de marzo. Una empresa norteamericana espera recibir 50 millones de yenes japoneses al final de julio. El precio actual del futuro del yen en septiembre es 0,7800.

Estrategia

La empresa puede

1. Tomar posiciones cortas en contratos de futuros de septiembre el día 1 de marzo.
2. Cerrar el contrato cuando los yenes lleguen a finales de julio.

Riesgo de base

El riesgo de base surge de la incertidumbre del coberturista sobre la diferencia entre el precio al contado y el precio del futuro de septiembre del yen japonés a finales de julio.

El resultado

Cuando el yen llega a finales de julio, el precio al contado resultó ser 0,7200 y el precio del futuro de 0,7250. Por tanto

$$\text{Base} = 0{,}7200 - 0{,}7250 = -0{,}0050$$
$$\text{Beneficio en futuros} = 0{,}7800 - 0{,}7250 = +0{,}0550$$

El precio efectivo en centavos por yen recibido por el coberturista es el precio al contado a final de julio más el beneficio de futuros:

$$0{,}7200 + 0{,}0550 = 0{,}7750$$

Esto también puede expresarse como el precio inicial del futuro de septiembre más la base:

$$0{,}7800 - 0{,}0050 = 0{,}7750$$

4.4. RATIO DE COBERTURA DE VARIANZA MÍNIMA

El *ratio de cobertura* (*hedge ratio*) es el cociente entre el tamaño de la posición tomada en contratos de futuros y el tamaño del activo expuesto. Hasta ahora, hemos utilizado siempre un ratio de cobertura de 1,0. En la Tabla 4.5, por ejemplo, la exposición del coberturista era sobre 20.000 barriles de petróleo y los contratos de futuros fueron firmados para la entrega de exactamente esta cantidad de petróleo. Si el objetivo del coberturista es minimizar el riesgo, fijar el ratio de cobertura en 1,0 no es necesariamente lo mejor que puede hacerse.

Utilizaremos la siguiente notación:

δS: Cambio en el precio al contado, S, durante un período de tiempo igual a la duración de la cobertura.
δF: Cambio en el precio del futuro, F, durante un período de tiempo igual a la duración de la cobertura.
σ_S: Desviación estándar de δS.
σ_F: Desviación estándar de δF.
ρ: Coeficiente de correlación entre δS y δF.
h^*: Ratio de cobertura que minimiza la varianza de la posición del coberturista.

Tabla 4.5. Riesgo de base en coberturas largas.

Fuente: Mesa del operador — 8 de junio

Es 8 de junio. Una empresa sabe que necesitará comprar 20.000 barriles de petróleo crudo en algún momento de octubre o noviembre. El precio actual del futuro de diciembre es de18,00 dólares por barril.

Estrategia

La empresa

1. Toma una posición larga en 20 NYM contratos de futuros de petróleo de diciembre el 8 de junio.
2. Cierra el contrato cuando se ve preparada para comprar el petróleo.

Riesgo de base

El riesgo de base surge de la incertidumbre del coberturista acerca de la diferencia entre el precio al contado y el precio del futuro de diciembre del petróleo en el momento en que éste sea necesario.

El resultado

La empresa estaba lista para comprar el petróleo el 10 de noviembre y cierra su contrato de futuros en esta fecha. El precio al contado era de 20,00 dólares por barril y el precio del futuro era de 19,10 dólares por barril. Por tanto

$$\text{Base} = \$20{,}00 - \$19{,}10 = \$0{,}90$$
$$\text{Beneficio en futuros} = \$19{,}10 - \$18{,}00 = \$1{,}10$$

El coste efectivo del petróleo comprado es el precio del 10 de noviembre menos el beneficio en futuros:

$$\$20{,}00 - \$1{,}10 = \$18{,}90 \text{ por barril}$$

Esto también puede expresarse como el precio inicial del futuro de diciembre más la base:

$$\$18{,}00 + \$0{,}90 = \$18{,}90 \text{ por barril}$$

En el Apéndice al final del capítulo demostramos que

$$h^* = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_F} \tag{4.1}$$

El ratio óptimo de cobertura es el producto del coeficiente de correlación entre δS y δF y el cociente entre las desviaciones típicas de δS y δF. La Figura 4.2 muestra cómo la varianza del valor de la posición de coberturista depende del ratio de cobertura escogido.

Si $\rho = 1$ y $\sigma_F = \sigma_S$, el ratio de cobertura, h^*, es 1,0. Este resultado es previsible, pues en este caso el precio del futuro refleja perfectamente el precio de contado. Si $\rho = 1$ y $\sigma_F = 2\sigma_S$, el ratio de cobertura, h^*, es 0,5. Este resultado es también normal en el caso de que el precio del futuro lógico pues refleja que se incremente siempre (o disminuya) el doble que el precio al contado.

El ratio de cobertura óptimo, h^*, es la pendiente de la recta más ajustada en la regresión de δS contra δF, como indica la Figura 4.3. La equivalencia se corresponde razonablemente con la intuición dado que h^* corresponde al cociente entre los cambios δS y δF. *La efectividad*

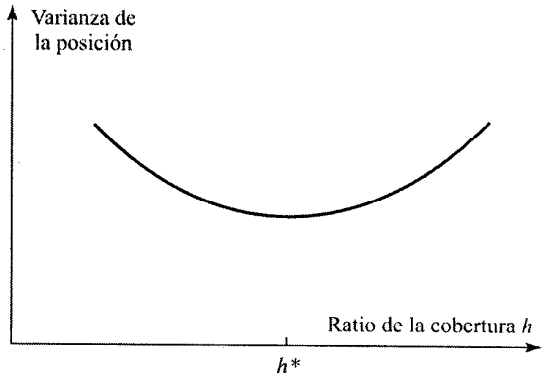


Figura 4.2. Dependencia de la varianza de la posición del coberturista respecto al ratio de cobertura.

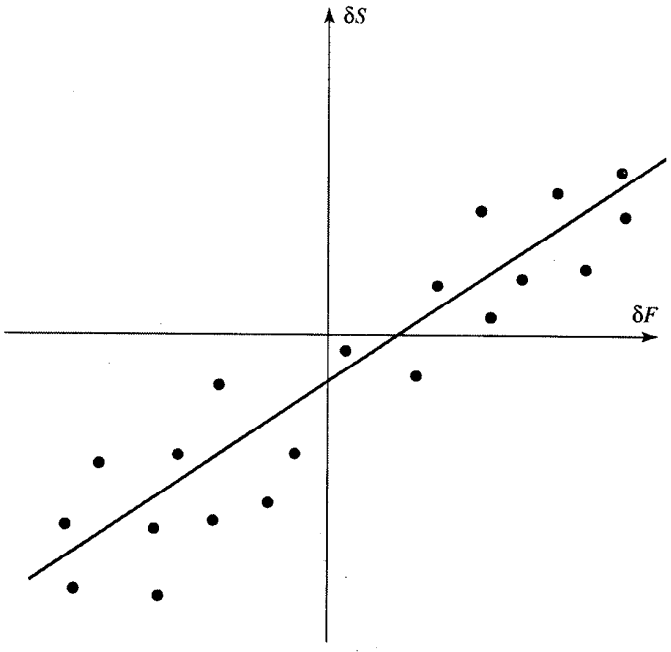


Figura 4.3. Regresión de la variación en el precio al contado con respecto a la variación en el precio del futuro.

de la cobertura puede definirse como el porcentaje de la varianza que se ha eliminado gracias a la cobertura. Esto es p^2, o

$$h^{*2}\frac{\sigma_F^2}{\sigma_S^2}$$

Los parámetros ρ, σ_F, y σ_S en la Ecuación (4.1) se suelen estimar mediante datos históricos de δS y δF. (Esto supone implícitamente que el futuro, en cierto sentido, será como el pasado.) Se escoge un número de intervalos de tiempo iguales y disjuntos y se toman los valores de δS y δF para cada uno de ellos. La longitud ideal de los intervalos debería ser igual a la longitud del intervalo de tiempo para el cual se efectúa la cobertura. A veces, en la práctica,

este procedimiento limita el número de observaciones disponibles, lo que se suple utilizando intervalos más cortos.

Número óptimo de contratos

Definimos las siguientes variables:

N_A: Tamaño de la posición a cubrir (unidades).

Q_F: Tamaño de un contrato de futuros (unidades).

N^*: Número óptimo de contratos de futuros para la cobertura.

Los contratos de futuros deberían tener un valor nominal de h^*N_A. El número de contratos de futuros necesario, por lo tanto, vendrá dado por

$$N^* = \frac{h^*N_A}{Q_F} \tag{4.2}$$

Ejemplo

Una línea aérea espera comprar dos millones de galones de combustible de avión dentro de un mes y decide usar el contrato de futuros de gasóleo para calefacción para su cobertura. (El artículo de Nikkhah al que se hace referencia al final del capítulo discute este tipo de estrategia.) Suponemos que la Tabla 4.6 da datos sobre el cambio, δS, para 15 meses sucesivos en el precio del combustible de avión por galón y el correspondiente cambio, δF en el precio del futuro para el contrato sobre gasóleo de calefacción que se utilizará para cubrir cambios en precios durante el mes. El número de observaciones, que denotaremos como n, es 15. Denotaremos las observaciones ith para δS y δF como x_i e y_i, respectivamente. De la Tabla 4.6 resulta

$$\sum x_i = -0{,}013 \qquad \sum x_i^2 = 0{,}0138$$

$$\sum y_i = 0{,}003 \qquad \sum y_i^2 = 0{,}0097$$

$$\sum x_i y_i = 0{,}0107$$

Utilizando fórmulas estadísticas, la estimación de σ_F será

$$\sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n(n-1)}}{n-1}} = 0{,}0313$$

La estimación de σ_S es

$$\sqrt{\frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n(n-1)}}{n-1}} = 0{,}0263$$

La estimación de ρ es

$$\frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}} = 0{,}928$$

La varianza mínima del ratio de cobertura, h^*, es por lo tanto,

$$0{,}928 \times \frac{0{,}0263}{0{,}0313} = 0{,}78$$

Cada contrato sobre gasóleo de calefacción en el NYMEX se negocia sobre 42.000 galones de gasóleo. De la Ecuación (4.2) se deduce que el número óptimo de contratos será:

$$\frac{0{,}78 \times 2.000.000}{42.000} = 37{,}14$$

es decir, 37, aproximando al entero más cercano.

Tabla 4.6. Datos para el cálculo del ratio de cobertura de varianza mínima cuando se utiliza el contrato de futuros sobre el gasóleo de calefacción para cubrir la compra de combustible de aviación.

Mes i	Cambio en los precios del futuro por galón ($= x_i$)	Cambio en los precios del combustible por galón ($= y_i$)
1	0,021	0,029
2	0,035	0,020
3	−0,046	−0,044
4	0,001	0,008
5	0,044	0,026
6	−0,029	−0,019
7	−0,026	−0,010
8	−0,029	−0,007
9	0,048	0,043
10	−0,006	0,011
11	−0,036	−0,036
12	−0,011	−0,018
13	0,019	0,009
14	−0,027	−0,032
15	0,029	0,023

4.5. FUTUROS SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES

Los futuros sobre índices de acciones pueden utilizarse para cubrir una cartera de valores. Definimos:

P: Valor actual de la cartera.
A: Valor actual de las acciones subyacentes al contrato de futuros.

Si la cartera replica el índice, el ratio de cobertura apropiado es, claramente, 1, y la Ecuación (4.2) muestra que el número de contratos en los que se debe tomar posiciones cortas será:

$$N^* = \frac{P}{A} \tag{4.3}$$

Suponga, por ejemplo una cartera valorada en 1 millón de dólares que replica el S&P 500. El valor actual del índice es 1.000 y cada contrato de futuros es sobre 250 veces el valor del índice en dólares. En este caso, $P = 1.000.000$ de dólares y $A = 250.000$ dólares, por lo tanto se deben tomar cuatro posiciones cortas para cubrir la cartera.

Cuando la cartera no replica de forma exacta el índice, podemos usar el parámetro beta (β) del capital *asset pricing model* para determinar el ratio de cobertura adecuado. Beta es la pendiente de la recta de regresión entre el exceso de rendimiento de la cartera sobre el tipo de interés libre de riesgo y el exceso del rendimiento del mercado sobre el interés libre de riesgo. Cuando $\beta = 1{,}0$, el rendimiento de la cartera tiende a reflejar el rendimiento del mercado; cuando $\beta = 2{,}0$, el exceso de rendimiento de la cartera tiende a ser el doble del exceso de rendimiento del mercado; cuando $\beta = 0{,}5$, tiende a ser la mitad, y así sucesivamente.

Suponiendo que el índice subyacente al contrato de futuros es una buena aproximación del mercado, puede demostrarse que el ratio apropiado de cobertura es la beta de la cartera. La Ecuación (4.2) implica

$$N^* = \beta \frac{P}{A} \tag{4.4}$$

Esta fórmula supone que el vencimiento del contrato de futuros está cercano al vencimiento de la cobertura e ignora el ajuste diario al mercado del contrato de futuros[3].

Mostraremos que esta relación proporciona buenos resultados mediante un ejemplo. Supongamos que

Valor del índice S&P 500 = 1.000
Valor de la cartera = \$5.000.000
Tipo de interés libre de riesgo = 10 %
Rendimiento por dividendo en S&P 500 = 4 %
Beta de la cartera = 1,5

Suponemos que un contrato de futuros en el S&P 500 con cuatro meses para el vencimiento se utiliza para cubrir el valor de la cartera durante los tres meses siguientes. Un contrato de futuros es por la entrega de 250 veces en dólares el índice. Utilizando la Ecuación (3.12), el precio del futuro hoy debería ser

$$1.000e^{(0.10-0.04)\times 4/12} = 1.020{,}20$$

[3] Un pequeño ajuste denominado *seguimiento de la cobertura (tailing the hedge)* puede utilizarse para tener en cuenta los ajustes diarios al mercado cuando se utiliza un contrato de futuros para la cobertura. Para una discusión de este punto ver D. Duffie, *Futures Markets*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1989; R. Rendleman, «A Reconciliation of Potentially Conflicting Approaches to Hedging with Futures», *Advances in Futures and Options Research* 6 (1993). El Problema 4.20 trata sobre este tema.

Utilizando la Ecuación (4.4), el número de contratos de futuros que deberían venderse para cubrir la cartera es

$$1{,}5 \times \frac{5.000.000}{250.000} = 30$$

Supongamos que el valor del índice es 900 a los tres meses. El precio del futuro será

$$900e^{(0{,}10 - 0{,}04) \times 1/12} = 904{,}51$$

El beneficio de la posición corta en futuros es, por lo tanto,

$$30 \times (1.020{,}20 - 904{,}51) \times 250 = \$867$$

La pérdida en el índice es el 10 por ciento. El índice paga un dividendo del 4 por ciento anual o un 1 por ciento cada 3 meses. Cuando se consideran los dividendos, un inversor del índice ganaría por lo tanto -9 por ciento en el período de 3 meses. El tipo de interés libre de riesgo es aproximadamente 2,5 por ciento por tres meses[4]. Puesto que la cartera tiene una β de 1,5,

$$\begin{aligned}\text{Rendimiento esperado de la cartera} - \text{Tipo de interés libre de riesgo} \\ = 1{,}5 \times [\text{Rendimiento del índice} - \\ - \text{Tipo de interés libre de riesgo}]\end{aligned}$$

A partir de la expresión anterior, el rendimiento esperado de la cartera será:

$$2{,}5 + [1{,}5 \times (-9{,}0 - 2{,}5)] = -14{,}75\,\%$$

El valor esperado de la cartera (incluidos los dividendos) al final de los tres meses es, por lo tanto,

$$\$5.000.000 \times (1 - 0{,}1475) = \$4.262.500$$

Por tanto el valor esperado de la posición del coberturista, incluyendo el beneficio de la cobertura, será

$$\$4.262.500 + \$867.676 = \$5.130.176$$

La Tabla 4.7 resume estos cálculos junto con cálculos similares para otros valores del índice al vencimiento. Puede verse que el valor total de la posición del coberturista en tres meses es casi independiente del valor del índice.

La Tabla 4.7 supone que el rendimiento por dividendo del índice es predecible, el tipo de interés libre de riesgo permanece constante, y el rendimiento del índice durante el período trimestral está perfectamente correlacionado con el rendimiento de la cartera. En la práctica, estos supuestos no se dan y la cobertura funciona con bastante menos perfección a como aparece en la Tabla 4.7.

[4] Para facilitar la presentación, se ha ignorado el hecho de que el tipo de interés y el rendimiento por dividendo sean compuestos continuos. La diferencia es muy pequeña si introducimos ese supuesto.

Tabla 4.7. Comportamiento de la cobertura con índices de acciones.

Valor del índice a los tres meses	900,00	950,00	1.000,00	1.050,00	1.100,00
Precios de los futuros del índice a tres meses	904,51	954,76	1.005,01	1.055,26	1.105,51
Beneficios (pérdidas) sobre la posición de futuros ($000s)	867.676	490.796	113.916	(262.964)	(639.843)
Valor de la cartera (incluyendo dividendos) a los tres meses ($000s)	4.262.500	4.637.500	5.012.500	5.387.500	5.762.500
Valor total de la posición a los tres meses ($ 000s)	5.130,176	5.128.296	5.126.416	5.124.537	5.122.657

Razones para cubrir una cartera

La Tabla 4.7 muestra que el resultado de la cobertura es un valor para la posición del coberturista muy cercano a 5.125.000 dólares al final de los tres meses. Éste es alrededor de un 2,5 por ciento superior a los 5.000.000 dólares de valor inicial de la posición. Esto no debería sorprendernos. El tipo de interés libre de riesgo es un 10 por ciento anual o, aproximadamente, un 2,5 por ciento trimestral. El resultado de la cobertura es que el valor de la posición del coberturista crece con el tipo de interés libre de riesgo.

Es natural preguntarse por qué el coberturista debe complicarse la existencia con los contratos de futuros. Si el objetivo del coberturista es el de ganar el tipo de interés libre de riesgo podría, sencillamente, vender su cartera e invertir el dinero en Letras del Tesoro.

Una respuesta a esta pregunta es que la cobertura puede justificarse si el coberturista piensa que las acciones en cartera han sido bien elegidas. En estas circunstancias, el coberturista puede estar muy inseguro en cuanto a la rentabilidad del mercado en su conjunto pero confiado en que las acciones de su cartera lo harán mejor que el mercado (después de que se hayan hecho los ajustes apropiados para la β de la cartera). Una cobertura utilizando índice futuros elimina el riesgo que surge del mercado y deja el coberturista expuesto sólo al comportamiento de la cartera respecto al mercado. Otra razón para la cobertura puede ser que el coberturista haya planeado mantener una cartera durante un largo período de tiempo y necesite una protección a corto plazo en una situación de mercado insegura. La estrategia alternativa a vender la cartera y comprarla otra vez más adelante podría implicar costes de transacción tan altos que harían la operación inaceptable.

Cambiar beta

En el ejemplo de la Tabla 4.7, la beta de la cartera del coberturista se reduce a cero. Algunas veces, los contratos de futuros se utilizan para cambiar la beta de una cartera por algún otro valor diferente de cero. En el ejemplo, para reducir la beta de la cartera de 1,5 a 0,75, el número de contratos vendidos a corto deberían ser de 15 en lugar de 30; para incrementar la beta de la cartera a 2,0 se debe tomar una posición larga en 10 contratos; y así sucesivamente.

En general, para cambiar la beta de una cartera de β a β^*, con $\beta > \beta^*$, es necesaria una posición corta en

$$(\beta - \beta^*)\frac{P}{A}$$

contratos. Cuando $\beta < \beta^*$, se requerirá una posición larga en

$$(\beta^* - \beta)\frac{P}{A}$$

contratos.

Exposición al precio de una acción concreta

Algunos mercados organizados negocian contratos de futuros sobre acciones individuales escogidas, pero, en la mayoría de casos, una posición en una acción individual sólo puede cubrirse usando un contrato de futuros sobre índices.

Cubrir la exposición frente al precio de una acción individual usando el contrato de futuros sobre índices es similar a la cobertura de una cartera. El número de posiciones cortas en contratos de futuros sobre índices que el coberturista debe tomar vendría dado por $\beta P/A$, donde β es la beta de la acción, P es el valor total de las acciones que son cubiertas, y A es el precio actual de las acciones subyacentes al índice. Nótese que a pesar de que el número de contratos firmados se calcula de la misma manera que en la situación de cobertura de una cartera de acciones, el comportamiento de la cobertura será considerablemente peor. Esto es porque la cobertura sólo proporciona protección contra el riesgo que surge de los movimientos de mercado y este riesgo es una proporción relativamente pequeña del riesgo total de los movimientos del precio de acciones individuales. La cobertura será apropiada cuando un inversor piense que sus acciones se comportarán mejor que el mercado pero no está seguro acerca de la evolución del mercado. Puede también utilizarse por un banco de inversión que haya asegurado (*underwritten*) una nueva emisión de acciones y desee protección contra los movimientos globales del mercado.

Consideremos un inversor que en junio tiene 20.000 acciones de IBM, cada una valorada en 100 dólares. El inversor piensa que el mercado será muy volátil durante el próximo mes pero intuye que IBM tiene una buena oportunidad de superar la rentabilidad del mercado. El inversor decide utilizar el contrato de futuros de agosto sobre el S&P 500 para cubrir la posición durante un período de un mes. El valor estimado de la β de IBM es 1,1. El nivel actual del índice es 900, y el precio del futuro actual sobre el S&P 500 para el contrato de agosto es 900. Cada contrato es para la entrega de un valor en dólares igual a 250 veces el índice. En este caso $P = 20.000 \times 100 = 2.000.000$ y $A = 900 \times 250 = 225.000$. El valor total de las acciones cubiertas es 1 millón de dólares. El número de contratos se deben vender, por lo tanto,

$$1{,}1 \times \frac{2.000.000}{225.000} = 9{,}78$$

Redondeando al entero más próximo, el coberturista vende 10 contratos cerrando la posición un mes más tarde. Supongamos que IBM sube hasta 125 dólares durante el mes y que el precio del futuro del S&P 500 sube hasta 1.080. El inversor gana $20.000 \times (\$125 - \$100) = 500.000$ dólares en IBM mientras que pierde $10 \times 250 \times (1.080 - 908) = 430.000$ dólares en los contratos de futuros. El ejemplo se resume en la Tabla 4.8.

Tabla 4.8. Cobertura de una posición sobre acciones de una empresa concreta.

Fuente: Mesa del operador—junio

Un inversor dispone de 20.000 acciones de IBM. El inversor está preocupado por la posible volatilidad del mercado durante el próximo mes. El precio actual de mercado de IBM es 100 dólares el valor actual del S&P 500 es 900 y el precio del futuro de agosto del S&P 500 es 908.

Estrategia

El inversor

1. Vende 10 contratos de futuros de agosto sobre el S&P 500.
2. Cierra la posición un mes más tarde.

Resultado

Un mes más tarde, el precio de IBM es 125 dólares y el precio del futuro para los contratos de agosto del S&P 500 es 1.080. El inversor ganará

$$20.000 \times (\$125 - \$100) = \$500.000$$

en las acciones de IBM y pierde

$$10 \times 250 \times (1.080 - 908) = \$430.000$$

en el contrato de futuros.

En este ejemplo, la cobertura compensa un beneficio en el activo subyacente con una pérdida en un contrato de futuros. Esto puede parecer contraproducente. No obstante, no podemos dejar de enfatizar que el propósito de una cobertura es reducir el riesgo. Una cobertura tiende a transformar los resultados desfavorables en menos desfavorables y los favorables en menos favorables.

4.6. ENLACE DE COBERTURAS (*ROLLING THE HEDGE FORWARD*)

Algunas veces, la fecha de vencimiento de la cobertura es posterior a las fechas de entrega de todos los contratos de futuros disponibles. El coberturista debe entonces enlazar varias coberturas (*roll the hedge forward*). Esto implica cerrar un contrato de futuros y tomar la misma posición en un contrato con una fecha de entrega más tardía. Las coberturas pueden ser enlazadas muchas veces. Consideremos una empresa que desea utilizar una cobertura corta para reducir el riesgo asociado al precio que recibirá por un activo en el momento T. Si los contratos de futuros son 1, 2, 3, ..., n (no todos necesariamente disponibles en el momento actual) con fechas de entrega sucesivas, la empresa puede utilizar la siguiente estrategia:

Momento t_1: Vender el contrato de futuros 1.

Momento t_2: Cerrar el contrato de futuros 1.
Vender el contrato de futuros 2.

Momento t_3:	Cerrar el contrato de futuros 2. Vender el contrato de futuros 3. ⋮
Momento t_n:	Cerrar el contrato de futuros n-1. Vender el contrato de futuros n.
Momento T:	Cerrar el contrato de futuros n.

Un ejemplo de esta estrategia se muestra en la Tabla 4.9. En abril del 2001, una empresa se da cuenta de que dispondrá de 100.000 barriles de petróleo para su venta en junio del 2002 y decide cubrir su riesgo con un radio de cobertura de ratio 1,0. El precio actual al contado es 19 dólares. Aunque los contratos de futuros se negocian para cada mes durante los próximos años, suponemos que sólo los primeros seis meses de entrega tienen suficiente liquidez para satisfacer las necesidades de la empresa. La empresa, por lo tanto, toma posiciones cortas en 100 contratos de octubre del 2001. En septiembre del 2001, la cobertura se prolonga con el contrato de marzo del 2002. En febrero del 2002, la cobertura sigue con el contrato de julio del 2002.

Como un posible resultado, supondremos que el precio del petróleo cae 3 dólares y llega a 16 dólares por barril en junio del 2002. Supongamos que el contrato de futuros de octubre fue vendido a 18,20 dólares por barril y se cerró a 17,40 dólares por barril, lo que da un beneficio de 0,80 dólares por barril; el contrato de marzo del 2002 fue vendido a 17,00 dólares por barril y se cerró a 16,50 dólares por barril con un beneficio de 0,50 dólares por barril. El contrato de julio del 2002 fue vendido a 16,30 dólares por barril y se cerró a 15,90 dólares por barril con un beneficio de 0,40 dólares por barril. En este caso, ignorando el valor temporal del dinero, los contratos de futuros proporcionan un total de 1,70 dólares por barril como compensación por la baja de 3 dólares por barril de petróleo. Este ejemplo está sintetizado en la Tabla 4.9.

Recibir sólo 1,70 dólares como compensación a una bajada de 3,00 dólares en el precio del barril puede parecer insatisfactorio. Sin embargo, no podemos esperar una compensación perfecta para una bajada del precio cuando los precios de los futuros están por debajo de los precios al contado. Lo mejor que podríamos esperar es fijar el precio del futuro del contrato de junio del 2002 si éste fuese negociado activamente desde el inicio de la cobertura.

Metallgesellschaft

En ocasiones, enlazar varias coberturas puede generar tensiones de tesorería. El problema quedó dramáticamente ilustrado con las actividades de una empresa alemana, Metallgesellschaft (MG), a inicios de los años 90.

MG vendió a sus clientes un gran volumen de contratos de suministro de gasoil de calefacción y gasolina a un precio fijo de 6 a 8 centavos por encima de los precios de mercado[5]. La empresa cubrió su exposición con posiciones largas en contratos de futuros con vencimientos cortos-cercanos que eran enlazados sucesivamente. Resultó que el precio del petróleo bajó y se dieron requerimientos de garantías adicionales (*margin calls*) sobre las posiciones en futuros. Aparecieron unas presiones considerables sobre la tesorería de MG. Los miembros de MG que habían diseñado la estrategia de cobertura argumentaron que estas salidas de caja en el corto plazo serían compensadas por entradas de caja que se obtienen finalmente con los

[5] *N. del T.*: En el momento de la firma.

Tabla 4.9. Cobertura girada hacia delante.

Fuente: Mesa del operador— abril 2001

El precio del petróleo es 19 dólares por barril. Una empresa sabe que tendrá 100.000 barriles de petróleo a la venta en junio del 2002 y desea cubrir su posición. Se negocian contratos en el NYMEX para entregas cada mes hasta un máximo de doce en el futuro. Sin embargo, sólo los seis primeros meses de entrega proporcionan suficiente liquidez como para satisfacer las necesidades de la empresa.

La estrategia

Abril 2001: La empresa vende 100 contratos de octubre del 2001.

Septiembre 2001: La empresa cierra los 100 contratos de octubre y vende 100 contratos de marzo de 2002.

Febrero 2002: La empresa cierra los 100 contratos de marzo y vende 100 contratos de julio de 2002.

Junio 2002: La empresa cierra los 100 contratos de julio y vende 100.000 barriles de petróleo.

El resultado

Contrato de futuros de octubre del 2001: Vendido en abril del 2001 a 18,20 dólares y cerrado en septiembre del 2001 a 17,40 dólares.

Contrato de futuros de marzo 2002: Vendido en febrero del 2002 a 16,30 dólares y cerrado en junio del 2002 a 15,90 dólares.

Precio de contado de petróleo en junio del 2002: 16 dólares por barril.

El beneficio de los contratos de futuros es

$$(\$18{,}20 - \$17{,}40) + (\$17{,}00 - \$16{,}50) + (\$16{,}30 - \$15{,}90) = \$1{,}70 \text{ por barril}$$

Esto compensa parcialmente la disminución de 3 dólares en el precio del petróleo entre abril del 2001 y junio del 2002.

contratos de precio fijo a largo plazo. Sin embargo, los altos directivos de la empresa y sus banqueros quedaron muy preocupados por la enorme reducción de caja. Finalmente la empresa cerró todas sus posiciones de cobertura y acordó con sus clientes que los contratos a precio fijo serían abandonados. El resultado fue una pérdida para MG de 1.330 millones de dólares[6].

4.7. RESUMEN

Este capítulo ha tratado sobre algunas posiciones en contratos de futuros que una empresa puede tomar para compensar riesgos de precio de sus activos. Si la exposición es tal que la empresa gana cuando el precio del activo aumenta y pierde cuando el precio del activo disminuye, será apropiada una cobertura corta. Si la exposición es la contraria (es decir, la empresa

[6] Para una discusión del caso MG, ver «MG's Trial by Essay», *Risk* (octubre 1994): 228-34, y M. Miller and C. Culp, «Risk Management Lessons from Metallgesellschaft», *Journal of Applied Corporate Finance* 7(4) (invierno 1995): 62-76.

gana cuando el precio del activo baja y pierde cuando el precio del activo sube), será apropiada una cobertura larga.

Cubrirse es una forma de reducir el riesgo. La mayoría de ejecutivos deberían, por tanto, dar la bienvenida a estas nuevas técnicas. En realidad, hay razones teóricas y prácticas por las que las empresas no implementan coberturas. A nivel teórico, podemos argumentar que, manteniendo una cartera bien diversificada, los accionistas pueden eliminar muchos de los riesgos a los que debe hacer frente su empresa. No necesitan que la empresa cubra estos riesgos. A nivel práctico, si ninguno de sus competidores se cubre, una empresa podría descubrir que, por efecto de una cobertura, sus riesgos se incrementan más que decrementan. Un tesorero también podría prever críticas de otros ejecutivos si la empresa obtiene un beneficio gracias a los movimientos en el precio del activo subyacente y una pérdida por la cobertura.

Un concepto importante en cobertura es el riesgo de base. La base es la diferencia entre el precio al contado de un activo y su precio del futuro. El riesgo de base se crea por la incertidumbre del coberturista sobre cuál será la base al vencimiento de la cobertura. El riesgo de base es generalmente mayor para activos de consumo que para activos de inversión.

El ratio de cobertura es el cociente entre tamaño de la posición tomada en contratos de futuros y el tamaño de la exposición. No siempre es lo mejor utilizar una cobertura con ratio 1,0. Si el coberturista desea minimizar la varianza de su posición total, será más apropiada una cobertura con ratio diferente de 1,0. El ratio de cobertura óptimo es la pendiente de la recta de regresión obtenida considerando cambios en el precio al contado y cambios en el precio del futuro.

Cuando se utilice un contrato de futuros sobre índices de acciones para cubrir una posición en una cartera de acciones o una posición en acciones de una empresa, el número óptimo de contratos de futuros será igual a la beta del subyacente multiplicado por el cociente entre valor de la cartera y el precio del contrato de futuros. «Los futuros sobre índices bursátiles pueden utilizarse para cambiar la beta de una cartera sin cambiar las acciones incluidas en la cartera.»

Cuando no hay contratos de futuros con liquidez y vencimiento más tardío que el vencimiento de la cobertura, resulta apropiada una estrategia conocida como enlace de coberturas. Esta estrategia utiliza una sucesión de contratos de futuros. Cuando el primer contrato de futuros está próximo al vencimiento, éste se cierra y el coberturista firma un segundo contrato con fecha de entrega un mes más tarde. Cuando el segundo contrato está cerca del vencimiento, éste nuevamente se cierra y el coberturista firma un tercer contrato con entrega un mes más tarde; y así sucesivamente. Esta estrategia funciona bien si la correlación entre los cambios en los precios de los futuros y los cambios en los precios de contado es elevada.

Lecturas recomendadas

Ederington, L. H., «The Hedging Performance of the New Futures Market», *Journal of Finance*, 34 (marzo 1979), 157-170

Frankcle, C. T., «The Hedging Performance of the New Futures Market: Comment», *Journal of Finance*, 35 (diciembre 1980), 1273-79

Johnson, L. L. «The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures Markets», *Review of Economics Studies*, 27 (octubre 1960), 139-151

McCabe, G. M., y C. T. Franckle, «The Effectiveness of Rolling the Hedge Forward in the Treasury Billl Futures Market», *Financial Management*, 12 (verano 1983), 21-29

Miller, M., and C. Culp, «Risk Management Lessons from Metallgesellschaft», *Journal of Applied Corporate Finance* 7(4) (invierno 1995), 62-76

Nikkhah, S., «How End Users Can Hedge Fuel Costs in Energy Markets», *Futures* (octubre 1987), 66-67

Stulz, R. M., «Optimal Hedging Policies», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19 (junio 1984), 127-140

Test (respuestas al final del libro)

4.1. ¿Bajo qué circunstancias son apropiadas (a) una cobertura corta y (b) una cobertura larga?

4.2. Explique qué significa el *riesgo de base* cuando se utilizan contratos de futuros para cobertura.

4.3. Explique qué significa una *cobertura perfecta*. ¿Conduce siempre una cobertura perfecta a un resultado mejor que una cobertura imperfecta? Razone su respuesta.

4.4. ¿Bajo qué circunstancias produce una cartera de cobertura de varianza mínima una ausencia total de cobertura?

4.5. Dé tres motivos para que el tesorero de una empresa decida no cubrir la exposición de su empresa a cierto riesgo.

4.6. Supongamos que la desviación estándar de los cambios trimestrales en el precio de un producto es 0,65 dólares, la desviación estándar de los cambios trimestrales en el precio del futuro del producto es 0,81 dólares, y el coeficiente de correlación entre los dos cambios es 0,8. ¿Cuál es el ratio de cobertura óptimo para un contrato de tres meses? ¿Qué significa esto?

4.7. Una empresa posee una cartera valorada en 20 millones de dólares con una beta de 1,2. Le gustaría utilizar contratos de futuros sobre el S&P 500 para cubrir su riesgo. El índice está actualmente en 1.080 y cada contrato es por la entrega de una suma en dólares igual a 250 veces el índice. ¿Cuál será la cobertura que minimizará el riesgo? ¿Qué debería hacer la empresa si quiere reducir hasta 0,6 la beta de su cartera?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

4.8. En los contratos de futuros del 'Chicago Board of Trade', están disponibles los siguientes meses de entrega: marzo, mayo, julio, septiembre, y diciembre. Indique el contrato que debe utilizarse para cobertura cuando el vencimiento de la misma es en

a) junio.
b) julio.
c) enero.

4.9. ¿Tienen siempre éxito las coberturas perfectas cuando fijan el precio al contado de un activo para una transacción futura? Razone su respuesta.

4.10. Explique por qué una posición corta de un coberturista mejora cuando se refuerza inesperadamente la base y empeora cuando se debilita inesperadamente la base.

4.11. Imagine que usted es el tesorero de una empresa japonesa exportadora de equipos electrónicos a Estados Unidos. Explique cómo diseñaría una estrategia de cobertura sobre el tipo de cambio y qué argumentos emplearía para convencer a sus compañeros ejecutivos.

4.12. Supongamos que en la Tabla 4.5 la empresa decide utilizar una cobertura de ratio 0,8. ¿Cómo afectaría a la forma de implementar la cobertura?, ¿y en el resultado de la misma?

4.13. «Si el ratio de cobertura de varianzas mínima es 1,0 entonces la cobertura debe ser perfecta.» ¿Es cierta esta afirmación? Razone su respuesta.

4.14. «Si no hay riesgo de base, el ratio de varianzas mínima siempre es 1,0.» ¿Es cierta esta afirmación? Razone su respuesta.

4.15. «Cuando la tasa de conveniencia es elevada, es probable que las coberturas largas sean mucho más atractivas.» Explique esta afirmación. Ponga un ejemplo.

4.16. La desviación estándar de los cambios mensuales en el precio al contado del vacuno vivo es (en centavos por libra) 1,2. La desviación estándar de los cambios mensuales en el precio del futuro del vacuno vivo para el contrato con entrega más cercana en el tiempo es 1,4. La correlación entre los cambios en el precio del futuro y los cambios en el precio al contado es 0,7. Hoy es 15 de octubre. Un productor de ternera se compromete a comprar 200.000 libras de vacuno vivo el 15 de noviembre. El productor quiere utilizar los contratos de futuros de vacuno vivo de diciembre para cubrir su riesgo. Cada contrato es por la entrega de 40.000 libras de ganado. ¿Qué estrategia debe seguir el productor de ternera?

4.17. Un granjero que cultiva maíz argumenta, «Yo no uso contratos de futuros para cobertura. Mi riesgo real no está en el precio del maíz sino en que toda mi cosecha quede barrida por el mal tiempo». Discuta este punto de vista. ¿Debería el granjero estimar su producción esperada de maíz y cubrirse intentando fijar un precio para esa producción esperada?

4.18. El 1 de julio, un inversor tiene en cartera 50.000 acciones de cierta empresa. El precio de mercado de la acción es de 30 dólares. El inversor está interesado en cubrir movimientos adversos del mercado durante el próximo mes y decide utilizar el contrato de futuros de septiembre Mini S&P 500. El índice está hoy a 1.500 y cada contrato es por la entrega de una suma en dólares igual a 50 veces el índice. La beta de las acciones es 1,3. ¿Qué estrategia debe seguir el inversor?

4.19. Supongamos que en la Tabla 4.9 la empresa quiere usar un ratio de cobertura de 1,5. ¿Cómo afectará la decisión a la implementación y el resultado de la cobertura?

4.20. Una empresa americana está interesada en utilizar contratos de futuros negociados en el CME para cubrir su exposición al dólar australiano. Definimos r como el tipo de interés (para todos los vencimientos) sobre el dólar U.S.A. y r_f como el tipo de interés (para todos lo vencimientos) sobre el dólar australiano. Consideramos que r y r_f son constantes y suponemos que la empresa utiliza un contrato que vence en el momento T para cubrir una exposición en el momento t ($T > t$).

a) Utilizando los resultados del Capítulo 3, demuestre que el ratio de cobertura óptimo es

$$e^{(r_f - r)(T-t)}$$

b) Muestre que, si t es un día, el ratio óptimo de cobertura es casi exactamente S_0/F_0, donde S_0 es el tipo de cambio de contado de la divisa y F_0 es el precio del futuro de la divisa en el contrato con vencimiento en el momento T.

c) Muestre que la empresa puede dar cuenta del ajuste diario del contrato de futuros para una cobertura que dura más de un día ajustando el ratio de cobertura de forma que siempre sea igual al precio de contado de la divisa dividido por el precio de futuro de la divisa.

Preguntas de repaso

4.21. La siguiente tabla muestra datos de los cambios mensuales en el precio al contado y en el precio del futuro de cierto producto. Utilice esta información para calcular un ratio de varianza mínima.

Cambio precio al contado Cambio precio del futuro	+0,5 +0,56	+0,61 +0,63	−0,22 −0,12	−0,35 −0,44	+0,79 +0,60
Cambio precio de contado Cambio precio del futuro	+0,04 −0,06	+0,15 +0,01	+0,70 +0,80	−0,51 −0,56	−0,41 −0,46

4.22. Es 16 de julio. Una empresa tiene una cartera de acciones valorada en 100 millones de dólares. La beta de la cartera es 1,2. La empresa desearía utilizar el contrato de futuros de diciembre del CME sobre el S&P 500 para reducir la beta de su cartera hasta 0,5 durante el período que va del 16 de julio al 16 de noviembre. El índice actualmente vale 1.000 y cada contrato es sobre 250 veces en dólares el índice.

a) ¿Qué posición debe tomar la empresa?
b) Suponga que la empresa cambia de idea y decide incrementar la beta de su cartera desde 1,2 hasta 1,5. ¿Qué posición debería tomar en futuros?

4.23. Hoy estamos en octubre del 2001. Una empresa anticipa que comprará 1 millón de libras de cobre a lo largo de cada uno de los meses de febrero del 2002, agosto del 2002, febrero del 2003 y agosto del 2003. Para cubrir sus riesgos, la empresa ha decidido usar el contrato de futuros negociado en la división COMEX del New York Mercantile Exchange. Un contrato es para la entrega de 25.000 libras de cobre. La garantía inicial es de 2.000 dólares por contrato y la garantía de mantenimiento es de 1.500 dólares por contrato. La política de la empresa es cubrir el 80 por ciento de su exposición se considera que. Los contratos con vencimiento hasta 13 meses tienen suficiente liquidez para satisfacer las necesidades de la empresa. Diseñe una estrategia de cobertura para la empresa.

Suponga que los precios de mercado (en centavos por libra) hoy y en fechas futuras son como siguen. ¿Cuál es el impacto de la estrategia que usted propone sobre el precio que la empresa paga por el cobre? ¿Cuál es la garantía inicial requerida en octubre del 2001? ¿Está sujeta la empresa a requerimientos adicionales de garantías?

Fecha	**Oct. 2001**	**Feb. 2002**	**Ago. 2002**	**Feb 2003**	**Ago.2003**
Precio al contado	72,00	69,00	65,00	77,00	88,00
Precio de futuros mar. 2000	72,30	69,10			
Precio de futuros sep. 2000	72,80	70,20	64,80		
Precio de futuros mar. 2001		70,70	64,30	76,70	
Precio de futuros sep. 2001			64,20	76,50	88,20

4.24. El gestor de un fondo de inversión mantiene una cartera valorada en 50 millones de dólares con una beta de 0,87. El gestor está preocupado sobre el comportamiento del

mercado durante los próximos dos meses y planea utilizar contratos de futuros a tres meses sobre el S&P 500 para cubrir el riesgo. El nivel actual del índice es 1.250, un contrato es sobre 250 veces el índice, el tipo libre de riesgo es el 6 por ciento anual y el rendimiento por dividendo sobre el índice es el 3 por ciento anual.

a) ¿Cuál es el precio teórico del futuro para el contrato de futuros de tres meses?
b) ¿Qué posición debe tomar el gestor del fondo para eliminar toda la exposición del mercado a lo largo de los próximos dos meses?
c) Calcule el efecto de su estrategia sobre el rendimiento del fondo del gestor si el nivel del mercado en dos meses es 1.000, 1.100, 1.200, 1.300 y 1.400.

APÉNDICE

Fórmula del ratio de cobertura de varianza mínima: demostración

Supongamos que esperamos vender N_A unidades de un activo en el momento t_2 y decidimos cubrirnos en el momento t_1 vendiendo un contrato de futuros sobre N_F unidades de un activo similar. El ratio de cobertura, que denotamos por h, será

$$h = \frac{N_F}{N_A} \tag{4A.1}$$

Denotaremos la cantidad total conseguida por el activo como beneficio o pérdida teniendo en cuenta los efectos de la cobertura por Y, con lo cual

$$Y = S_2 N_A - (F_2 - F_1)N_F$$

o

$$Y = S_1 N_A + (S_2 - S_1)N_A - (F_2 - F_1)N_F \tag{4A.2}$$

donde S_1 y S_2 son los precios del activo en los momentos t_1 y t_2, y F_1 y F_2 son los precios de los futuros en los tiempos t_1 y t_2. Utilizando la Ecuación (4A.1), la expresión para Y en (4A.2) puede escribirse como

$$Y = S_1 N_A + N_A(\delta S - h\delta F) \tag{4A.3}$$

donde

$$\delta S = S_2 - S_1$$
$$\delta F = F_2 - F_1$$

Como S_1 y N_A son conocidos en el momento t_1, la varianza de Y en la Ecuación (4A.3) se minimiza cuando la varianza de $\delta S - h\delta F$ es mínima. La varianza de $\delta S - h\delta F$ es igual a

$$\sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\rho\sigma_S\sigma_F$$

Esto puede escribirse como

$$(h\sigma_F - \rho\sigma_S)^2 + \sigma_S^2 - \rho^2\sigma_S^2$$

El segundo y el tercer término no incluyen h. Por tanto, la varianza se minimiza cuando

$$(h\sigma_F - \rho\sigma_S)^2$$

es cero, es decir, cuando

$$h = \rho\frac{\sigma_S}{\sigma_F}$$

CAPÍTULO 5

Mercados de tipos de interés

En este capítulo cubrimos muchos aspectos diferentes de los mercados de tipos de interés. Explicamos los tipos cupón cero, rendimientos a la par, tipos a plazo y las relaciones entre ellos. Cubrimos las convenciones de cuentas diarias (*day count conventions*) y la forma en que se calculan los precios de las obligaciones del Tesoro, bonos de empresa y Letras del Tesoro en Estados Unidos. Mostramos cómo pueden valorarse acuerdos a plazo sobre tipos de interés (*forward rate agreements*). Comentamos las medidas de la duración y explicamos cómo puede usarse para cuantificar la exposición de una empresa a los tipos de interés. También trataremos los mercados de futuros sobre tipos de interés. Describimos con cierto detalle los futuros sobre bonos y obligaciones del Tesoro (*Treasury bond futures*) y los contratos de futuros sobre eurodólares que se negocian en los Estados Unidos, y examinamos cómo pueden utilizarse para coberturas basadas en la duración (*duration-based hedging*).

5.1. CLASES DE TIPOS DE INTERÉS

Para cualquier moneda dada, se ofrecen muchos tipos de interés. Entre éstos se incluyen: los tipos hipotecarios, los de depósitos, los tipos preferenciales de préstamos (*prime borrowing rates*), etc. El tipo de interés aplicable en una situación concreta depende del riesgo de crédito. Cuanto mayor es el riesgo de crédito, mayor será el tipo de interés. En esta sección introduciremos tres tipos de interés que son particularmente importantes en los mercados de futuros y opciones.

Tipos de interés del Tesoro

Los tipos de interés del Tesoro son los aplicables a los préstamos a un gobierno en su propia moneda. Por ejemplo, los tipos de interés del Tesoro italianos son los tipos a los que el gobierno italiano puede pedir prestado en liras; los tipos del Tesoro japoneses son los tipos a los que

el gobierno del Japón puede tomar prestado en yenes; etc. Normalmente se supone que no es posible que un gobierno deje de pagar obligaciones denominadas en su propia moneda[1]. Por esa razón, los tipos de Tesoro suelen recibir la consideración de tipos libres de riesgo.

Tipos LIBOR

LIBOR es la abreviatura de *London Interbank Offer Rate*. Es el tipo de interés al que los grandes bancos internacionales financian muchas de sus actividades. En concreto, es el tipo de interés al que un gran banco internacional querrá prestar dinero a otro gran banco internacional. Los tipos LIBOR se determinan mediante las transacciones entre bancos y cambian cuando cambian las condiciones económicas. Los tipos LIBOR son normalmente mayores que sus correspondientes tipos del Tesoro porque no son tipos libres de riesgo. Siempre hay alguna posibilidad (aunque pequeña) de que el banco que tome prestado el dinero no lo devuelva.

Como se mencionó en el Capítulo 3, los bancos y otras grandes instituciones financieras tienden a usar el tipo LIBOR en lugar del tipo del Tesoro como «tipo libre de riesgo» en la evaluación de transacciones con activos derivados. La razón es que las instituciones financieras invierten sus fondos extra en el mercado LIBOR y toman prestado para cumplir con sus necesidades de fondos a corto plazo en este mercado. Consideran el LIBOR como su coste de oportunidad del capital.

Tipos Repo

A veces los gestores de inversiones financian sus actividades con un *repo* o *acuerdo de recompra* (*repurchase agreement*). Éste es un contrato en el que el gestor de inversiones propietario de valores acuerda venderlos a otra empresa ahora y recomprarlos más tarde a un precio ligeramente superior. La empresa le está haciendo un préstamo al gestor de inversiones. La diferencia entre el precio al que se venden los valores y su precio de recompra es el interés que obtiene. Al tipo de interés se le llama *tipo repo*. Si se estructura con cuidado, el préstamo supone un riesgo de crédito muy pequeño. Si el propietario original de los valores no mantiene su parte del trato, la empresa prestamista, simplemente, se quedará los valores. Si la empresa prestamista no mantiene su parte del trato, el propietario original se quedará con el dinero.

El tipo más común de repo es el *overnight repo*, en el que el acuerdo es renegociado cada día. Sin embargo, en ocasiones se cierran acuerdos a un plazo mayor, conocidos como *repos a plazo* (*term repos*).

5.2. TIPOS CUPÓN CERO

El tipo cupón cero a n años (*n-year zero rate*) es el tipo de interés ganado sobre una inversión que empieza hoy y dura n años. Todo el interés y el principal son recuperados al final de los n años. No hay pagos intermedios. A veces, el tipo cupón cero para n años es referenciado como el tipo al contado a n años (*n-year spot rate*). Suponga que el tipo cupón cero del Tesoro a cinco años compuesto continuo fuese del 5 por ciento anual. Esto quiere decir que, si se invierten 100 dólares al tipo libre de riesgo durante cinco años, crecerán hasta

$$100 \times e^{0,05 \times 5} = 128,40$$

[1] La razón está en que el gobierno puede siempre responder a sus obligaciones imprimiendo más dinero.

Muchos de los tipos de interés que observamos directamente en el mercado no son tipos cupón cero puros. Considere una obligación del Estado que paga un cupón del 6 por ciento. El precio de esta obligación no determina exactamente el tipo cupón cero del Tesoro a cinco años porque algunos beneficios de la obligación se obtienen como cupones antes del final del quinto año. Más adelante en este capítulo discutiremos cómo podemos determinar los tipos cupón cero del Tesoro y los tipos LIBOR cupón cero a partir de los precios de los instrumentos negociados.

5.3. VALORACIÓN DE BONOS

La mayoría de los bonos pagan cupón de forma periódica. El propietario también recibe el principal o valor nominal (*face value*) del bono al vencimiento. El precio teórico de un bono puede calcularse como el valor actual de todos los ingresos (*cash flows*) recibidos por el propietario del bono usando los tipos cupón cero apropiados como tipos de descuento. Consideremos la situación en la que los tipos cupón cero del Tesoro, compuestos continuamente, fuesen como en la Tabla 5.1. (Más adelante explicaremos como pueden calcularse.) Suponga que un bono del Tesoro a dos años con un principal de 100 dólares pagase cupones del 6 por ciento por año de forma semianual. Para calcular el valor actual del primer cupón de 3 dólares, lo descontamos al 5,0 por ciento seis meses; para calcular el valor actual del segundo cupón de 3 dólares, lo descontamos al 5,8 por ciento un año; etc. El precio teórico del bono será:

$$3e^{-0,05\times 0,5} + 3e^{-0,058\times 1,0} + 3e^{-0,064\times 1,5} + 103e^{-0,068\times 2,0} = 98,39$$

o 98,39 dólares.

Tabla 5.1. Tipos cupón cero del Tesoro.

Vencimiento (años)	Tipo cupón cero (%) (comp. continuo)
0,5	5,0
1,0	5,8
1,5	6,4
2,0	6,8

Rendimiento del bono

El rendimiento de un bono que paga cupón es el tipo de descuento que iguala los ingresos descontados del bono con su valor de mercado. Suponga que el precio teórico del bono que hemos estado considerando, 98,39 dólares, fuese también su precio de mercado (es decir, el precio de mercado del bono concuerda exactamente con los datos de la Tabla 5.1). Si y es el rendimiento del bono expresado en forma continua, deberíamos tener

$$3e^{-y\times 0,5} + 3e^{-y\times 1,0} + 3e^{-y\times 1,5} + 103e^{-y\times 2,0} = 98,39$$

Esta ecuación puede resolverse mediante un procedimiento iterativo («prueba y error») hasta obtener $y = 6,76\,\%$.

Rendimiento a la par

El rendimiento a la par (*par yield*) para un cierto vencimiento es el tipo o tasa de cupón que haría igualar al precio del bono su valor nominal. Normalmente suponemos que el bono paga cupones semianuales. Suponga que el cupón del bono a dos años de nuestro ejemplo es c por año (o $c/2$ cada seis meses). Usando los tipos cupón cero de la Tabla 5.1, el valor del bono es igual a su valor nominal de 100 cuando

$$\frac{c}{2}e^{-0,05\times 0,5}+\frac{c}{2}e^{-0,058\times 1,0}+\frac{c}{2}e^{-0,064\times 1,5}+\left(100+\frac{c}{2}\right)e^{-0,068\times 2,0}=100$$

Esta ecuación puede resolverse fácilmente y se obtiene $c = 6,87$. El rendimiento a la par para dos años es por tanto 6,87 por ciento anual compuesto semianualmente (o 6,75 por ciento compuesto continuo).

De forma más general, si d es el valor actual de 1 dólar recibido al vencimiento del bono, A es el valor de la renta que paga un dólar en cada fecha de pago de cupón, y m es el número de pagos anuales de cupón por año, el rendimiento a la par c debe satisfacer

$$100=A\frac{c}{m}+100d$$

por lo que

$$c=\frac{(100-100d)m}{A}$$

En nuestro ejemplo, $m = 2$, $d = e^{-0,068\times 2} = 0,87284$, y

$$A=e^{-0,05\times 0,5}+e^{-0,058\times 1,0}+e^{-0,064\times 1,5}+e^{-0,068\times 2,0}=3,70027$$

La fórmula confirma que el rendimiento a la par es 6,87 por ciento anual con composición semianual.

5.4. DETERMINACIÓN DE LOS TIPOS CUPÓN CERO DEL TESORO

Ahora discutiremos cómo pueden calcularse los tipos cupón cero del Tesoro a partir de los instrumentos que se negocian. Un posible enfoque es el conocido como *método bootstrap*. Para ilustrarlo, consideremos los datos de la Tabla 5.2 sobre los precios de cinco bonos. Como los tres primeros no pagan cupón, los tipos de contado compuestos continuos correspondientes a sus vencimientos pueden calcularse fácilmente. El bono a tres meses proporciona un rendimiento de 2,5 sobre una inversión inicial de 97,5 en tres meses. Con composición trimestral el interés cupón cero a tres meses es $(4 \times 2,5)/97,5 = 10,256$ por ciento por año. La Ecuación (3.3) muestra que, con composición continua, resulta:

$$4\ln\left(1+\frac{0,10256}{4}\right)=0,10127$$

Tabla 5.2. Datos para el método *bootstrap*.

Principal del bono ($)	Tiempo hasta el vencimiento (años)	Cupón anual* (dólares)	Precio del bono (dólares)
100	0,25	0	97,5
100	0,50	0	94,9
100	1,00	0	90,0
100	1,50	8	96,0
100	2,00	12	101,6

* Suponemos que la mitad de la cantidad asignada a cada cupón se pagará cada seis meses.

o 10,127 por ciento anual. El bono a seis meses genera un rendimiento del 5,1 por ciento en seis meses sobre una inversión inicial de 94,9. Con composición semianual, el tipo a seis meses es $(2 \times 5{,}1)/94{,}9 = 10{,}748$ por ciento anual. La Ecuación (3.3) muestra que, cuando el tipo se expresa compuesto continuo, resulta

$$2\ln\left(1 + \frac{0{,}10748}{2}\right) = 0{,}10469$$

o 10,469 por ciento anual. Análogamente, el tipo de interés a un año compuesto continuo es

$$\ln\left(1 + \frac{10}{90}\right) = 0{,}10536$$

o 10,536 por ciento anual.

El cuarto bono vence al año y medio. Los pagos son como sigue:

6 meses: \$4
1 año: \$4
1,5 años: \$104

A partir de nuestros cálculos previos, sabemos que el tipo de descuento para el pago al final de los seis meses es el 10,469 por ciento y el tipo de descuento para el pago al final de 1 año es 10,536 por ciento. También sabemos que el precio del bono, 96 dólares, debe ser igual al valor actual de todos los pagos recibidos por el propietario del bono. Suponemos que el tipo cupón cero a 1,5 años viene indicado por R. Deducimos que

$$4e^{-0{,}10469 \times 0{,}5} + 4e^{-0{,}10536 \times 1{,}0} + 104e^{-R \times 1{,}5} = 96$$

Esto se reduce a

$$e^{-1{,}5R} = 0{,}85196$$

o $$R = -\frac{\ln(0{,}85196)}{1{,}5} = 0{,}10681$$

Tabla 5.3. Tipos de interés cupón cero compuesto continuamente determinados a partir de los datos de la Tabla 5.2.

Vencimiento (años)	Tipo cupón cero (%) (comp. continuo)
0,25	10,127
0,50	10,469
1,00	10,536
1,50	10,681
2,00	10,808

El tipo de interés cupón cero a 1,5 años es, por lo tanto, el 10,681 por ciento. Éste es el único tipo de interés cupón cero consistente con el tipo al contado a seis meses, a un año y consecuente con los datos de la Tabla 5.3.

El tipo cupón cero a dos años puede calcularse de forma similar a partir de los tipos de interés cupón cero a seis meses, un año y 1,5 años y la información del último bono de la Tabla 5.2. Si R es el tipo cupón cero a dos años

$$6e^{-0,10469\times 0,5} + 6e^{-0,10536\times 1,0} + 6e^{-0,10681\times 1,5} + 106e^{-R\times 2,0} = 101,6$$

Esto nos da $R = 0,10808$ o 10,808 por ciento.

Los tipos que hemos obtenidos están resumidos en la Tabla 5.3. El gráfico que muestra los tipos cupón cero como función del vencimiento es conocido como *la curva cupón cero* (*zero curve*). Un supuesto común es que la curva cupón cero es linear entre puntos determinados usando el método *bootstrap*. (Esto quiere decir, en el ejemplo que acabamos de estudiar, que el tipo cupón cero a 1,25 años sería $0,5 \times 10,536 + 0,5 \times 10,681 = 10,6085\,\%$.) También se supone normalmente que la curva cupón cero es horizontal hasta su primer punto y horizontal tras su último punto. La Figura 5.1 muestra la curva cupón cero para nuestros datos. Usando bonos con mayor vencimiento, la curva cupón cero quedaría determinada con mayor precisión más allá de los dos años.

En la práctica, normalmente no tenemos bonos con vencimientos exactamente iguales a 1,5 años, 2 años, 2,5 años, etc. El enfoque utilizado por los analistas es la interpolación entre

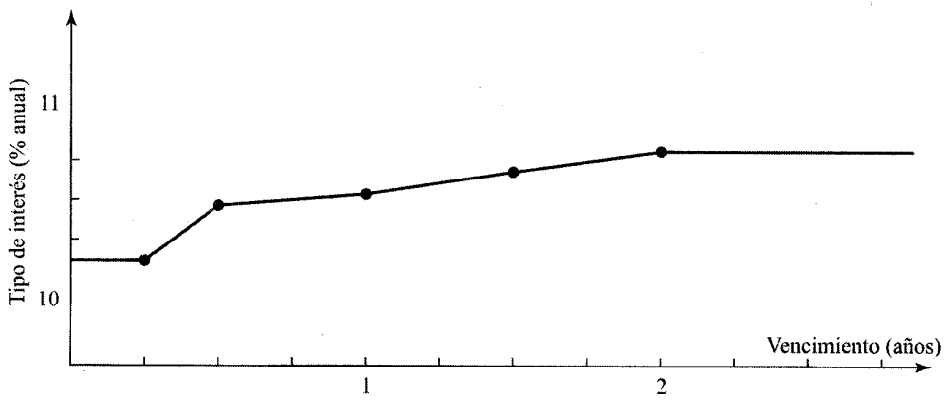


Figura 5.1. Tipos cupón cero con el método *bootstrap*.

los datos de precios de bonos antes de usarlos para calcular la curva cupón cero. Por ejemplo, si saben que un bono de 2,3 años con un cupón del 6 por ciento se vende por 98 y un bono de 2,7 años con un cupón del 6,25 por ciento se vende por 99, podrían suponer que un bono de 2,5 años con un cupón del 6,25 por ciento se vendería por 98,5.

5.5. TIPOS DE INTERÉS A PLAZO

Los tipos a plazo son los tipos de interés implícitos en los tipos actuales al contado para períodos futuros de tiempo. Para ilustrar cómo se calculan, suponemos que los tipos al contado son como se muestra en la segunda columna de la Tabla 5.4. El interés se considera compuesto continuo. De esta manera, el interés del 10 por ciento anual para un año significa que, como rendimiento de una inversión de 100 dólares hoy, el inversor recibirá $100e^{0,1} = 110,52$ dólares dentro de un año; un interés anual del 10,5 por ciento para dos años significa que, como rendimiento de una inversión de 100 dólares, el inversor recibirá $100e^{0,105 \times 2} = 123,37$ dólares al cabo de dos años, y así sucesivamente.

El tipo a plazo de la Tabla 5.4 para 2 años es el 11 por ciento anual. Éste es el tipo de interés que indican los tipos cupón cero para el período de tiempo transcurrido entre el final del primer año y el final del segundo año. El tipo a plazo para dos años se puede calcular a partir del tipo cupón cero para un año del 10 por ciento anual y el tipo cupón cero para dos años de 10,5 por ciento anual. El tipo de interés a 2 años, cuando se combina con el 10 por ciento anual para 1 año, nos da el 10,5 por ciento global para los dos años. Para demostrar que la respuesta correcta es el 11 por ciento anual, supongamos que se invierten 100 dólares. Un interés del 10 por ciento para el primer año y un 11 por ciento para el segundo año generarán:

$$100e^{0.1}e^{0,11} = \$123,37$$

al final del segundo año. Un interés de 10,5 por ciento anual durante dos años generará

$$100e^{0,105 \times 2}$$

que también es igual a 123,37 dólares. Este ejemplo ilustra el resultado general: cuando los tipos de interés son compuestos continuos y se combinan intereses en sucesivos períodos de tiempo, el interés total equivalente es simplemente la media aritmética de los intereses

Tabla 5.4. Cálculo de los tipos de interés.

Año (n)	Tipos de interés cupón cero para una inversión a n años (% por año)	Tipos a plazo para el año n (% por año)
1	10,0	
2	10,5	11,0
3	10,8	11,4
4	11,0	11,6
5	11,1	11,5

(10,5 por ciento es la media de 10 por ciento y 11 por ciento). El promedio sólo es un resultado aproximado cuando los intereses no son compuestos continuos.

El tipo a plazo para el tercer año es el implícito en un tipo cupón cero del 10,5 por ciento anual a dos años y un tipo cupón cero del 10,8 por ciento anual a tres años. Es de un 11,4 por ciento anual. Una inversión durante dos años al 10,5 por ciento anual y una inversión durante un año al 11,4 por ciento anual nos proporcionan, en promedio, un rendimiento total para los tres años del 10,8 por ciento anual. Los otros tipos a plazo pueden calcularse de forma similar y aparecen en la tercera columna de la tabla. En general, si R_1 y R_2 son los tipos cupón cero para los vencimientos T_1 y T_2 respectivamente, y R_F es el tipo de interés a plazo para el período de tiempo entre T_1 y T_2, entonces

$$R_F = \frac{R_2 T_2 - R_1 T_1}{T_2 - T_1} \tag{5.1}$$

Para ilustrar la utilidad de esta fórmula, consideremos el cálculo del tipo a plazo para 4 años a partir de los datos de la Tabla 5.4: $T_1 = 3$, $T_2 = 4$, $R_1 = 0{,}108$, y $R_2 = 0{,}11$; la fórmula nos da $R_F = 0{,}116$.

Suponiendo que un inversor pueda prestar o pedir prestado al tipo cupón cero, (lo que resulta razonable en una gran institución financiera) el inversor podrá también prestar o pedir prestado al tipo a plazo en un período de tiempo futuro. Supongamos que, por ejemplo, con los tipos de interés de la Tabla 5.4, un inversor pide prestados 100 dólares al 10 por ciento durante un año e invierte entonces el dinero al 10,5 por ciento durante dos años, el resultado es un pago de $100e^{0,1} = 110{,}52$ dólares al final del año 1 y un ingreso de $100e^{0,105 \times 2} = 123{,}37$ dólares al final de año 2. Como $123{,}37 = 110{,}52e^{0,11}$, se obtiene un rendimiento igual al tipo a plazo: 11,0 por ciento, sobre 110,52 dólares durante el segundo año. Supongamos ahora que un inversor pide prestados 100 dólares durante 4 años al 11,0 por ciento y los invierte durante 3 años al 10,8 por ciento. El resultado es un ingreso de $100e^{0,108 \times 3} = 138{,}26$ dólares al final del tercer año y un pago de $100e^{0,11 \times 4} = 155{,}27$ dólares al final del cuarto año. Como $155{,}27 = 138{,}26e^{0,116}$, durante el cuarto año es como si el inversor hubiese pedido un crédito de 138,26 al tipo a plazo del 11,6 por ciento.

La Ecuación (5.1) puede escribirse como

$$R_F = R_2 + (R_2 - R_1)\frac{T_1}{T_2 - T_1} \tag{5.2}$$

Esto muestra que la curva cupón cero es creciente entre T_1 y T_2, es decir que $R_2 > R_1$, por tanto $R_F > R_2$. De forma similar, si la curva cupón cero es decreciente con $R_2 < R_1$, entonces $R_F < R_2$.

5.6. ACUERDOS A PLAZO DE TIPOS DE INTERÉS (FRAs)

Los acuerdos a plazo de tipos de interés, (*forward rate agreements*) (FRAs) son acuerdos *over-the counter* sobre la aplicación de cierto tipo de interés a un determinado principal durante un período de tiempo futuro concreto. En esta sección examinamos cómo pueden valorarse los FRAs utilizando los tipos de interés a plazo.

Considere un FRA en el que se acuerda que una institución financiera cobrará un tipo de interés R_k durante el período de tiempo comprendido entre T_1 y T_2 sobre un principal L. Definimos:

R_F: El tipo LIBOR a plazo para el período entre T_1 y T_2

R: El tipo LIBOR real observado en el instante T_1 para un vencimiento T_2

Comenzaremos con nuestro supuesto habitual de composición continua y suponemos que los tipos R_K, R_F y R se miden de forma compuesta continua hasta su vencimiento. Esto quiere decir que si $T_2 - T_1 = 0{,}5$, están expresados con composición semianual; si $T_2 - T_1 = 0{,}25$ están expresados con composición trimestral y así sucesivamente. El FRA es un acuerdo sobre los siguientes movimientos de caja[2]:

Momento T_1: $-L$

Momento T_2: $+L[1 + R_K(T_2 - T_1)]$

Para valorar el FRA nótese en primer lugar que su valor siempre es cero cuando $R_K = R_F$[3]. Esto es así porque, tal como señalamos en la sección anterior, las grandes instituciones financieras puede asegurarse un tipo de interés a plazo para un futuro sin ningún coste. Por ejemplo, puede asegurarse que ganará el tipo a plazo entre los años 2 y 3 tomando prestada cierta cantidad de dinero durante dos años e invirtiendo durante tres. De forma similar, puede asegurarse pagar el tipo a plazo durante los años 2 y 3 pidiendo prestada una cierta cantidad de dinero durante tres años e invirtiéndola durante dos.

Podemos usar ahora un argumento análogo al utilizado en la Sección 3.8 para calcular el precio del FRA para valores de R_K diferentes a R_F. Comparemos dos FRAs. El primero promete el tipo a plazo R_F sobre un principal L entre las fechas T_1 y T_2; el segundo promete que se ganará R_K sobre el mismo principal entre las mismas dos fechas. Los dos contratos son idénticos salvo por el pago de intereses recibido en la fecha T_2. La diferencia de precio entre el segundo contrato y el primero es, por tanto, el valor actual de la diferencia entre estos pagos de intereses o

$$L(R_K - R_F)(T_2 - T_1)e^{-R_2T_2}$$

donde R_2 es el tipo cupón cero compuesto continuo para un vencimiento T_2[4]. Dado que el precio del FRA que promete un pago de R_F es cero, el valor del FRA que promete R_K es

$$V = L(R_K - R_F)(T_2 - T_1)e^{-R_2T_2} \tag{5.3}$$

Cuando un FRA especifica que el tipo de interés R_K se pagará en lugar de recibirse, su valor viene dado igualmente por

$$V = L(R_F - R_K)(T_2 - T_1)e^{-R_2T_2} \tag{5.4}$$

---

[2] En la práctica, un FRA como el considerado suele saldarse con efectivo en el momento T_1. El pago en efectivo es el valor actual de los movimientos de caja o

$$L\,\frac{1 + R_K(T_2 - T_1)}{1 + R(T_2 - T_1)} - L$$

[3] Normalmente se hace R_K igual a R_F cuando se inicia el FRA por vez primera.

[4] Nótese que R_K, R y R_F se expresan con una frecuencia de composición correspondiente a $T_2 - T_1$, mientras R_2 se expresa compuesto continuo.

Ejemplo

Suponga que los tipos LIBOR son los de la Tabla 5.4. Considere un FRA por el que recibimos un tipo del 12 por ciento, medido con composición anual, sobre un principal de un millón de dólares entre el final del año 1 y el final del año 2. En este caso, el tipo a plazo es el 11 por ciento con composición continua o el 11,6278 por ciento con composición anual. De la Ecuación (5.3) se sigue que el precio del FRA es

$$1.000.000(0,12 - 0,116278)e^{-0,105\times 2} = \$3.017$$

Caracterización alternativa de los FRAs

Consideremos nuevamente un FRA que garantiza que se ganará un tipo R_K entre las fechas T_1 y T_2. El principal L puede tomarse prestado al tipo R en el momento T_1 y devolverse en el momento T_2. Cuando esta transacción se combina con el FRA, vemos que el FRA es equivalente a los siguientes movimientos de caja:

Fecha T_1: 0
Fecha T_2: $LR_K(T_2 - T_1)$
Fecha T_2: $-LR(T_2 - T_1)$

En otras palabras, el FRA es equivalente a un acuerdo por el que en la fecha T se recibe n intereses al tipo predeterminado R_K y se paga el tipo de interés de mercado R.

Combinando los dos flujos de caja en la fecha T_2, vemos que el FRA es equivalente a un pago único de

$$L(R_K - R)(T_2 - T_1)$$

en el momento T_2. Comparando esto con la Ecuación (5.3), vemos que el FRA puede ser valorado suponiendo que $R = R_F$ y descontando los movimientos de caja resultantes al tipo libre de riesgo. Hemos mostrado por tanto que:

1. Un FRA es equivalente a un acuerdo donde se intercambian interés a un tipo predeterminado, R_K, por intereses al tipo de mercado R.
2. Un FRA puede valorarse suponiendo que el tipo de interés a plazo va a obtenerse con seguridad.

Estos dos resultados serán útiles cuando consideremos los *swaps* sobre tipos de interés en el próximo capítulo.

5.7. TEORÍAS DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

Es lógico preguntarse qué determina la forma de la curva cupón cero (curva de rendimientos). ¿Por qué es a veces decreciente, a veces creciente y a veces en parte creciente y en parte decreciente? Se han propuesto distintas teorías explicativas. La más sencilla es la *teoría de las expectativas*. En ella se conjetura que los tipos de interés a largo plazo deben reflejar los tipos de interés a corto plazo futuros esperados. De manera más precisa, se argumenta que un tipo a

plazo correspondiente a un cierto período es igual al tipo de cupón cero futuro esperado para este período. Otra alternativa se conoce como la teoría de la *segmentación de mercados*. Ésta conjetura que no es necesario que haya relación alguna entre tipos de interés a corto, medio y largo plazo. Bajo esta teoría, un gran inversor como un fondo de pensiones invierte en bonos con cierto vencimiento sin posibilidad de cambio en el vencimiento decidido para la inversión. El tipo de interés a corto plazo se determina por la oferta y la demanda en el mercado del bono a corto plazo, el tipo de interés a medio plazo se determina por la oferta y la demanda en el mercado del bono a medio plazo, y así sucesivamente.

La teoría que resulta en cierta forma más atractiva es la conocida como *teoría de la preferencia por la liquidez*. En ella se argumenta que los tipos a plazo deben ser siempre más altos que los tipos cupón cero esperados en el futuro. El supuesto básico subyacente en esta teoría es que los inversores prefieren conservar su liquidez e invierten sus fondos durante períodos cortos de tiempo. Los prestatarios, por otro lado, normalmente prefieren endeudarse a tipos fijos y períodos largos. Si los tipos de interés ofrecidos por los bancos y otros intermediarios financieros fuesen tales que el tipo a plazo igualase al tipo cupón cero esperado en el futuro, los tipos de interés a largo plazo se igualarían a la media de los tipos de interés a corto plazo esperados en el futuro. Sin incentivos para cambiar de proceder, los inversores tenderían a depositar sus fondos durante períodos cortos y los prestatarios tenderían a endeudarse a períodos largos. Los intermediarios financieros podrían, en ese caso, financiar préstamos sustanciales a largo plazo e interés fijo con depósitos a corto plazo. Ello implicaría, sin embargo, un excesivo riesgo de tipo de interés. En la práctica, para emparejar a depositantes con prestatarios y eliminar así el riesgo de tipo de interés, los intermediarios financieros aumentarán los tipos de interés a largo plazo con respecto a los tipos de interés a corto plazo esperados en el futuro. Ello reducirá la demanda de préstamos a largo plazo e interés fijo y estimulará a los inversores a depositar sus fondos durante períodos largos.

La teoría de la preferencia por la liquidez nos lleva a una situación en la que los intereses a plazo son más altos que los tipos cupón cero esperados en el futuro. Es también consecuente con la observación empírica de que las curvas de rendimientos tienden a tener pendientes positivas más a menudo que pendientes negativas.

5.8. CONVENCIONES PARA CONTABILIZACIÓN DE DÍAS

Vamos a examinar ahora las convenciones para la contabilización de días que se utilizan para calcular tipos de interés. Ésta es una cuestión diferente a la frecuencia de la composición usada para medir los tipos de interés. (Para un discusión sobre este último punto, véase Sección 3.3.) La contabilización de días define cómo se acumulan los intereses en el tiempo. Generalmente, conocemos el interés ganado para cierto período de referencia (es decir, el período entre pagos de cupón), y estamos interesados en calcular el interés ganado en algún otro período.

La contabilización de días se expresa normalmente como X/Y. Cuando calculamos el interés ganado entre dos fechas, X define cómo se calcula el número de días entre dos fechas e Y define cómo se mide el número total de días del período de referencia. El interés total ganado entre dos fechas es

$$\frac{\text{Número de días entre fechas}}{\text{Número de días en el período de referencia}} \times \text{Interés ganado en el período de referencia}$$

Las tres convenciones de contabilización de días usadas comúnmente en los Estados Unidos son:

1. Real/real (*Actual/actual*) (en el período).
2. 30/360.
3. Real/360 (*Actual/360*).

Real/real (en período) es usado por los bonos del Tesoro de los Estados Unidos (*U.S. Treasury bonds*), 30/360 se utizan en los bonos municipales y de corporativos de los Estados Unidos, y real/360 se utiliza en las Letras del Tesoro de los Estados Unidos (U.S. *Treasury bills*) y otros instrumentos del mercado monetario.

El uso de real/real (en período) para los bonos del Tesoro indica que el interés ganado entre dos fechas se basa en el cociente entre el número real de días transcurridos y el número real de días en el período entre dos pagos de cupón. Suponga que el principal del bono fuera 100 dólares, las fechas de pago de cupón son el 1 de marzo y el 1 de septiembre y el cupón paga un 8 por ciento. Queremos calcular el interés ganado entre el 1 de marzo y el 3 de julio. El período de referencia es desde el 1 de marzo hasta el 1 de septiembre. Hay 184 días (reales) en este período, y se gana un interés de 4 dólares durante el período. Hay 124 días (reales) entre el 1 de marzo y el 3 de julio. El interés ganado entre el 1 de marzo y el 3 de julio sería por tanto

$$\frac{124}{184} \times 4 = 2{,}6957$$

El uso de 30/360 para bonos municipales y corporativos indica que suponemos 30 días por mes y 360 días por año al realizar los cálculos. Con 30/360, el número total de días entre el 1 de marzo y el 1 de septiembre es 180. El número total de días entre el 1 de marzo y el 3 de julio es $(4 \times 30) + 2 = 122$. En el caso de un bono corporativo con los mismos plazos del bono del Tesoro considerado anteriormente, el tipo de interés ganado entre el 1 de marzo y el 3 de julio sería por tanto

$$\frac{122}{180} \times 4 = 2{,}7111$$

El uso de real/360 para un instrumento del mercado monetario indica que el período de referencia es 360 días. El interés ganado durante parte de un año se calcula dividiendo el número real de días transcurridos por 360 y multiplicando por el tipo de interés anual. El interés ganado en 90 días es por tanto exactamente una cuarta parte del tipo publicado. Nótese que el interés ganado a lo largo de un año completo de 365 días será 365/360 veces el tipo publicado.

5.9. COTIZACIONES

El precio publicado de un instrumento que paga interés es a menudo distinto del precio que debe hacerse efectivo si se quiere comprar. Vamos a ilustrar esto considerando la forma en que los precios se publican para los bonos del Tesoro y las Letras del Tesoro en los Estados Unidos.

Bonos

Los precios de los bonos del Tesoro (*Treasury bonds*) se cotizan en dólares y treintaidosavos de un dólar. La cotización es el precio de un bono con un valor nominal de 100 dólares. Por

tanto, una cotización de 90-05 significa que el precio indicado para un bono con un valor nominal de 100.000 dólares será 90.156,25 dólares.

La cotización no es igual al precio en metálico que paga el comprador. En general,

Precio en metálico = Cotización + Interés acumulado desde la última fecha de pago de cupón

Para ilustrar esta fórmula, supongamos que es 5 de marzo de 2001 y el bono en consideración es un bono con cupón del 11 por ciento con vencimiento el 10 de julio del 2009 y una cotización de 95-16 (o 95,50 dólares). Si los cupones se liquidan semestralmente en los bonos del estado, la fecha más reciente de pago de cupón fue el 10 de enero de 2001 y la siguiente el 10 de julio de 2001. El número de días entre el 10 de enero de 2001 y el 10 de julio de 2001 es 181. Sobre un valor nominal de 100 dólares, el pago del cupón es de 5,50 dólares el 10 de enero y el 10 de julio. El interés acumulado el 5 de marzo de 2001 será la parte acumulada del cupón del 10 de julio para el propietario del bono el 5 de marzo de 2001. Dado que el real/real en período es el utilizado por los bonos del Tesoro (*Treasury bonds*) de los Estados Unidos, éste será

$$\frac{54}{181} \times \$5{,}5 = \$1{,}64$$

El precio de compra por un valor nominal de 100 dólares para un bono del 10 de julio de 2001 será, por lo tanto,

$$\$95{,}5 + \$1{,}64 = \$97{,}14$$

Por lo tanto, el precio de un bono de 100.000 dólares es 97,140 dólares.

Letras del Tesoro (*Treasury bills*)

Tal como se mencionó previamente, la convención de contabilización de días real/360 es usada para las Letras del Tesoro en los Estados Unidos. Los precios publicados corresponden a las Letras del Tesoro con un valor nominal de 100 dólares. Hay una diferencia entre el precio efectivo a pagar y el precio publicado para una Letra del Tesoro. Si Y es el precio efectivo a pagar (*cash*) de una Letra del Tesoro con un valor nominal de 100 dólares y a la que faltan n días para su vencimiento, el precio publicado será

$$\frac{360}{n}(100 - Y)$$

A esta cantidad se le llama el tipo de descuento (*discount rate*). Éste es el rendimiento en dólares anualizado generado por la Letra del Tesoro expresado como porcentaje del valor nominal. Si para una Letra del Tesoro a 91 días el precio efectivo (*cash*), Y, fuera 98, el precio publicado sería $(360/91) \times (100 - 98) = 7{,}91$.

El tipo de descuento o precio publicado no es el mismo que la tasa de rendimiento obtenido con la Letra del Tesoro. La última se calcula como el rendimiento en dólares dividido por el coste. En el ejemplo previo, donde el precio efectivo es 98, la tasa de ganancia podría ser 2/98 o 2,04 por ciento para 91 días. Esto sube hasta

$$\frac{2}{98} \times \frac{365}{91} = 0{,}08186$$

o 8,186 por ciento anual compuesto cada 91 días.

5.10. CONTRATOS DE FUTUROS SOBRE BONOS DEL TESORO

La Tabla 5.5 muestra las cotizaciones de los futuros sobre tipos de interés tal como aparecen en el *Wall Street Journal* del 16 de marzo del 2001. El contrato de futuros sobre tipos de interés más popular es el de contrato de futuros sobre bonos del Tesoro negociado en el 'Chicago Board of Trade' (CBOT). En este contrato, cualquier bono del Tesoro al que falten más de 15 años para su vencimiento el primer día del mes de entrega y que no sea de posible amortización anticipada (*callable*) en los siguientes 15 años desde ese día puede ser entregado. Como se explicará más adelante, el CBOT ha desarrollado un procedimiento para ajustar el precio recibido de la parte en posición corta conforme al bono concreto entregado.

También se negocian de forma activa contratos de futuros sobre *Treasury notes* y *five-year Treasury notes*. En el contrato de futuros sobre *Treasury notes*, cualquier bono del estado (o *note*) con un vencimiento entre $6\frac{1}{2}$ y 10 años puede ser entregado. En el contrato de futuros sobre *five-years Treasury notes*, cualquiera de las cuatro más recientes *treasury notes* subastadas puede ser entregada.

Dedicamos el resto de esta sección a los futuros sobre bonos del Tesoro (*Treasury bond futures*). Muchos de los contratos de futuros negociados en los Estados Unidos y en el resto del mundo están diseñados de forma similar al contrato de futuros sobre bonos del Tesoro del CBOT por lo que muchas de nuestras conclusiones serán aplicables.

Cotizaciones

Los precios de futuros sobre los bonos del Tesoro se publican igual que los precios de los bonos del Tesoro (véase la Sección 5.9). La Tabla 5.5 muestra que el precio final el 15 de marzo del 2001, para el contrato de junio del 2001 fue 106-04, o $106\frac{4}{32}$. Un contrato supone la entrega de bonos con un valor nominal total de 100.000 dólares. Por lo tanto, un cambio de 1 dólar en el precio publicado producirá un incremento de 1.000 dólares en el valor del contrato de futuros. La entrega puede realizarse en cualquier momento durante el mes de entrega.

Factores de conversión

Tal como hemos mencionado, hay una provisión en el contrato de futuros sobre un bono del Tesoro para que la parte en la posición corta pueda escoger entregar un bono al que falten más de 15 años para su vencimiento y que no sea de amortización anticipada (*not callable*) antes de 15 años. Cuando un determinado bono es entregado, un parámetro conocido como su factor de conversión define el precio recibido por la parte en la posición corta. El precio de cotización aplicado a la entrega es el producto del factor de conversión y el precio del futuro cotizado. Teniendo en cuenta el interés acumulado tal como se describe en la Sección 5.9 la cantidad en metálico recibida para cada valor nominal de 100 dólares del bono entregado será:

$$(\text{Precio del futuro publicado} \times \text{Factor de conversión}) + \text{Interés acumulado}$$

Cada contrato es por la entrega de bonos con valor nominal total de 100.000 dólares. Supongamos que el precio del futuro cotizado es 90-00, el factor de conversión para el bono entregado es 1,3800, y el interés acumulado sobre el bono en el momento de la entrega es 3 dólares

Tabla 5.5. Cotizaciones de futuros sobre tipos de interés obtenidas del *Wall Street Journal* el 16 de marzo de 2001.

INTEREST RATE

Treasury Bonds (CBT)-$100,000; pts 32nds of 100%

Mar	106-15	106-26	106-03	106-14	+	3	106-30	88-06	47,482
June	106-06	106-17	105-24	106-04	+	3	106-17	96-21	474,584
Sept	105-15	106-02	105-12	105-22	+	2	106-04	96-22	2,818

Est vol 225,000; vol Wed 328,320; open int 524,994, +6,141.

Treasury Notes (CBT)-$100,000; pts 32nds of 100%

Mar	06-205	107-04	106-18	06-295	+	8.5	107-04	98-04	52,833
June	106-11	106-22	106-03	106-15	+	8.5	106-22	99-11	495,880
Sept	106-07	106-09	106-04	106-04	+	8.5	106-09	103-30	4,939

Est vol 226,000; vol Wed 278,130; open int 553,652, +13,722.

10 Yr Agency Notes (CBT)-$100,000; pts 32nds of 100%

Mar	101-30	102-12	01-295	102-07	+	12.0	102-21	93-25	10,264
June	101-17	102-02	101-14	101-27	+	11.5	02-105	98-22	46,569

Est vol 4,000; vol Wed 9,020; open int 56,833, +573.

5 Yr Treasury Notes (CBT)-$100,000; pts 32nds of 100%

Mar	105-05	05-155	105-01	05-115	+	8.0	05-155	100-11	36,713
June	105-15	05-245	105-09	105-20	+	9.5	05-245	101-04	329,523

Est vol 127,000; vol Wed 117,378; open int 366,236, +5,564.

2 Yr Treasury Notes (CBT)-$200,000; pts 32nds of 100%

Mar	102-24	102-31	102-24	102-29	+	5.7	102-31	11-282	6,647
June	102-28	03-022	02-252	103-00	+	6.2	03-022	101-12	78,842

Est vol 10,100; vol Wed 6,628; open int 85,489, −428.

30 Day Federal Funds (CBT)-$5 million; pts of 100%

Mar	94.740	94.750	94.730	94.745	+	.010	95.810	93.205	21,039
Apr	95.18	95.21	95.16	95.20	+	.04	95.21	93.21	28,536
May	95.30	95.35	95.29	95.35	+	.06	95.35	94.02	6,703
June	95.44	95.51	95.42	95.50	+	.07	95.51	94.38	5,403
July	95.62	95.62	95.55	95.60	+	.08	95.62	95.02	2,045

Est vol 14,000; vol Wed 19,184; open int 63,726, −118.

Muni Bond index (CBT)-$1,000; times Bond Buyer MBI

Mar	105-15	105-20	105-14	105-17		....	105-27	98-03	6,532
June	104-21	104-30	104-16	104-22	+	1	105-00	101-30	11,635

Est vol 850; vol Wed 1,203; open int 18,167, −130.

Index: Close 104-30: Yield 5.30.

Treasury Bills (CME)-$1 mil.; pts of 100%

	OPEN	HIGH	LOW	SETTLE	CHANGE	YIELD	CHANGE	OPEN INT.
Mar	95.59	95.64	95.59	95.62	+ .05	4.38	−.05	3,139
June	96.06	96.13	96.06	96.11	+ .09	3.89	−.09	1,491

Est vol 485; vol Wed 780; open int 4,630, −80.

Libor-1 Mo. (CME)-$3,000,000; pts of 100%

Mar	94.95	94.99	94.95	94.99	+ .04	5.01	−.04	29,178
Apr	95.15	95.19	95.13	95.18	+ .05	4.82	−.05	19,819
May	95.32	95.40	95.31	95.38	+ .07	4.62	−.07	9,811
June	95.43	95.54	95.43	95.53	+ .09	4.47	−.09	1,030
July	95.50	95.59	95.49	95.58	+ .08	4.42	−.08	464
Aug	....	....	....	95.61	+ .08	4.39	−.08	204
Sept	....	....	....	95.67	+ .10	4.33	−.10	24

Est vol 5,710; vol Wed 7,033; open int 60,543, −267.

Eurodollar (CME)-$1 Million; pts of 100%

Mar	95.06	95.10	95.05	95.09	+ .02	4.91	−.02	516,751
Apr	95.24	95.29	95.24	95.28	+ .04	4.72	−.04	25,625
May	95.41	95.44	95.39	95.43	+ .08	4.57	−.08	3,558
June	95.43	95.55	95.43	95.53	+ .08	4.47	−.08	659,688
July	95.59	95.59	95.58	95.59	+ .12	4.41	−.12	1,012
Sept	95.50	95.64	95.50	95.62	+ .10	4.38	−.10	705,199
Dec	95.34	95.47	95.32	95.45	+ .10	4.55	−.10	391,832
Mr02	95.26	95.40	95.25	95.37	+ .09	4.63	−.09	375,936
June	95.03	95.17	95.03	95.14	+ .09	4.86	−.09	316,329
Sept	94.84	94.96	94.83	94.93	+ .09	5.07	−.09	252,106
Dec	94.61	94.73	94.60	94.71	+ .09	5.29	−.09	163,620
Mr03	94.57	94.68	94.57	94.66	+ .08	5.34	−.08	125,515
June	94.48	94.59	94.48	94.56	+ .08	5.44	−.08	99,406
Sept	94.40	94.51	94.40	94.48	+ .08	5.52	−.08	95,178
Dec	94.27	94.37	94.26	94.34	+ .08	5.66	−.08	79,656
Mr04	94.27	94.38	94.26	94.34	+ .08	5.66	−.08	76,267
June	94.21	94.30	94.18	94.27	+ .08	5.73	−.08	61,145
Sept	94.12	94.24	94.12	94.20	+ .08	5.80	−.08	60,968
Dec	94.03	94.12	94.00	94.08	+ .08	5.92	−.08	51,646
Mr05	94.01	94.12	94.01	94.09	+ .08	5.91	−.08	38,722
June	93.97	94.06	93.97	94.03	+ .08	5.97	−.08	35,902
Sept	93.91	94.01	93.91	93.97	+ .07	6.03	−.07	33,913
Dec	93.81	93.90	93.81	93.86	+ .07	6.14	−.07	25,415
Mr06	93.82	93.92	93.82	93.88	+ .06	6.12	−.06	19,542
June	93.78	93.87	93.78	93.83	+ .06	6.17	−.06	18,291
Sept	93.75	93.82	93.74	93.79	+ .06	6.21	−.06	17,857
Dec	93.65	93.73	93.64	93.69	+ .05	6.31	−.05	13,136
Mr07	....	....	....	93.72	+ .05	6.28	−.05	11,626
June	93.64	93.71	93.63	93.67	+ .04	6.33	−.04	8,488
Sept	....	....	....	93.63	+ .04	6.37	−.04	7,120
Dec	....	....	....	93.54	+ .04	6.46	−.04	7,780
Mr08	93.55	93.61	93.52	93.57	+ .04	6.43	−.04	5,289
June	93.50	93.57	93.48	93.53	+ .03	6.47	−.03	5,064
Sept	93.51	93.54	93.45	93.49	+ .03	6.51	−.03	3,976
Dec	93.42	93.45	93.36	93.40	+ .03	6.60	−.03	3,626
Mr09	....	....	....	93.43	+ .02	6.57	−.02	3,935
June	....	....	....	93.39	+ .02	6.61	−.02	3,446
Sept	....	....	....	93.35	+ .02	6.65	−.02	3,417
Dec	....	....	....	93.26	+ .01	6.74	−.01	2,465
Mr10	....	....	....	93.29	+ .01	6.71	−.01	2,534
June	....	....	....	93.25	+ .01	6.75	−.01	2,611
Sept	....	....	....	93.22	+ .01	6.78	−.01	2,694
Dec	....	....	....	93.12	....	6.88	....	2,897

Est vol 792,400; vol Wed 950,073; open int 4,338,283, +26,797.

Euro-Yen (CME)-Yen 100,000,000; pts of 100%

	OPEN	HIGH	LOW	SETTLE	CHANGE	LIFETIME HIGH	LIFETIME LOW	OPEN INT.
Mar	99.77	99.77	99.77	99.77	− .01	99.79	98.07	30,179
June	99.87	99.88	99.87	99.87	− .01	99.89	98.20	15,401
Sept	99.86	99.87	99.86	99.87	− .01	99.88	98.05	12,051
Dec	99.84	99.85	99.84	99.85	....	99.86	97.89	8,025
Mr02	99.84	99.85	99.84	99.85	− .01	99.86	97.97	4,954
June	99.83	99.84	99.83	99.83	− .01	99.85	97.87	1,851
Sept	99.78	99.78	99.77	99.78	− .01	99.79	97.84	1,432
Dec	99.67	99.67	99.67	99.67	− .01	99.68	97.77	169

Est vol 4,309; vol Wed 7,187; open int 74,062, +1,498.

Short Sterling (LIFFE)-£500,000; pts of 100%

Mar	94.45	94.51	94.45	94.50	+ .06	95.08	92.55	144,961
June	94.77	94.82	94.77	94.80	+ .04	95.08	92.49	148,665
Sept	94.95	94.98	94.93	94.97	+ .05	95.09	92.41	204,792
Dec	94.89	94.94	94.89	94.93	+ .06	95.07	92.31	88,147
Mr02	94.82	94.86	94.82	94.85	+ .05	95.13	92.34	73,235
June	94.73	94.76	94.72	94.75	+ .04	95.10	92.39	63,128
Sept	94.65	94.69	94.65	94.68	+ .04	95.11	92.38	39,315
Dec	94.60	94.63	94.59	94.62	+ .04	95.11	92.45	24,534
Mr03	94.59	94.61	94.57	94.60	+ .04	94.69	92.49	16,439
June	94.57	94.58	94.55	94.57	+ .03	94.58	92.77	15,276
Sept	94.54	94.56	94.52	94.54	+ .04	94.56	92.90	22,180
Dec	94.50	94.52	94.49	94.51	+ .03	94.52	92.92	5,222
Mr04	....	....	....	94.48	+ .03	94.43	93.01	3,759
June	....	....	....	94.47	+ .03	94.41	93.04	1,872
Sept	....	....	....	94.45	+ .03	94.16	93.35	311
Dec	....	....	....	94.45	+ .03	94.30	93.25	581

Est vol 154,768 vol Wed 213,500 open int 852,507 +8,941.

Long Gilt (LIFFE) (Decimal)-£50,000; pts of 100%

Mar	116.60	116.81	116.58	116.89	+ .41	155.74	113.10	6,212
June	117.69	118.17	117.17	118.10	+ .41	118.17	114.90	57,299

Est vol 26,977 vol Wed 32,350 open int 63,511 +3,405.

3 Month Euribor (LIFFE) Euro 1,000,000; pts of 100%

Mar	95.26	95.28	95.24	95.25	− .02	96.96	94.57	279,299
Apr	....	....	....	95.36	....	95.52	95.31	615
June	95.58	95.60	95.56	95.59	+ .02	96.85	94.50	326,977
Sept	95.80	95.83	95.78	95.82	+ .04	96.75	94.44	341,037
Dec	95.74	95.76	95.71	95.75	+ .04	96.58	92.57	210,373
Mr02	95.78	95.81	95.76	95.80	+ .04	96.48	94.33	189,331
June	95.67	95.71	95.66	95.70	+ .04	96.37	94.29	99,203
Sept	95.60	95.62	95.56	95.61	+ .04	96.25	94.24	63,845
Dec	95.46	95.47	95.40	95.46	+ .04	96.06	94.06	52,546
Mr03	95.42	95.46	95.41	95.44	+ .04	96.01	94.05	37,455
June	95.37	95.39	95.35	95.38	+ .03	95.45	93.99	21,445
Sept	95.31	95.34	95.30	95.33	+ .03	95.34	93.91	16,503
Dec	95.16	95.21	95.16	95.19	+ .03	95.21	93.80	11,770
Mr04	95.19	95.19	95.19	95.19	+ .03	95.19	93.83	3,667
June	....	....	....	95.13	+ .03	95.13	93.79	3,848
Sept	....	....	....	95.08	+ .03	95.07	93.73	2,162
Dec	....	....	....	94.95	+ .03	94.96	93.64	1,106
Mr05	....	....	....	94.94	+ .03	94.95	94.07	304

Est vol 436,581 vol Wed 545,643 open int 1,661,500 +37,266.

3 Month Euroswiss (LIFFE) SFr 1,000,000; pts of 100%

June	96.90	97.00	96.89	96.96	+ .08	97.47	95.65	65,688
Sept	97.01	97.12	97.01	97.09	+ .08	97.12	95.59	33,796
Dec	96.96	97.02	96.94	97.01	+ .07	97.02	95.45	15,382
Mr02	97.03	97.07	97.00	97.06	+ .07	97.07	95.50	8,872
June	96.97	96.99	96.97	96.99	+ .05	96.99	95.82	5,254
Sept	....	....	....	96.94	+ .05	96.85	96.19	1,133
Dec	....	....	....	96.86	+ .05	96.81	96.59	1,623

Est vol 30,483 vol Wed 31,992 open int 177,670 +8,540.

Canadian Bankers Acceptance (ME)-C$1,000,000

Mar	95.28	95.35	95.28	95.34	+ 0.06	95.35	93.16	69,439
June	95.56	95.68	95.55	95.66	+ 0.10	95.68	93.07	73,299
Sept	95.63	95.78	95.62	95.75	+ 0.12	95.78	93.06	45,109
Dec	95.47	95.59	95.46	95.58	+ 0.12	95.59	92.97	19,261
Mr02	95.31	95.38	95.31	95.38	+ 0.08	95.38	93.25	14,002
June	95.17	95.21	95.15	95.21	+ 0.05	95.21	92.95	13,095
Sept	95.01	95.05	95.01	95.07	+ 0.04	95.05	93.11	3,736
Dec	....	....	....	94.93	+ 0.04	94.81	93.06	689
Mr03	....	....	....	94.83	+ 0.04	94.58	93.98	278
June	....	....	....	94.76	+ 0.04	94.38	93.96	165
Sept	....	....	....	94.69	+ 0.04	94.37	94.32	145
Dec	....	....	....	94.62	+ 0.04	94.33	94.24	100

Est vol 29,885; vol Wed 25,957; open int 239,338, +9,450.

(*continúa en la página siguiente*)

Tabla 5.5. (*Continuación*).

10 Yr. Canadian Govt. Bonds (ME)-C$100,000

Mar	....	....	....	105.50	+ 0.10	105.25	101.80	5,505
June	105.10	105.33	104.91	105.81	+ 0.10	105.40	103.30	61,851

Est vol 2,838; vol Wed 3,551; open int 67,356, −723.

10 Yr. Euro Notional Bond (MATIF)-Euros 100,000

Mar	90.32	90.40	90.13	90.30	+ 0.05	90.55	86.33	175,093
June	90.42	90.70	90.26	90.45	+ 0.06	90.70	89.19	28,708

Est vol 221,549; vol Wed 218,960; open int 187,299, +6,100.

3 Month Euribor (MATIF)-Euros 1,000,000

Mar	....	....	....	95.24	− 0.02	96.95	94.63	6,053
June	....	....	....	95.58	+ 0.02	96.85	94.55	3,357
Sept	....	....	....	95.82	+ 0.03	96.75	94.47	2,021
Dec	....	....	....	95.75	+ 0.03	96.58	94.37	2,635
Mr02	....	....	....	95.79	+ 0.03	96.48	94.45	2,617
June	....	....	....	95.69	+ 0.03	96.29	94.35	308
Sept	....	....	....	95.60	+ 0.04	96.21	94.27	475
Dec	....	....	....	95.46	+ 0.03	95.97	94.10	330

Est vol 0; vol Wed 0; open int 18,059, unch.

3 Yr. Commonwealth T-Bonds (SFE)-A$100,000

Mar	95.44	95.57	95.43	95.54	+ 0.09	95.57	94.25	0
June	95.50	95.62	95.48	95.55	+ 0.05	95.62	94.94	231,145

Est vol 399,603; vol Wed 168,037; open int 231,145, −295,318.

Euro-Yen (SGX)-Yen 100,000,000 pts Of 100%

Mar	99.78	99.79	99.77	99.77	− 0.01	99.79	98.08	98,662
June	99.88	99.88	99.87	99.87	....	99.88	98.17	111,646
Sept	99.88	99.88	99.87	99.87	− 0.01	99.88	98.01	78,678
Dec	99.85	99.86	99.84	99.84	− 0.01	99.86	97.84	51,494
Mr02	99.86	99.86	99.84	99.84	− 0.01	99.86	98.17	37,541
June	99.85	99.85	99.83	99.83	− 0.02	99.85	98.11	33,907
Sept	99.79	99.79	99.77	99.76	− 0.01	99.79	98.35	14,517
Dec	99.70	99.70	99.68	99.67	− 0.01	99.70	98.28	3,264
Mr03	....	....	....	99.60	− 0.01	99.54	98.45	2,102
June	....	....	....	99.51	....	99.54	98.40	2,170
Sept	....	....	....	99.37	....	99.42	98.34	5,010

Est vol 25,077; vol Wed 34,493; open int 439,071, +82.

5 Yr. German Euro-Govt. Bond (EURO-BOBL) (EUREX)-Euro 100,000; pts of 100%

June	106.60	106.75	106.53	106.74	+ 0.08	106.75	103.50	465,268
Sept	....	....	....	107.02	+ 0.08	106.65	105.51	9,638

vol Thu 456,995; open int 479,927, +46,697.

10 Yr. German Euro-Govt. Bond (EURO-BUND) (EUREX)-Euro 100,000; pts of 100%

June	109.46	109.67	109.40	109.64	+ 0.08	109.70	106.00	687,796
Sept	109.64	109.70	109.49	109.70	+ 0.01	109.70	107.96	5,747

vol Thu 706,063; open int 693,543, +92,384.

2 Yr. German Euro-Govt. Bond (EURO-SCHATZ) (EUREX)-Euro 100,000; pts of 100%

June	103.03	103.09	102.97	103.07	+ 0.03	103.22	102.27	507,068
Sept	....	....	....	102.98	+ 0.03	....	....	4,304

vol Thu 379,199; open int 511,372, +57,585.

Fuente: Impreso con permiso de Dow Jones, Inc., via copyright Clearance Center, Inc.
© 2001 Dow Jones & Company, Inc. Todos los derechos reservados.

por un valor nominal de 100 dólares. El dinero recibido por la parte en la posición corta (y pagado por la parte en la posición larga) será entonces

$$(1{,}3800 \times 90{,}00) + 3{,}00 = \$127{,}20$$

por un valor nominal de 100 dólares. Una parte en posición corta en un contrato entregaría bonos con valor nominal de 100.000 dólares y recibiría 127.200 dólares.

El factor de conversión para un bono es igual al precio del bono el primer día del mes de entrega bajo el supuesto de que el tipo de interés para todos los vencimientos sea igual al 6 por ciento anual (compuesto semestral)[5]. El vencimiento del bono y los tiempos hasta las fechas de pago del cupón, en el cálculo, se computan en trimestres redondeando por defecto. Esto permite al CBOT producir tablas completas. Si después del redondeo el bono termina en un número exacto de semestres, se supone que el primer cupón se pagará en seis meses. Si después del redondeo el bono no termina en un número exacto de grupos de semestres (por ejemplo, hay tres meses extra), se supone que el primer cupón se pagará dentro de tres meses y se sustrae el interés acumulado.

Como primer ejemplo de estas reglas supongamos un bono con cupón del 10 por ciento y con 20 años y dos meses para su vencimiento. Para calcular el factor de conversión, se supone que al bono le faltan exactamente 20 años para el vencimiento. Se supone que el pago del primer cupón se realiza después de seis meses. Suponemos que los pagos de cupón se hacen en intervalos de seis meses hasta el final de los 20 años, cuando se liquidará el principal. Trabajaremos con bonos de valor nominal de 100 dólares. Suponiendo que el tipo de descuento es el 6 por ciento anual compuesto semestral (o 3 por ciento cada seis meses), el precio del bono será

$$\sum_{i=1}^{40} \frac{5}{1{,}03^i} + \frac{100}{1{,}03^{40}} = \$146{,}23$$

Dividiendo por el valor nominal, el factor de conversión del crédito será 1,4623.

[5] Para contratos con vencimientos anteriores a marzo del 2000, este tipo de interés fue el 8 por ciento en el cáculo del factor de conversión CBOT.

Como segundo ejemplo de las reglas, consideremos un bono con cupón del 8 por ciento y un vencimiento de 18 años y cuatro meses. Para calcular el factor de conversión, se supone que al bono le faltan exactamente 18 años y tres meses hasta el vencimiento. Actualizando todos los pagos a la fecha de tres meses a partir de hoy al 6 por ciento anual (compuesto semianual) nos dará un valor de

$$\sum_{i=1}^{36} \frac{4}{1{,}03^i} + \frac{100}{1{,}03^{36}} = \$125{,}83$$

El tipo de interés para un período de tres meses es $\sqrt{1{,}03} - 1$ o 1,4889 por ciento. Por tanto, descontando hasta el presente dé un precio del bono de 125,83/1.014889 = 123,99 dólares. Restando el interés acumulado de 2,0, resultará 121,99 dólares. El factor de conversión es, por lo tanto, 1,2199.

El bono más barato para la entrega (*cheapest-to-deliver*)

En cualquier momento durante el mes de entrega, hay muchos bonos que pueden entregarse en el contrato de futuros sobre bonos del Tesoro del CBOT. En lo que respecta a cupón y al vencimiento, los bonos varían dentro de un amplio rango. La parte en posición corta puede elegir cuál de los bonos disponibles es «el más barato» para entregar. Como la parte en posición corta recibe

(Precio del futuro cotizado × Factor de conversión) + Interés acumulado

y el coste de comprar un bono es

Precio cotizado + Interés acumulado

el bono más barato de entregar es aquél para el cual

Precio cotizado − (Cotización del futuro × Factor de conversión)

es más pequeño. Una vez que la parte con la posición corta ha decidido realizar la entrega, puede determinar el bono más barato examinando cada uno de los bonos existentes.

Ejemplo

La parte con la posición corta ha decidido realizar la entrega y está intentando escoger entre los tres bonos de la Tabla 5.6. Supongamos que la cotización del futuro es 93-08 o 93,25. El coste de entrega de cada uno de los bonos será como sigue:

Bono 1: 99,50 − (93,25 × 1,0382) = $2,69
Bono 2: 143,50 − (93,25 × 1,5188) = $1,87
Bono 3: 119,75 − (93,25 × 1,2615) = $2,12

El más barato para la entrega (*cheapest-to-deliver*) es el bono 2.

Una serie de factores determinan el bono más barato para la entrega. Cuando los rendimientos son superiores al 6 por ciento, el sistema del factor de conversión tiende a favorecer la entrega de bonos con bajo cupón y vencimiento largo. Cuando los rendimientos son menores que el 6 por ciento, la tendencia es a favor de la entrega de bonos con cupón elevado y vencimiento

Tabla 5.6. Ejemplo de bonos aceptables para la entrega.

Bono	Precio cotizado	Factor de conversión
1	99,50	1,0382
2	143,50	1,5188
3	119,75	1,2615

a corto plazo. Además, cuando la curva de tipos de interés tiene pendiente positiva, los bonos con vencimiento a largo plazo tienen tendencia a ser favorables, mientras cuando la pendiente es negativa, la tendencia es favorable a los bonos con vencimiento a corto plazo.

The Wild Card Play

La negociación de contratos de futuros sobre bonos del Tesoro en el CBOT cesa a las 2 p.m. (hora de Chicago). Sin embargo, los bonos del Tesoro continúan negociándose hasta las 4 p.m. Además, la parte en posición corta tiene hasta las 8 p.m. para notificar a la Cámara de Compensación su intención de entregar. Si la notificación se pone en circulación, el precio de factura se calcula sobre la base del precio final (*settlement price*) del día. Éste es el precio al cual se cerró la última operación antes del cierre a las 2 p.m.

Esta práctica da a la posición corta una opción conocida como *wild card play*. Si el precio del bono cae después de las 2 p.m., la posición corta puede extender una notificación de intención de entrega y proceder a la compra de los bonos más baratos (*cheapest-to-deliver*), preparándose así para la entrega a los precios de futuros de las 2 p.m. Si el precio del bono baja, la parte en posición corta podrá mantener su posición abierta y esperar hasta el día siguiente en el que, nuevamente, podrá utilizar la misma estrategia.

Como las otras opciones que se abren a la parte en posición corta, el *wild card play* no es gratuito. Su precio está reflejado en el precio del futuro, inferior al que sería sin esta posibilidad.

Determinación del precio del futuro publicado

Es difícil determinar un precio del futuro teórico exacto para un contrato sobre bonos del Tesoro (*Treasury bonds*) porque las opciones de la parte en posición corta en lo que respecta al momento de la entrega y elección del bono a entregar no pueden valorarse con facilidad. Sin embargo, si suponemos que conocemos el bono más barato para la entrega y la fecha de la misma, el contrato de futuros sobre el bono del Tesoro será un valor que proporcionará a su propietario un ingreso conocido con antelación[6]. La Ecuación (3.6) del Capítulo 3 muestra que el precio del futuro, F_0, está relacionado con el precio de contado, S_0, a través de

$$F_0 = (S_0 - I)e^{rT} \tag{5.5}$$

donde I es el valor actual de los cupones que se pagan durante la vida del contrato de futuros, T es el tiempo hasta el vencimiento del contrato de futuros y r es el tipo de interés libre de riesgo aplicable al período de longitud T.

[6] En la práctica, para determinar el bono más barato, los analistas suelen suponer que los tipos de interés cupón cero al vencimiento del contrato de futuros coincide con los tipos a plazo.

Ejemplo

Supongamos que, en un contrato de futuros sobre un bono del Tesoro se sabe que el bono más barato para la entrega será un bono con cupón del 12 por ciento y un factor de conversión de 1,4000. Supongamos también que sabemos que la entrega tendrá lugar dentro de 270 días. Los cupones del bono se liquidan semestralmente. Como ilustramos en la Figura 5.2, la última fecha de pago de cupón fue hace 60 días, la próxima fecha de pago de cupón es dentro de 122 días, y la siguiente será dentro de 305 días. La curva de tipos de interés es plana y el tipo de interés (compuesto continuo) es el 10 por ciento anual. Suponemos que el precio actual cotizado del bono es 120 dólares. El precio de compra del bono se obtiene añadiendo a este precio cotizado la proporción del próximo pago que acumula el propietario. El precio de compra será, por lo tanto

$$120 + \frac{60}{60 + 122} \times 6 = 121{,}978$$

Después de 122 días (= 0,3342 años) se recibirá un cupón de 6 dólares, cuyo valor actual es

$$6e^{-0{,}3342 \times 0{,}1} = 5{,}803$$

Figura 5.2. Esquema temporal para el ejemplo.

El contrato de futuros dura 270 días (= 0,7397 años). El precio de compra de futuros, si el contrato fuese sobre el bono del 12 por ciento sería, por lo tanto,

$$(121{,}978 - 5{,}803)e^{0{,}7397 \times 0{,}1} = 125{,}094$$

En el momento de la entrega, hay 148 días de interés acumulado. El precio del futuro cotizado si el contrato fuese sobre el bono al 12 por ciento sería, por lo tanto,

$$125{,}094 - 6 \times \frac{148}{305 - 122} = 120{,}242$$

El factor de conversión indica que 1,4000 bonos estándar se consideran equivalentes a cada uno de los bonos al 12 por ciento. El precio de cotización del futuro, por lo tanto, debe ser

$$\frac{120{,}242}{1{,}4000} = 85{,}887$$

5.11. CONTRATOS DE FUTUROS SOBRE EURODÓLARES

Otro contrato de futuros sobre tipos de interés que es muy popular en los Estados Unidos es el contrato de futuros a tres meses sobre eurodólares negociado en el 'Chicago Mercantile Exchange' (CME). Un eurodólar es un dólar depositado en un banco —estadounidense o no estadounidense— fuera de los Estados Unidos. El tipo de interés del eurodólar es el tipo de interés ganado sobre los eurodólares depositados por un banco en otro banco. Esto es esencialmente lo mismo que el '*London Interbank Offer Rate*' (LIBOR) mencionado en capítulos previos.

Los contratos de futuros a tres meses sobre eurodólares son contratos de futuros sobre el tipo de interés de los eurodólares a tres meses. Los contratos vencen en marzo, junio, septiembre y diciembre durante, a lo sumo, los próximos 10 años. Además de estos contratos, como se desprende de la Tabla 5.5, el CME negocia contratos a corto plazo con vencimientos en otros meses.

Si Q es el precio publicado para el contrato de futuros sobre eurodólares, el mercado organizado define

$$10.000[100 - 0{,}25(100 - Q)] \tag{5.6}$$

como el precio de un contrato. Por tanto, el precio final de 95,53 para el contrato de junio del 2001 en la Tabla 5.5 corresponde a un contrato cuyo precio es

$$10.000[100 - 0{,}25(100 - 95{,}53)] = \$988.825$$

Puede verse a partir de la Ecuación (5.6) que un cambio de un punto básico o 0,01 en una cotización de futuros sobre eurodólares (*eurodollar futures quote*) corresponde a un cambio en el precio de contrato de 25 dólares.

Cuando al tercer miércoles del mes de la entrega llegue el contrato, se liquida en efectivo. El ajuste al mercado (*marking to market*) final fija Q igual a $100 - R$, donde R es el tipo de interés real sobre eurodólares a tres meses del día, expresado como compuesto trimestral y con una convención real/360 para contabilizar los días. Por lo tanto, si el tipo de interés sobre eurodólares a tres meses el tercer miércoles del mes de entrega es del 8 por ciento, el ajuste final al mercado es 92, y el precio final del contrato es, gracias a la Ecuación (5.6)

$$10.000[100 - 0{,}25(100 - 92)] = \$980.000$$

Si Q es el tipo publicado sobre eurodólares, $(100 - Q)$ por ciento será el tipo de interés del futuro sobre eurodólares para los tres meses siguientes al tercer miércoles del mes de la entrega. La Tabla 5.5 indica por tanto, que el 15 de marzo del 2001, el tipo de interés a tres meses para el período iniciado el miércoles 20 de junio del 2001 fue $100 - 95{,}53 = 4{,}47\,\%$. Esta cantidad está expresada como compuesto trimestral y con una convención real/360 de contabilización de días.

En otros países se negocian contratos similares al contrato de futuros CME sobre eurodólares. Como se muestra en la Tabla 5.5, el CME y el SGX negocian contratos sobre euroyenes, el LIFFE y el MATIF negocian contratos sobre el Euribor (es decir, contratos sobre el tipo LIBOR a tres meses sobre el euro), y el LIFFE negocia futuros a tres meses sobre eurofrancosuizos (*Euroswiss*). (Véase la Tabla 2.2 para el significado de estas siglas de mercados organizados.)

Tipos de interés a plazo vs. tipos de interés de futuros

Para vencimientos cortos (hasta un año) el tipo de interés del futuro sobre eurodólares puede suponerse idéntico a su correspondiente tipo de interés a plazo. Para contratos con plazos superiores, las diferencias entre tipos de interés de futuros y a plazo mencionadas en la Sección 3.9 resultan ahora importantes.

Los analistas hacen lo que se llama *ajuste de convexidad* para convertir tipos de futuros sobre eurodólares a tipos de interés a plazo. Una forma de hacer esto es usando la fórmula

$$\text{Tipo a plazo} = \text{Tipo del futuro} - \frac{1}{2}\sigma^2 t_1 t_2$$

donde t_1 es el tiempo que falta hasta el vencimiento del contrato de futuros, t_2 es el tiempo que falta para el vencimiento del tipo de interés subyacente al contrato de futuros, y σ es la desviación estándar del cambio en los tipos de interés a corto plazo en un año. Ambos tipos de interés se expresan compuestos continuos[7]. Un valor típico de σ es 1,2 por ciento o 0,012.

Ejemplo

Considere la situación en la que $\sigma = 0{,}012$, y queremos calcular el tipo a plazo cuando el precio de futuros sobre eurodólares a ocho años es 94. En este caso $t_1 = 8$, $t_2 = 8{,}25$, y el ajuste de convexidad es

$$\frac{1}{2} \times 0{,}012^2 \times 8 \times 8{,}25 = 0{,}00475$$

o 0,475 por ciento. El tipo del futuro es de 6 por ciento anual sobre una base real/360 compuesto trimestral. Esto es $6 \times 365/360 = 6{,}083$ por ciento anual en una base rea/365 compuesto trimestral o 6,038 por ciento compuesto continuo. El tipo a plazo será por tanto $6{,}038 - 0{,}475 = 5{,}563$ por ciento anual compuesto continuo.

El tipo a plazo es inferior al tipo del futuro[8]. El tamaño del ajuste es aproximadamente proporcional al cuadrado del tiempo restante para el vencimiento del contrato de futuros. Por lo tanto el ajuste de convexidad para un contrato de ocho años es aproximadamente 64 veces el necesario para un contrato de un año.

Uso del contrato de futuros sobre eurodólares para determinar los tipos LIBOR cupón cero

Los tipos LIBOR de contado se utilizan para determinar la curva LIBOR cupón cero de hasta un año. Más allá de un año, frecuentemente, se pueden utilizar los contratos de futuros en

[7] Esta fórmula está basada en un modelo para tipos de interés conocido como modelo Ho-Lee.

[8] La razón para ello debe buscarse en lo argumentado en la Sección 3.9. La variable subyacente al contrato de futuros sobre eurodólares es un tipo de interés y, por lo tanto, mantiene una correlación elevada positiva con otros tipos de interés.

eurodólares. Una vez que se ha realizado un ajuste de convexidad como el que acabamos de describir, el contrato de futuros en eurodólares define tipos a plazo para períodos futuros de tres meses. Suponga que el contrato de futuros sobre eurodólares i-ésimo vence en el momento $T_i (i = 1, 2, ...)$. Normalmente se supone que el tipo a plazo calculado a partir de estos contratos de futuros se aplica al período de T_i a T_{i+1}. Esto permite aplicar el procedimiento *bootstrap* para determinar los tipos cupón cero. Suponga que F_i es el tipo a plazo calculado a partir del i-ésimo contrato de futuros en eurodólares y que R_i es el tipo cupón cero para un vencimiento T_i. A partir de la Ecuación (5.1) obtenemos

$$F_i = \frac{R_{i+1}T_{i+1} - R_iT_i}{T_{i+1} - T_i}$$

por lo que

$$R_{i+1} = \frac{F_i(T_{i+1} - T_i) + R_iT_i}{T_{i+1}} \tag{5.7}$$

Ejemplo

Se ha calculado que el tipo LIBOR cupón cero a 400 días es el 4,80 por ciento compuesto continuo y, a partir del tipo de futuros sobre eurodólares publicado, se ha calculado que el tipo a plazo para un período de 91 días que comienza dentro de 400 días es 5,30 por ciento compuesto continuo. Podemos usar la Ecuación (5.7) para obtener el tipo a 491 días como

$$\frac{0{,}053 \times 91 + 0{,}048 \times 400}{491} = 0{,}04893$$

o 4,893 por ciento.

5.12. DURACIÓN

La *duración* de un bono es, como su nombre implica, una medida del tiempo que, en promedio, debe esperar el propietario de un bono hasta recibir sus pagos en metálico. Un bono cupón-cero que venza dentro de n años tendrá una duración de n años. No obstante, un bono que paga cupones, con vencimiento dentro de n años, tendrá una duración inferior a n años. Esto es porque el propietario recibirá antes del año n algunos de sus pagos en metálico.

Supongamos que un bono proporciona a su propietario ingresos con valor c_i en el momento $t_i (1 \leq i \leq n)$. El precio B y el rendimiento y (compuesto continuo) están relacionados por

$$B = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{-yt_i} \tag{5.8}$$

La duración, D, del bono se define como

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i c_i e^{-yt_i}}{B} \tag{5.9}$$

Esto puede expresarse como

$$D = \sum_{i=1}^{n} t_i \left[\frac{c_i e^{-yt_i}}{B} \right]$$

El valor entre corchetes es el cociente entre el valor actual del pago en el momento t_i y el precio del bono. Este último es el valor actual de todos los pagos. Por lo tanto, la duración es una media ponderada de los momentos en que se han realizado los pagos con la ponderación aplicada al momento t_i igual a la proporción del valor actual total del bono que supone el pago en el momento t_i. La suma de las proporciones es 1,0.

A partir de la Ecuación (5.6) puede demostrarse que

$$\delta B = -\delta y \sum_{i=1}^{n} c_i t_i e^{-yt_i} \tag{5.10}$$

donde δy es una pequeña variación de y y δB es la correspondiente pequeña variación de B. (Nótese que hay una relación negativa entre B y y. Cuando los rendimientos del bono aumentan, el precio del bono disminuye. Cuando los rendimientos disminuyen, el precio del bono aumenta.) A partir de las Ecuaciones (5.9) y (5.10),

$$\delta B = -BD\delta y \tag{5.11}$$

o

$$\frac{\delta B}{B} = -D\delta y \tag{5.12}$$

La Ecuación (5.12) es una relación aproximada entre cambios proporcionales en el precio de un bono y cambios en su rendimiento. Es la relación clave en la duración. Explica por qué la duración es una medida tan popular y tan ampliamente utilizada.

Consideremos un bono con cupón del 10 por ciento a 3 años y un valor nominal de 100 dólares. Supongamos que el rendimiento sobre el bono es el 12 por ciento anual compuesto continuo. Esto significa que $y = 0{,}12$. Los pagos de cupón de 5 dólares se realizan cada seis meses. La Tabla 5.7 muestra los cálculos necesarios para determinar la duración del bono. La columna 3 muestra los valores actuales de los pagos utilizando el rendimiento como tipo de descuento. (Por ejemplo, el valor actual del primer pago es $5e^{-0{,}12\times 0{,}5} = 4{,}709$.) La suma de la columna 3 da un precio del bono de 94,213 dólares. Las proporciones se calculan dividiendo los números de la columna 3 por 94,213. La suma de la columna 5 da una duración de 2,653 años.

Los cambios pequeños en los tipos de interés se suelen medir en *puntos básicos*. Un punto básico es el 0,01 por ciento anual. El siguiente ejemplo investiga la exactitud de la relación presentada en Ecuación (5.11).

Tabla 5.7. Cálculo de la duración.

Tiempo (años)	Pago ($)	Valor actual	Ponderación	Tiempo × ponderación
0,5	5	4,709	0,050	0,025
1,0	5	4,435	0,047	0,047
1,5	5	4,176	0,044	0,066
2,0	5	3,933	0,042	0,083
2,5	5	3,704	0,039	0,098
3,0	105	73,256	0,778	2,333
Total	130	94,213	1,000	2,653

Ejemplo

El bono de la Tabla 5.7 tiene un precio, B, de 94,213 y su duración, D, es 2,653 por lo que la Ecuación (5.11) nos dice que

$$\delta B = -94{,}213 \times 2{,}653\delta y$$

o,

$$\delta B = -249{,}95\delta y$$

Cuando el rendimiento del bono sube 10 puntos básicos (= 0,1 %), $\delta y = +0{,}001$. La relación de duración predice que $\delta B = -249{,}95 \times 0{,}001 = -0{,}250$, por lo tanto el precio del bono bajará hasta 94.213 − 0,250 = 93.963. ¿Cuál es la exactitud de esta predicción? Cuando el rendimiento del bono se incrementa en 10 puntos básicos hasta el 12,1 por ciento, el precio del bono será

$$5e^{-0{,}121\times 0{,}5} + 5e^{-0.121} + 5e^{-0{,}121\times 1{,}5} + 5e^{-0{,}121\times 2{,}0} + 5e^{-0{,}121\times 2{,}5} + \\ + 105e^{-0.121\times 1{,}5} = 93{,}963$$

que es (hasta el tercer decimal) idéntico al precio del bono obtenido a partir de la relación de duración.

Duración modificada

El análisis anterior está basado en el supuesto de que y viene dado en composición continua. Si y se expresa en composición anual, puede demostrarse que la Ecuación (5.11) se transforma en

$$\delta B = -\frac{BD\delta y}{1+y}$$

De modo más general, si y se expresa con una frecuencia de composición de m veces al año,

$$\delta B = -\frac{BD\delta y}{1 + y/m}$$

A una variable D^* definida por

$$D^* = \frac{D}{1 + y/m}$$

se suele llamar *duración modificada*. Esto nos permite simplicar la relación de la duración hasta transformarla en

$$\delta B = -BD^*\delta y \qquad \textbf{(5.13)}$$

donde y está expresado con una frecuencia de composición de m veces por año. El siguiente ejemplo investiga la exactitud de la ecuación de duración modificada.

Ejemplo

El bono de la Tabla 5.7 tiene un precio de 94,213 y una duración de 2,653. El rendimiento, expresado como compuesto semestral es 12,3673 por ciento. La duración modificada, D^*, es

$$D^* = \frac{2{,}653}{1 + 0{,}123673/2} = 2{,}499$$

A partir de la Ecuación (5.13),

$$\delta B = -94{,}213 \times 2{,}4985\delta y$$

o

$$\delta B = -235{,}39\delta y$$

Cuando el rendimiento (compuesto semestral) se incrementa en 10 puntos básicos (= 0,1 %), $\delta y = +0{,}001$. La ecuación de la duración predice que esperamos que B sea $-235{,}39 \times 0{,}001 = -0{,}235$ por lo tanto el precio del bono baja hasta $94{,}213 - 0{,}235 = 93{,}978$. ¿Cuál es la exactitud de esta predicción? Cuando el rendimiento del bono (compuesto semestral) se incrementa en 10 puntos básicos hasta 12,4673 por ciento (o hasta 12,0941 por ciento compuesto continuo), un cálculo exacto similar al realizado en el ejemplo anterior muestra que el precio del bono se transforma en 93,978. Esto muestra que el cálculo de la duración modificada nos proporciona una precisión adecuada.

Carteras de bonos

La duración, D, de una cartera de bonos puede definirse como una media ponderada de las duraciones de los bonos individuales en la cartera con las ponderaciones proporcionales a los precios de los bonos. Las Ecuaciones (5.11) a (5.13) se pueden aplicar si definimos B como el valor de la cartera de bonos. Estas ecuaciones estiman el cambio en el valor de la cartera de bonos para el caso particular de un cambio δy en los rendimientos de todos los bonos.

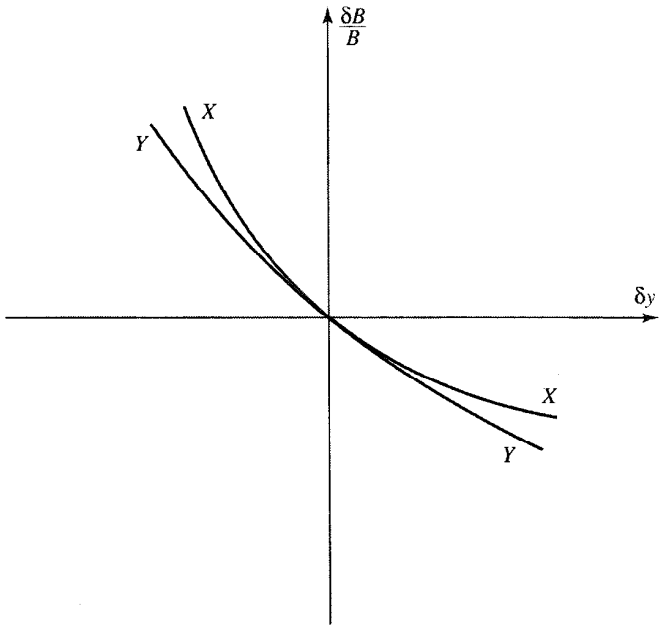


Figura 5.3. Dos carteras de bonos con la misma duración.

Es importante ver que, cuando la duración se usa en carteras de bonos, se hace el supuesto implícito de que los rendimientos de todos los bonos cambiarán en un valor idéntico. Cuando los bonos tienen vencimientos muy dispares, esto ocurre sólo cuando hay un desplazamiento paralelo, δy, en la curva cupón cero. Por tanto, deberíamos interpretar los resultados de las Ecuaciones (5.11) a (5.13) como estimaciones del impacto de un cambio paralelo, δy, en la curva cupón cero sobre el precio de una cartera de bonos.

La ecuación de la duración funciona sólo con pequeños cambios en los rendimientos. Esto se ilustra en la Figura (5.3), que nos muestra la relación entre el cambio porcentual en el precio y el cambio en el rendimiento para dos carteras con igual duración. Los gradientes de las dos curvas son iguales en el origen. Esto significa que el precio de las dos carteras variará en igual porcentaje para cambios pequeños del tipo de interés y es consistente con la Ecuación (5.12). Para grandes cambios en los rendimientos, las carteras se comportarán de forma distinta. La cartera X presenta mayor curvatura que la cartera Y. Un factor conocido como *convexidad* mide esta curvatura y puede utilizarse para mejorar la precisión de la Ecuación (5.12).

Coberturas de carteras de activos y pasivos

Las instituciones financieras intentan frecuentemente cubrirse ante el riesgo de tipo de interés asegurándose de que la duración media de sus activos iguala la duración media de sus exigibles o pasivos. (Sus pasivos pueden pensarse como posiciones cortas en bonos.) Esta estrategia se conoce como de *coincidencia de duraciones o de inmunización de carteras* (*duration matching or portfolio inmunization.*) Cuando se implementa, asegura que un pequeño movimiento paralelo en los tipos de interés tendrá poco efecto sobre el valor de la cartera de activos y pasivos. La ganancia (o pérdida) sobre los activos se vería compensada con la pérdida (o ganancia) sobre los pasivos.

La coincidencia en la duración no inmuniza a la cartera contra movimientos no paralelos en la curva cupón cero. Éste es un punto débil de este enfoque. En la práctica, los tipos de interés a corto plazo son normalmente más volátiles y no están perfectamente correlacionados con los tipos de interés a largo plazo. En ocasiones incluso ocurre que los tipos de corto y largo plazo se mueven en direcciones opuestas. Las instituciones financieras intentan a menudo protegerse contra movimientos no paralelos dividiendo la curva cupón cero en segmentos y asegurándose de que están cubiertas contra movimientos en cada segmento. Suponga que el segmento i-ésimo es la parte de la curva cupón cero entre los vencimientos t_i y t_{i+1}. Una institución financiera examinaría el efecto de un pequeño incremento δy en todos los tipos cupón cero con vencimientos entre t_i y t_{i+1}, manteniendo el resto de la curva cupón cero inalterada. Si la exposición fuese inaceptable, se realizarían posteriores operaciones con instrumentos cuidadosamente seleccionados para reducirla. En el contexto de la gestión bancaria de una cartera de activos y pasivos, este enfoque suele denominarse *GAP management*.

5.13. ESTRATEGIAS DE COBERTURA BASADAS EN LA DURACIÓN

Supongamos una situación en la que una posición en un activo dependiente del tipo de interés, como una cartera de bonos o un activo del mercado monetario, es cubierta utilizando un contrato de futuros sobre tipos de interés. Definiremos

F_C: Precio de contrato para el contrato de futuros sobre tipos de interés.

D_F: Duración del activo subyacente al contrato de futuros al vencimiento de éste.

P: Precio a plazo de la cartera cubierta al vencimiento de la cobertura. En la práctica se supone normalmente que es igual al precio de la cartera hoy.

D_P: Duración de la cartera al vencimiento de la cobertura.

Si suponemos que la variación en el rendimiento, δy, es la misma para todos los vencimientos, lo que significa que sólo pueden ocurrir cambios paralelos en la curva de rendimientos, entonces es más o menos cierto que

$$\delta P = -SD_P\delta y$$

Como aproximación razonable, también es cierto que

$$\delta F_C = -F_C D_F \delta y$$

El número de contratos requeridos para cubrirse contra un δy incierto es, por tanto,

$$N^* = \frac{PD_P}{F_C D_F} \tag{5.14}$$

Éste es el *ratio de cobertura basado en la duración*. A veces también es llamado *ratio de cobertura de sensibilidad del precio*[9]. Su uso tiene la propiedad de hacer que la duración de la posición global sea cero.

Cuando el instrumento de cobertura es un contrato de futuros sobre bonos del Tesoro, el coberturista debe basar D_F en el supuesto de que un bono en concreto será entregado. Esto

[9] Para una discusión detallada de la Ecuación (5.14), véase R. Rendleman, «Duration-Based Hedging with Treasury Bond Futures», *Journal of Fised Income* 9(1) (junio 1999): 84-91.

quiere decir que el coberturista debe estimar cuál de los bonos disponibles es probablemente más barato para la entrega en el momento en que la cobertura sea activada. Si, posteriormente, el entorno de tipos de interés cambiase de forma que pareciese que otro bono iba a ser el más barato para la entrega, la cobertura debería ser ajustada, y su resultado final (*performance*) puede ser peor de lo que se había anticipado.

Cuando se construyen coberturas usando futuros sobre tipos de interés, es importante no olvidar que los tipos de interés y los precios de los futuros se mueven en direcciones opuestas. Cuando los tipos de interés suben, los precios de los futuros sobre tipos de interés bajan. Cuando los tipos de interés bajan, ocurre lo contrario, y los precios de futuros sobre tipos de interés suben. Por tanto, una empresa en situación de perder dinero si caen los tipos de interés debe protegerse tomando una posición larga en futuros. De forma similar, una empresa en situación de perder dinero si suben los tipos de interés debería protegerse tomando una posición corta en futuros.

El coberturista intenta seleccionar el contrato de futuros de forma que la duración del activo subyacente sea lo más cercana posible a la duración del activo cubierto. Los futuros en eurodólares tienden a usarse para exposiciones a tipos de interés a corto plazo, mientras que los contratos de futuros sobre bonos y Letras del Tesoro (*Treasury bonds & Treasury notes*) se usan para cubir exposiciones de tipos a plazos superiores.

Cobertura de una cartera de bonos

Vamos a suponer que hoy es 2 de agosto. El gestor de un fondo de inversión tiene 10 millones de dólares invertidos en bonos del Estado y está preocupado porque se espera una gran volatilidad de tipos de interés en los próximos tres meses. El gestor decide utilizar el contrato de futuros sobre bonos del Tesoro para cubrir el precio de la cartera. El precio actual del futuro es 93-02 o 93,0625. Como cada contrato es para la entrega de bonos por un valor nominal de 100.000 de dólares, el precio del contrato de futuros será de 93.062,50 dólares.

La duración media de la cartera de bonos dentro de tres meses es 6,80 años. Se espera que el bono más barato para la entrega en el contrato sobre bonos del Tesoro sea un bono a 20 años, con un cupón del 12 por ciento anual. El rendimiento actual de este bono es el 8,80 por ciento anual, y su duración será de 9,20 años al vencimiento del contrato de futuros. Este ejemplo se resume en la Tabla 5.8.

Para cubrir la cartera de bonos, el gestor de fondos necesita una posición corta en contratos de futuros sobre bonos del Tesoro. Si los tipos de interés suben, se conseguirá un beneficio en la posición corta del contrato de futuros y una pérdida en la cartera de bonos. Si los tipos de interés bajan, se obtendrá una pérdida en la posición corta, pero habrá un beneficio en la cartera de bonos. El número de contratos de futuros sobre bonos que se debe vender puede calcularse a partir de la Ecuación (5.14)

$$\frac{10.000.000}{93.062,50} \times \frac{6,80}{9,20} = 79,42$$

Redondeando al número entero más próximo, el directivo de la cartera debe tomar la posición corta en 79 contratos.

Suponga que durante el período del 2 de agosto hasta el 2 de noviembre los tipos de interés hubiesen bajado rápidamente. El precio de la cartera de bonos sube de 10 millones de dólares a 10.450.000 dólares. Suponga que el 2 de noviembre, el precio del futuro sobre bonos

Tabla 5.8. Cobertura de una cartera de bonos.

Fuente: Mesa del operador — 2 de agosto

El gestor de un fondo de inversión, responsable de una cartera de bonos de 10 millones de dólares, está preocupado porque se espera que los tipos de interés sean muy volátiles durante los próximos tres meses. El directivo decide utilizar contratos de futuros sobre bonos del Tesoro para cubrir el valor de la cartera de bonos. El precio de cotización de los contratos de futuros sobre bonos del Tesoro de diciembre es 93-02. Esto significa que el precio del contrato es de 93.062,50 dólares.

La estrategia

1. Vender 79 contratos de futuros sobre bonos del Tesoro el 2 de agosto.
2. Cerrar la posición el 2 de noviembre.

El resultado

Durante el período del 2 de agosto al 2 de noviembre, los tipos de interés bajaron de forma muy rápida. El precio de la cartera de bonos aumentó de 10 millones de dólares a 10.450.000 dólares.

El 2 de noviembre, el precio del futuro de las letras del Tesoro era de 98-16. Esto corresponde a un precio de contrato de 98.500,00 dólares. Por lo tanto, se obtiene una pérdida de 79 × ($98.500,00 − $93.062,50) = $429.562,50 en los contratos de futuros sobre bonos del Tesoro.

En conjunto, el precio de la cartera en la posición del gestor cambió solamente en $450.000,00 − $429.562,50 = $20.437,50.

del Tesoro era 98-6. Esto corresponde a un precio de contrato de 98.500 dólares, lo que significa que la pérdida total del contrato de futuros sobre bonos del Tesoro fue

$$79 \times (\$98.500{,}00 - \$93.062{,}50) = \$429.562{,}50$$

La variación neta en el precio de la cartera de la posición del gestor es, por lo tanto, de sólo

$$\$450.000{,}00 - \$429.562{,}50 = \$20.437{,}50$$

Como el fondo obtiene una pérdida en la posición de futuros el gestor del mismo podría lamentar haber implementado la cobertura. En promedio, podemos esperar que la mitad de coberturas concluyan en este tipo de lamentos. ¡El problema es que nunca sabremos por adelantado cuál va a ser esa mitad!

Cobertura de un préstamo a tipo variable

Los contratos de futuros sobre tipos de interés pueden utilizarse en la cobertura de préstamos a tipo variable. Los futuros sobre eurodólares son ideales para esta cobertura pues el tipo de interés sobre eurodólares está muy relacionado con el tipo de interés del que las empresas piden prestado. Consideremos el uso de un contrato de futuros sobre eurodólares para cubrir un préstamo a tres meses en el que el tipo de interés es reajustado todos los meses. Esto nos dará un ejemplo muy sencillo. Los mismos principios podrán utilizarse para préstamos que duren más de tres meses.

Supongamos que es 29 de abril y una empresa acaba de pedir prestados 15 millones de dólares a tres meses a un tipo de interés mensual igual al tipo LIBOR a un mes más 1 por ciento. En el momento en que se negocia el préstamo, el tipo LIBOR a un mes es el 8 por ciento anual por lo que la empresa debe pagar el 9 por ciento anual durante el primer mes. Como el tipo LIBOR se cotiza con composición mensual, esto significa que el interés para el primer mes es el 0,75 por ciento de 15 millones de dólares, o 112.500 dólares. Esto se sabe con certeza en el momento en que se negocie el préstamo y no haya que cubrirlo.

El interés que se paga al final del segundo mes viene determinado por el tipo LIBOR a un mes al principio del segundo mes. Puede cubrirse tomando una posición en el contrato de futuros sobre eurodólares de junio. Supongamos que el precio cotizado para este contrato es 91,88. Utilizando la Sección 5.11, el precio del contrato es

$$10.000[100 - 0{,}25(100 - 91{,}88)] = \$979.700$$

La empresa perderá dinero si los tipos de interés suben y ganará dinero si los tipos de interés bajan. Por lo tanto, necesita una posición corta en los contratos de futuros. La duración del activo subyacente al contrato de futuros al vencimiento de éste es de tres meses o 0,25 años. La duración del activo cubierto al vencimiento de la cobertura es un mes o 0,08333 años. Utilizando la Ecuación (5.14), el número de contratos que deben utilizarse para cubrir el pago de intereses en el segundo mes es

$$\frac{0{,}08333}{0{,}25} \times \frac{15.000.000}{979.700} = 5{,}10$$

Redondeando al número entero más cercano, resultan necesarios cinco contratos.

Para el tercer mes, puede utilizarse el contrato de futuros sobre eurodólares de septiembre. El precio de cotización para este contrato es de 91,44, al cual corresponde un precio de contrato de 978.600 dólares. El número de contratos de futuros que deben venderse se puede calcular como antes:

$$\frac{0{,}08333}{0{,}25} \times \frac{15.000.000}{978.600} = 5{,}11$$

De nuevo, nos encontramos con que el número entero más cercano indica que son necesarios cinco contratos. Por tanto, se deben vender cinco contratos de junio para cubrir el tipo LIBOR aplicable al segundo mes y deben venderse de septiembre para cubrir el tipo LIBOR aplicable al tercer mes. Los contratos de junio se cierran el 29 de mayo y los contratos de septiembre se cierran el 29 de junio.

Suponga que el 29 de mayo, el tipo LIBOR a un mes era del 8,8 por ciento y el precio del futuro de junio era de 91,12. Este último corresponde a un precio de contrato de 977.800 dólares con lo que la empresa obtiene un beneficio de

$$5 \times (\$979.700 - \$977.800) = \$9.500$$

sobre los contratos de junio. Esto proporciona una compensación por el interés extra igual a (1/12) del 0,8 por ciento de 15 millones de dólares = 10.000 dólares que se deben pagar al

Tabla 5.9. Cobertura de un préstamo de tipo fluctuante.

Fuente: Mesa del operador— 29 de abril

Una empresa acaba de pedir prestados 15 millones de dólares durante tres meses a un tipo de interés igual al LIBOR a un mes más 1 por ciento y desea cubrir el riesgo. Cotizaciones:

1. El tipo LIBOR a un mes es el 8,00 por ciento.
2. El precio del futuro sobre eurodólares a junio es 91,88.
3. El precio del futuro sobre eurodólares a setiembre es 91,44.

La estrategia

1. Vender cinco contratos de junio y cinco contratos de setiembre.
2. Cerrar los contratos de junio el 29 de mayo.
3. Cerrar los contratos de setiembre el 29 de junio.

El resultado

El 29 de mayo el tipo LIBOR a un mes era del 8,8 por ciento y el precio del futuro de junio era 91,12. La empresa ganó 5 × ($979.700 − $977.800) = $9.500 en los cinco contratos de junio. Esto proporcionó una compensación por los 10.000 dólares extra en costes de intereses necesarios en el segundo mes debido al incremento en el LIBOR del 8,0 por ciento al 8,8 por ciento.

El 29 de junio, el tipo LIBOR a un mes era del 9,4 por ciento y el precio del futuro de setiembre era 90,16. La empresa ganó 16.000 dólares en los cinco contratos de setiembre. Esto proporcionó una compensación por los costes extras de intereses de 17.500 dólares.

final del segundo mes como resultado del incremento del LIBOR del 8 por ciento al 8,8 por ciento.

Suponga que el 29 de junio, el tipo LIBOR a un mes era del 9,4 por ciento y el precio del futuro de septiembre era de 90,16. Un cálculo similar al que acabamos de efectuar muestra que la empresa ganó 16.000 dólares sobre la posición corta en el contrato de futuros pero incurrió en gastos extra de intereses por valor de 17.500 dólares como resultado del incremento del LIBOR a un mes del 8 por ciento anual al 9,4 por ciento anual. Este ejemplo está sintetizado en la Tabla 5.9.

5.14. RESUMEN

Los analistas registran y calculan muchos tipos de interés en los mercados financieros. El tipo cupón cero a n años o tipo al contado a n años es el tipo aplicable a una inversión que durase n años cuando todo el interés se cobra al final. Los tipos a plazo son aplicables a períodos futuros de tiempo y se pueden derivar de los tipos cupón actuales cero. El rendimiento a la par sobre un bono con cierto vencimiento es el tipo de cupón que hace que el bono se venda por su valor nominal.

Deben distinguirse los tipos del Tesoro de los tipos LIBOR. Los tipos del Tesoro son los tipos a los que el gobierno del país toma prestado y son a menudo denominados tipos libres de riesgo. Los tipos LIBOR son aquéllos a los que los grandes bancos internacionales están dispuestos a prestarse dinero entre ellos.

En los Estados unidos se negocian dos contratos sobre tipos de interés muy populares, éstos son: el contrato sobre bonos del Tesoro y el contrato sobre eurodólares. En los contratos de futuros sobre bonos del Tesoro, la posición corta dispone de un interesante número de opciones de entrega:

1. La entrega puede realizarse en cualquier día del mes de entrega.
2. Hay un número de bonos alternativos que pueden entregarse.
3. En cualquier día del mes de entrega, la notificación de intención de realizar la entrega al precio de las 2 p.m. puede realizarse en cualquier momento hasta las 8 p.m.

Todas estas opciones tienden a reducir el precio del futuro.

El contrato de futuros sobre eurodólares es un contrato sobre el tipo a tres meses comenzando el tercer miércoles del mes de la entrega. Los contratos de futuros sobre eurodólares se usan frecuentemente para estimar los tipos LIBOR a plazo con el propósito de construir una curva LIBOR cupón cero. Cuando se usan para esto contratos a largo plazo, es importante hacer lo que se denomina ajuste de convexidad para tener en cuenta el ajuste al mercado en los contratos de futuros.

El concepto de duración es importante en la cobertura del riesgo de los tipos de interés. La duración mide la media de cuánto tiene que esperar un inversor antes de recibir sus pagos. Se trata de una media ponderada del tiempo que debe transcurrir hasta que se reciban los pagos, con la ponderación para un determinado pago proporcional al valor actual de dicho pago.

Un resultado clave, subyacente al esquema de cobertura basado en la duración, descrito en este capítulo es

$$\delta B = -BD\delta y$$

donde B es el precio de un bono, D es su duración, δy una pequeña variación en su rendimiento (compuesto continuo), y δB es el pequeño cambio resultante en B. La ecuación permite al coberturista valorar la sensibilidad de un bono a pequeñas variaciones en su rendimiento. También le permite valorar la sensibilidad de un precio del futuro sobre un tipo de interés ante pequeños cambios en el rendimiento del bono subyacente. Si el coberturista está preparado para suponer que δy es igual para todos los bonos, el resultado le permite calcular el número de contratos de futuros necesarios para proteger un bono o una cartera de bonos frente a pequeñas variaciones en los tipos de interés.

El supuesto clave subyacente en el esquema de cobertura basado en la duración es que todos los tipos de interés varían la misma cantidad. Esto significa que sólo consideramos cambios paralelos en la curva de rendimientos. En la práctica, los tipos de interés a corto plazo son generalmente más volátiles que los tipos de interés a largo plazo, y el resultado de la cobertura será más pobre si la duración del bono subyacente al contrato de futuros y la duración del activo cubierto difieren en gran medida.

Lecturas recomendadas

Allen, S. L., y A. D. Kleinstein., *Valuing Fixed-Income Investments and Derivative Securities*. New York: New York Institute of Finance, 1991

Fabozzi, F. J., *Fixed-Income Mathematics: Analytical and Statistical Techniques*. McGraw-Hill, 1996

Fabozzi, F. J., *Duration, Convexity, and Other Bond Risk Measures*, Frank J. Fabozzi Assoc., 1999

Figlewski, S., *Hedging with Financial Futures for Institutional Investors. Cambridge*, MA: Ballinger, 1986

Gay, G. D., R. W. Kolb y R. Chiang, «Interest Rate Hedging: An empirical Test of Alternative Strategies», *Journal of Financial Research*, 6 (otoño 1983), 187-197

Klemkosky, R. C. y D. J. Lasser, «An Efficiency Analysis of the T-bond Futures Market», *Journal of Futures Markets*, 5 (1985), 607-620

Kolb, R. W. y R. Chiang, «Improving Hedging Performance using Interest Rate Futures», *Financial Managemente*, 10 (otoño 1981), 72-79

Resnick, B. F., «The Relationship Between Futures Prices for U.S. Treasury Bonds», *Review of Research in Futures Markets*, 3 (1984), 88-104

Resnick B. G. y E. Hennigar, «The Relationship Between Futures and Cash Prices for U.S. Treasury Bonds», *Review of Research in Futures Markets*, 2 (1983), 282-299

Senchak, A. J. y J. C. Easterwood, «Cross Hedging CDs with Treasury Bill Futures», *Journal of Futures Markets*, 3 (1983), 429-438

Veit, W. T. y W. W. Reiff, «Commercial Banks and Interest Rate Futures: a Hedging Survey», *Journal of Futures Markets*, 3 (1983), 283-293

Test (respuestas al final del libro)

5.1. Estamos a 9 de enero del 2001. El precio del bono del Tesoro con un cupón del 12 por ciento que vence el 12 de octubre del 2009 es 102-07. ¿Cuál es su precio en metálico?

5.2. Supongamos que los tipos de interés cupón cero compuestos continuos son los siguientes:

Vencimiento (años)	Tipos de interés (% por año)
1	8,0
2	7,5
3	7,2
4	7,0
5	6,9

Calcule los tipos de interés a plazo para el segundo, tercero, cuarto, y quinto año.

5.3. Suponga que la curva de rendimientos tiene pendiente positiva. Ordene los siguientes tipos de interés:

a) El tipo al contado a cinco años.
b) El rendimiento de un bono que paga cupón a cinco años.
c) El tipo a plazo correspondiente al período entre 5 y 5,25 años en el futuro.

¿Cuál es la pregunta a esta cuestión cuando la curva de rendimientos tiene pendiente negativa?

5.4. Los tipo de interés cupón cero a seis meses y un año son ambos del 10 por ciento anual. Para un bono que dura 18 meses y paga un cupón del 8 por ciento anual (cuando

el último pago de cupón acaba de realizarse), el rendimiento es del 10,4 por ciento anual. ¿Cuál es el precio del bono? ¿Cuál es el tipo al contado a 18 meses? Todos los tipos cotizan con composición semestral.

5.5. El precio de una Letra del Tesoro a 90 días se cotiza a 10,00. ¿Cuál es el rendimiento compuesto continuo (utilizando la base real/365) que un inversor gana con esta Letra durante un período de 90 días?

5.6. ¿Qué supuestos hace un esquema de cobertura basado en la duración sobre la manera en la que se mueve la curva de rendimientos?

5.7. Suponga que hoy es 30 de enero. Usted está gestionando una cartera de bonos valorada en 6 millones de dólares. La duración de la cartera en seis meses será de 8,2 años. El precio actual del futuro de los bonos del Tesoro de septiembre es 108-15 y el bono más barato para la entrega tiene una duración de 7,6 años en septiembre. ¿Cómo debe usted cubrirse contra los cambios de tipo de interés durante los próximos siete meses?

Preguntas y problemas (resueltos en el manual de soluciones)

5.8. Suponga que los tipos a cupón cero 6, 12, 18 y 24 meses fuesen 4 por ciento, 4,2 por ciento, 4,4 por ciento, 4,6 por ciento y 4,8 por ciento compuestos continuos respectivamente. Estime el precio en metálico de un bono con valor nominal de 100, que vence en 30 meses y paga un cupón del 4 por ciento anual semestralmente.

5.9. Un bono a tres años paga un cupón del 8 por ciento semestralmente y tiene un precio de 104. ¿Cuál es el rendimiento del bono?

5.10. Suponga que los tipos de interés cupón cero a 6, 12, 18 y 24 meses fuesen 5 por ciento, 6 por ciento, 6,5 por ciento y 7 por ciento respectivamente. ¿Cuál será el rendimiento a la par en dos años?

5.11. Explique cuidadosamente por qué la teoría de la preferencia por la liquidez es consistente con la observación de que la curva de rendimientos tiende a tener pendiente positiva más a menudo que pendiente negativa.

5.12. Supongamos que los tipos de interés cupón cero compuestos continuos son los siguientes:

Vencimiento (años)	Tipo de interés (% por año)
1	12,0
2	13,0
3	13,7
4	14,2
5	14,5

Calcule los tipos de interés a plazo para el segundo, tercero, cuarto y quinto año.

5.13. Supongamos que los tipos de interés cupón cero compuestos continuos son los siguientes:

Vencimiento (meses)	Tipo de interés (% por año)
3	8,0
6	8,2
9	8,4
12	8,5
15	8,6
18	8,7

Calcule los tipos de interés a plazo para el segundo, tercero, cuarto, quinto y sexto trimestre.

5.14. El precio de compra de las Letras del Tesoro a seis meses y un año son 94,0 y 89,0. Un bono a 1,5 años que paga cupones de 4 dólares cada seis meses actualmente se vende por 94,84 dólares. Un bono a dos años que paga cupones de 5 dólares cada seis meses actualmente se vende por 97,12 dólares. Calcule los tipos cupón cero a seis meses, un año, 1,5 años, y dos años.

5.15. Actualmente un bono a diez años con cupón del 8 por ciento se vende por 90 dólares y un bono a diez años con cupón del 4 por ciento se vende por 80 dólares. ¿Cuál es el tipo cupón cero a diez años? (*Sugerencia:* Suponga que tomamos una posición larga en dos bonos de cupón del 4 por ciento y una posición corta en un bono con cupón del 8 por ciento.)

5.16. Hoy es 5 de mayo del 2001. El precio de un bono del Estado con un cupón del 12 por ciento y que vence el 27 de julio del 2011 se cotiza a 110-17. ¿Cuál es el precio de compra?

5.17. Supongamos que el precio del futuro de un bono del Tesoro es 101-12. ¿Cuál de los siguientes cuatro bonos es más barato para la entrega?

Bono	Precio	Factor de conversión
1	125-05	1,2131
2	142-15	1,3792
3	115-31	1,1149
4	144-02	1,4026

5.18. Hoy es el 30 de julio del 2001. El bono más barato para la entrega en un contrato de futuros sobre bonos del Tesoro a septiembre del 2001 es un bono con cupón del 13 por ciento, y se espera que la entrega se realice el 30 de septiembre del 2001. Los cupones del bono se pagan el 4 de febrero y el 4 de agosto cada año. La curva de rendimientos es plana y el tipo de interés compuesto semestral es el 12 por ciento anual. El factor de conversión para el bono es 1,5. El precio de cotización actual del bono es 110 dólares. Calcule el precio de cotización del futuro para el contrato.

5.19. Un inversor está buscando oportunidades de arbitraje en el mercado de futuros de bonos del Tesoro. ¿Qué complicaciones se crean por el hecho de que la parte en posición corta pueda escoger entregar cualquier bono al que falten más de 15 años para su vencimiento?

5.20. Suponiendo que los tipos cupón cero fuesen como en el Problema 5.13, ¿cuál sería el valor de un FRA que permitiese a su tenedor ganar el 9,5 por ciento en el período de tres meses comenzando dentro de un año sobre un principal de 1.000.000 de dólares? El tipo de interés está expresado compuesto trimestral.

5.21. Supongamos que el tipo de interés LIBOR a nueve meses es el 8 por ciento anual y el tipo de interés LIBOR a seis meses es el 7,5 por ciento anual (ambos compuestos continuos). Estime el precio del futuro del contrato de eurodólares a 90 días para un contrato que vence en seis meses.

5.22. Un bono a cinco años con un rendimiento del 11 por ciento (compuesto continuo) paga un cupón del 8 por ciento al final de cada año.

a) ¿Cuál es el precio del bono?
b) ¿Cuál es la duración del bono?
c) Utilice la duración para calcular el efecto sobre el precio del bono de un descenso del 0,2 por ciento en su rendimiento.
d) Vuelva a calcular el precio del bono sobre la base de un 10,8 por ciento anual de rendimiento y verifique que el resultado concuerda con su respuesta a (c).

5.23. Supongamos que una cartera con una duración de 12 años se cubre utilizando un contrato de futuros en el que el activo subyacente tiene una duración de cuatro años. ¿Cuál es el impacto probable sobre la cobertura del hecho de que el tipo a 12 años sea menos volátil que el tipo a cuatro años?

5.24. Supongamos que es 20 de febrero y un tesorero es informado de que el 17 de julio la empresa tendrá que emitir 5 millones de dólares en papel comercial con un vencimiento de 180 días. Si el papel se emitiese hoy, se obtendrían 4.820.000 dólares. (En otras palabras, la empresa recibiría 4.820.000 dólares por este papel y tendría que recuperarlo por 5.000.000 dólares dentro de 180 días.) El precio del futuro de los eurodólares de septiembre se cotiza a 92,00. ¿Cómo debe cubrir el tesorero la exposición de su empresa?

5.25. El 1 de agosto, un gestor de carteras tiene una cartera de valores valorada en 10 millones de dólares. La duración de la cartera es de 7,1 años. El precio actual del futuro sobre bonos del Tesoro de diciembre es 91-12 y el bono más barato para la entrega tiene una duración de 8,8 años. ¿Cómo debe el gestor inmunizar su cartera frente a cambios en los tipos de interés durante los dos próximos meses?

5.26. ¿Cómo puede el gestor de carteras cambiar la duración de la cartera a 3,0 años en el Problema 5.25?

5.27. Entre el 28 de febrero del 2002 y el 1 de marzo del 2002 usted puede escoger entre ser el propietario de un bono del gobierno que pagase un cupón del 10 por ciento y un bono emitido por una empresa que pagase un cupón del 10 por ciento. Considere con cuidado las convenciones de contabilización de días explicadas en este capítulo y decida cuál de los dos bonos preferiría poseer. Ignore el riesgo de quiebra.

5.28. Suponga que la cotización de futuros sobre eurodólares fuese 88 para un contrato que vence en 60 días. ¿Cuál será el tipo LIBOR a plazo para el período 60 a 150 días? Ignore para esta pregunta las diferencias entre contratos de futuros y a plazo.

5.29. «Cuando la curva cupón cero es creciente, el tipo cupón cero para un cierto vencimiento es mayor que el rendimiento a la par para ese vencimiento. Cuando la curva cupón cero es decreciente se da la situación contraria.» Explique por qué.

5.30. El precio de futuros sobre eurodólares a tres meses para un contrato que vence en seis años se cotiza a 95,20. La desviación estándar del cambio en el tipo de interés de corto

plazo en un año es 1,1 por ciento. Estime el tipo de interés LIBOR a plazo para el período entre 6,00 y 6,25 años en el futuro.

Preguntas de repaso

5.31. Supongamos que un banco puede prestar o pedir prestado dinero al mismo tipo de interés en el mercado LIBOR. El tipo a 90 días es el 10 por ciento anual y el tipo a 180 días es el 10,2 por ciento anual, ambos compuestos continuos. El precio del futuro del eurodólar para un contrato que vence dentro de 90 días se cotiza en 89,5. ¿Qué oportunidades de arbitraje tiene el banco?

5.32. Una empresa canadiense desea crear un contrato de futuros sobre tipos LIBOR canadienses desde un contrato de futuros sobre Letras del Tesoro americanas y contratos a plazo sobre tipo de cambio. Utilizando un ejemplo, explique cómo puede hacerse. Para resolver este problema, suponga que un contrato de futuros es idéntico a un contrato a plazo.

5.33. La cartera *A* consiste en un bono cupón cero a un año con valor nominal de 2.000 dólares y un bono cupón cero a diez años con valor nominal de 6.000 dólares. La cartera *B* consiste en un bono al descuento a 5,95 años con valor nominal de 5.000 dólares. El rendimiento actual de todos los bonos es 10 por ciento anual.

a) Demuestre que ambas carteras tienen la misma duración.
b) Demuestre que el cambio porcentual en el precio de las dos carteras para un incremento de 10 puntos básicos en los rendimientos es el mismo.
c) ¿En qué porcentajes variarán los precios de las dos carteras para un incremento en los rendimientos del 5 por ciento anual?

5.34. La siguiente tabla muestra los precios de algunos bonos:

Principal del bono (dólares)	Tiempo para vencimiento (años)	Cupón anual (dólares)*	Precio del bono (dólares)
100	0,5	0,0	98
100	1,00	0,0	95
100	1,50	6,2	101
100	2,00	8,0	104

* Suponemos que la mitad del cupón mostrado en la tabla se paga cada seis meses.

a) Calcule el tipo cupón cero para vencimientos de 6, 12, 18 y 24 meses.
b) ¿Cuáles son los tipos a plazo para los períodos: de 6 a 12 meses, de 12 a 18 meses y de 18 a 24 meses?
c) ¿Cuáles son los rendimientos a la par para bonos a 6, 12, 18 y 24 meses que pagasen cupón semestral?
d) Estime el precio y el rendimiento de un bono a dos años que pagase cupón semestral de un 7 por ciento nominal anual.

5.35. Hoy es 25 de junio del 2001. El precio del futuro para el contrato de futuros sobre bonos del CBOT para junio es 118-23.

a) Calcule el factor de conversión para un bono que vence el 1 de enero del 2017 y que paga un cupón del 10 por ciento.
b) Calcule el factor de conversión para un bono que vence el 1 de octubre del 2022, pagando un cupón del 7 por ciento.
c) Suponga que el precio publicado de los bonos en (a) y (b) son 169,00 y 136,00 respectivamente. ¿Qué bono es el más barato para la entrega?
d) Suponga que el bono más barato para la entrega es efectivamente entregado, ¿cuál sería el precio en metálico recibido por el bono?

5.36. Un gestor de carteras planea utilizar el contrato de futuros sobre bonos del Tesoro para cubrir una cartera de bonos durante los próximos tres meses. La cartera está valorada en 100 millones de dólares y tendrá una duración de 4,0 años dentro de tres meses. El precio del futuro es 122, y cada contrato de futuros es sobre 100.000 dólares en bonos. El bono que se espera sea el más barato para la entrega tendrá una duración de 9,0 años al vencimiento del contrato de futuros. ¿Qué posición en contratos de futuros se requerirá?

a) ¿Qué ajustes serán necesarios en la cobertura si tras un mes el bono que se espera sea el más barato para la entrega cambiase a uno de duración de siete años?
b) Suponga que todos los tipos de interés se incrementasen en los próximos tres meses, pero que los tipos de largo plazo se incrementasen menos que los tipos de corto y medio plazo. ¿Cuál sería el efecto sobre el resultado de la cobertura?

CAPÍTULO 6

Swaps

Un *swap* es un acuerdo entre dos empresas para el intercambio de flujos de caja en el futuro. El acuerdo define las fechas en las cuales se deben pagar los flujos de efectivo y la manera de calcular dichos flujos. Normalmente el cálculo de los flujos de efectivo incluye los valores futuros de una o más variables de mercado.

Un contrato a plazo puede ser visto como un ejemplo sencillo de swap. Supongamos que hoy es 1 de marzo de 2001 y una empresa firma un contrato a plazo para comprar 100 onzas de oro por 300 dólares por onza en un año. La empresa puede vender el oro en un año tan pronto como lo reciba. El contrato a plazo es pues equivalente al swap donde la empresa acuerda que el 1 de marzo de 2002 pagará 30.000 dólares y recibirá $100S$, donde S es el precio de mercado de una onza de oro en aquella fecha.

Mientras que un contrato a plazo permite intercambiar flujos de efectivo en una fecha del futuro, normalmente los swaps llevan a intercambios de flujos de efectivo que tienen lugar en diferentes fechas futuras. El primer contrato de swap fue negociado a principios de los ochenta. Desde entonces el mercado ha crecido enormemente. En este capítulo examinamos cómo diseñar los swaps, cómo se usan, y cómo se pueden valorar. Nuestros comentarios se centran en los dos principales tipos de swaps: los swaps de tipo de interés *plain vanilla* y los swaps de divisas *fixed-for-fixed*. Otros tipos de swap se discuten en el Capítulo 19.

6.1. MECÁNICA DE LOS SWAPS DE TIPO DE INTERÉS

El tipo de swap más común es el swap de tipo de interés *plain vanilla*. En este swap una empresa acuerda pagar flujos de efectivo iguales a los intereses correspondientes a un tipo fijo predeterminado y un cierto nominal durante una serie de años. A cambio, recibe intereses a un tipo variable en el mismo período de tiempo.

El tipo variable en muchos acuerdos swap de tipo de interés es el 'London Interbank Offer Rate' (LIBOR). Éste se introdujo en el Capítulo 5. El LIBOR es el tipo de interés ofrecido por los bancos en depósitos realizados por otros bancos en mercados de Euromonedas. El LIBOR mensual es el tipo ofrecido a depósitos mensuales, el LIBOR trimestral es el tipo ofrecido en depósitos trimestrales, y así sucesivamente. Los tipos LIBOR se determinan mediante acuerdos entre bancos y cambian frecuentemente, de forma que la oferta de fondos en el mercado interbancario iguale la demanda de fondos en ese mercado. A menudo el LIBOR es el primer tipo de interés de referencia para los préstamos a tipo variable en el mercado financiero doméstico y es un tipo de interés de referencia para préstamos en mercados financieros internacionales. Para entender cómo se usa, consideramos un préstamo a 5 años con un tipo de interés igual al LIBOR semestral más un 0,5 por ciento anual. La vida del préstamo se divide en diez períodos semestrales. Para cada período el tipo de interés aumenta un 0,5 por ciento anual por encima del tipo LIBOR semestral al principio del período. El interés se paga al final del período.

Ilustración

Consideramos un hipotético swap a tres años iniciado el 5 de marzo del 2001 entre Microsoft e Intel. Supongamos que Microsoft acuerda pagar a Intel un tipo de interés de un 5 por ciento anual sobre un capital de 100 millones de dólares, e Intel acuerda pagar a Microsoft el tipo LIBOR semestral sobre el mismo capital. Suponemos que el acuerdo especifica que los pagos tienen que ser intercambiados cada seis meses, y el 5 por ciento de tipo de interés se valora semi anualmente. Este swap se representa gráficamente en la Figura 6.1.

El primer intercambio de pagos tendrá lugar el 5 de septiembre del 2001, seis meses más tarde del inicio del acuerdo. Microsoft pagará a Intel 2,5 millones de dólares. Éste es el interés sobre el capital de 100 millones de dólares a seis meses al 5 por ciento. Intel pagará a Microsoft el interés del capital de los 100 millones de dólares al tipo LIBOR semestral vigente seis meses antes del 5 de septiembre de 2001 —es decir, el 5 de marzo del 2001. Supongamos que el tipo LIBOR semestral al 5 de marzo del 2001 es 4,2 por ciento. Intel pagará a Microsoft $0,5 \times 0,042 \times 100$ dólares = 2,1 millones de dólares[1]. Observe que no hay incertidumbre en este primer intercambio de pagos porque viene determinado por el tipo LIBOR en el momento del contrato.

El segundo intercambio de pagos tendrá lugar el 5 de marzo del 2002, un año más tarde del inicio del acuerdo. Microsoft pagará 2,5 millones de dólares a Intel. Intel pagará el interés sobre el capital de 100 millones de dólares a Microsoft al tipo LIBOR semestral vigente seis meses antes del 5 de marzo del 2002 —esto es, el 5 de septiembre del 2001. Supongamos que el tipo LIBOR semestral el 5 de septiembre del 2001 es 4,8 por ciento. Intel pagará $0,5 \times 0,048 \times 100$ dólares = 2,4 millones de dólares a Microsoft.

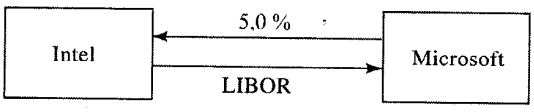


Figura 6.1. Swap de tipos de interés entre Microsoft e Intel.

[1] Los cálculos son algo imprecisos porque ignoran las conversiones diarias. Este punto se comenta con mayor detalle más adelante en el capítulo.

Tabla 6.1. Flujos de efectivo (en millones de dólares) a Microsoft en un swap de tipos de interés de 100 millones de dólares a tres años cuando se paga un tipo fijo del 5 por ciento y se recibe el LIBOR.

Fecha	LIBOR a 6 meses	Pagos a tipo variable	Ingresos a tipo fijo	Pagos netos
Mar. 5, 2001	4,20			
Sept. 5, 2001	4,80	+2,10	−2,50	−0,40
Mar. 5, 2002	5,30	+2,40	−2,50	−0,10
Sept. 5, 2002	5,50	+2,65	−2,50	+0,15
Mar. 5, 2003	5,60	+2,75	−2,50	+0,25
Sept. 5, 2003	5,90	+2,80	−2,50	+0,30
Mar. 5, 2004	6,40	+2,95	−2,50	+0,45

En total, hay seis intercambios de pagos en este swap. Los pagos fijos son siempre de 2,5 millones de dólares. Los pagos a tipo variable en la fecha de pago se calculan usando el tipo LIBOR semestral vigente seis meses antes de la fecha de pago. Un swap de tipo de interés se estructura normalmente de manera que un lado paga la diferencia entre los dos pagos del otro lado. En nuestro ejemplo, Microsoft pagará a Intel 0,4 millones de dólares (= 2,5 − 2,1 millones de dólares) el 5 de septiembre del 2001, y 0,1 millones de dólares (= 2,5 − 2,4 millones de dólares) el 5 de marzo del 2002.

En la Tabla 6.1 se muestran los pagos realizados en el swap para ciertos tipos LIBOR semestrales. La tabla muestra el intercambio de flujos de efectivo desde la perspectiva de Microsoft. Obsérvese que los 100 millones de dólares de capital se usan sólo para el cálculo del pago de intereses. El capital en sí no es intercambiado. Por eso se llama *principal nocional.*

Si el principal fuera intercambiado al vencimiento del swap, la naturaleza del acuerdo no cambiaría en forma alguna. El capital es el mismo para ambos pagos, el variable y el fijo. Intercambiar 100 millones de dólares al vencimiento del swap es una transacción que no tendría valor financiero ni para Microsoft ni para Intel. La Tabla 6.2 muestra los flujos de efectivo en la Tabla 6.1 incluyendo un intercambio final de capital. Esto da un punto de vista

Tabla 6.2. Flujos financieros (en millones de dólares) de la Tabla 6.1 cuando al final se intercambian los principales.

Fecha	LIBOR a 6 meses	Pagos a tipo variable	Ingresos a tipo fijo	Pagos netos
Mar. 5, 2001	4,20			
Sept. 5, 2001	4,80	+2,10	−2,50	−0,40
Mar. 5, 2002	5,30	+2,40	−2,50	−0,10
Sept. 5, 2002	5,50	+2,65	−2,50	+0,15
Mar. 5, 2003	5,60	+2,75	−2,50	+0,25
Sept. 5, 2003	5,90	+2,80	−2,50	+0,30
Mar. 5, 2004	6,40	+102,95	−102,50	+0,45

interesante del swap. Los flujos de efectivo en la tercera columna de esta tabla son los flujos de efectivo desde una posición larga en un bono con rentabilidad variable. Los flujos de efectivo en la cuarta columna de la tabla son los flujos de efectivo desde una posición corta en un bono con rentabilidad fija. La tabla muestra que el swap puede ser visto como el intercambio entre ambos bonos. Microsoft, cuya posición se describe en la Tabla 6.2, tiene una posición larga en un bono de rentabilidad variable y una posición corta en un bono de rentabilidad fija.

Esta caracterización de los flujos de efectivo en el swap ayuda a explicar porqué el tipo variable de swap se fija seis meses antes de pagarse. Obsérvese que en un tipo variable, el interés es fijado generalmente al principio del período en el que se aplica y se pagará al final del período. Esto se refleja en el cálculo de los pagos en swaps de tipo de interés *plain vanilla* como el que aparece en la Tabla 6.2.

Uso del swap para transformar un pasivo

Para Microsoft, el swap puede ser usado para transformar un préstamo a tipo variable en un préstamo a tipo fijo. Suponga que Microsoft ha acordado pedir 100 millones de dólares a un tipo LIBOR más 10 puntos básicos. (Como un punto básico es 1/100 de 1 por ciento, entonces el tipo final será el LIBOR más 0,1 por ciento.) Después de que Microsoft ha entrado en el swap, tiene 3 tipos de flujos de efectivo:

1. Paga LIBOR más 0,1 por ciento a sus prestamistas exteriores.
2. Recibe LIBOR bajo los términos del swap.
3. Paga el 5 por ciento bajo los términos del swap.

Estos tres tipos de flujos de efectivo suponen un pago neto de tipo de interés del 5,1 por ciento. Por tanto, para Microsoft el swap podría tener el efecto de transformar préstamos a un tipo variable de LIBOR más 10 puntos básicos en préstamos a un tipo fijo del 5,1 por ciento.

Para Intel el swap podría tener el efecto de transformar un préstamo a tipo fijo en un préstamo a tipo variable. Supongamos que Intel tiene un préstamo a 3 años de 100 millones de dólares en el que paga un 5,2 por ciento. Después de haber entrado en el swap, tendrá 3 tipos de flujos de efectivo:

1. Paga 5,2 por ciento a sus prestamistas exteriores.
2. Paga LIBOR bajo los términos del swap.
3. Recibe 5 por ciento bajo los términos del swap.

Estos tres tipos de flujos de efectivo suponen un pago neto de tipo de interés igual al LIBOR más 0,2 por ciento (o LIBOR más 20 puntos básicos). Por tanto, para Intel el swap podría tener el efecto de transformar préstamos a un tipo fijo del 5,2 por ciento en préstamos a un tipo variable de LIBOR más 20 puntos básicos. Estos potenciales usos del swap por Intel y Microsoft se ilustran en la Figura 6.2.

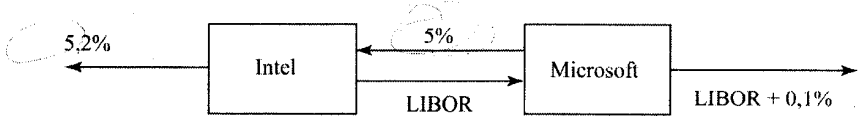


Figura 6.2. Microsoft e Intel usan el swap para transformar una deuda.

Uso del swap para transformar un activo

Los swaps pueden utilizarse para transformar la naturaleza de un activo. Considere Microsoft en nuestro ejemplo. El swap podría tener el efecto de transformar un activo que proporciona un tipo fijo de interés en un activo que proporciona un tipo de interés variable. Suponga que Microsoft posee 100 millones de dólares en bonos que le proporcionasen un interés del 4,7 por ciento anual para los próximos tres años. Cuando Microsoft ha entrado en el swap, tendrá tres tipos de flujos efectivos:

1. Recibe 4,7 por ciento en bonos.
2. Recibe LIBOR bajo los términos del swap.
3. Paga 5 por ciento bajo los términos del swap.

Estos tres tipos de flujos de efectivo producen un tipo neto de interés igual al LIBOR menos 30 puntos básicos. Por tanto, un posible uso del swap para Microsoft es transformar un activo que paga un 4,7 por ciento en un activo que paga el LIBOR menos 30 puntos básicos.

Consideramos ahora el caso de Intel. El swap podría tener el efecto de transformar un activo que paga un tipo variable de interés a un activo que paga un tipo fijo de interés.

Suponga que Intel tiene una inversión de 100 millones de dólares que le abona el LIBOR menos 25 puntos básicos. Después de haber entrado en el swap, tiene tres flujos de efectivo:

1. Recibe LIBOR menos 25 puntos básicos en su inversión.
2. Paga LIBOR bajo los términos del swap.
3. Recibe 5 por ciento bajo los términos del swap.

Estas tres cantidades hacen que los flujos de efectivo supongan un tipo de interés neto del 4,75 por ciento. Por tanto, un posible uso del swap para Intel es la transformación de un activo que paga el LIBOR menos 25 puntos básicos en un activo que paga 4,75 por ciento. Estos potenciales usos del swap por Intel y Microsoft se ilustran en la Figura 6.3.

El papel del intermediario financiero

Normalmente dos empresas no financieras como Intel y Microsoft no acuerdan directamente un swap de la forma indicada en las Figuras 6.2 y 6.3. Necesitan un intermediario financiero como un banco u otra institución financiera. Los swaps de tipo fijo a variable *plain vanilla* sobre tipos de interés norteamericanos se suelen estructurar para que la institución financiera gane unos 3 o 4 puntos básicos (0,03 a 0,04 por ciento) en el par de transacciones compensadas.

La Figura 6.4 muestra el papel de la institución financiera en la situación de la Figura 6.2. La institución financiera inicia dos transacciones compensadas de swap con Intel y Microsoft. Suponiendo que ninguna de estas empresas falla, la institución financiera puede obtener un beneficio de 0,03 por ciento (3 puntos básicos) anual multiplicado por el capital nocional de

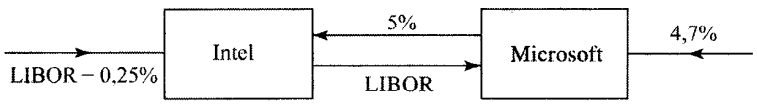


Figura 6.3. Microsoft e Intel usan el swap para transformar un activo.

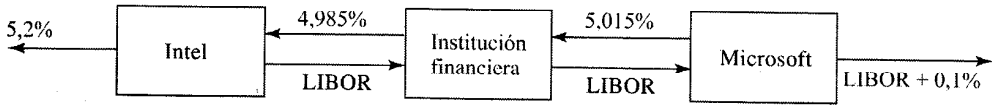


Figura 6.4. Swap de tipos de interés cuando se utiliza una institución financiera.

100 millones de dólares. (Esto supone una suma de 30.000 dólares anuales durante los próximos tres años.) Microsoft termina pidiendo prestado al 5,115 por ciento (en lugar del 5,1 por ciento como en la Figura 6.2). Intel termina pidiendo prestado al LIBOR más 21,5 puntos básicos (en lugar de LIBOR más 20 puntos básicos, como en la Figura 6.2).

La Figura 6.5 ilustra el papel de la institución financiera en la situación de la Figura 6.3. Nuevamente, la institución financiera ganará con seguridad tres puntos básicos si ninguna empresa deja de cumplir sus obligaciones en el swap. Microsoft terminará ganando el LIBOR menos 31,5 puntos básicos (en lugar de LIBOR menos 30 puntos básicos, como en la Figura 6.3). Intel acaba ganando 4,735 por ciento (en lugar de 4,75 por ciento, como en la Figura 6.3).

Observe que en cada caso la institución financiera tiene dos contratos separados: uno con Intel y otro con Microsoft. En la mayoría de casos, Intel no sabrá que la institución financiera ha generado el swap con Microsoft, y viceversa. Si una de las empresas falla, la institución financiera debe cumplir su acuerdo con la otra empresa. Los tres puntos básicos ganados por la institución financiera son compensarla parcialmente por el riesgo de impago.

Almacenamiento *(warehousing)*

En la práctica, es poco probable que haya dos empresas que quieran contratar una institución financiera al mismo tiempo y quieran tener posiciones opuestas precisamente en el mismo swap. Por esta razón, muchas grandes instituciones financieras están preparadas para entrar en swaps sin tener su posición compensada con otra parte contratante. Esto se suele llamar swap almacenado de tipos de interés (*warehousing interest rate swap*). Las instituciones financieras deben cuantificar cuidadosamente y cubrir los riesgos incurridos. Bonos, acuerdos tipo *forward*, y futuros sobre tipos de interés son ejemplos de los instrumentos que pueden utilizarse para coberturas. El modo en que estas instituciones financieras actúan como creadoras de mercado (*market makers*) y nos informan de los precios en el mercado de swaps se comenta más adelante en este capítulo.

Convenciones para la contabilización de días

Las convenciones para la contabilización de días comentadas en la Sección 5.8 afectan a pagos de swaps, y algunas de las cifras calculadas en los ejemplos anteriores no reflejan exactamente estas convenciones para la contabilización de días. Considere, por ejemplo, los pagos semestrales LIBOR en la Tabla 6.1. Dado que se trata de un tipo de interés en el mercado

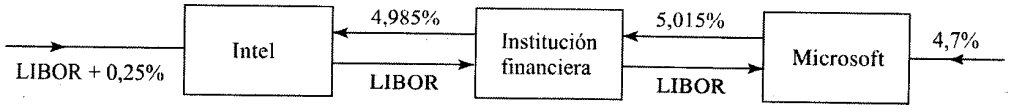


Figura 6.5. Swap de tipos de interés de la Figura 6.3 cuando se utiliza una institución financiera.

monetario, el LIBOR semestral se suele valorar sobre una base actual/360. Este primer pago variable en la Tabla 6.1, basado en el tipo LIBOR del 4,2 por ciento resulta ser de 2,10 millones de dólares. Dado que hay 184 días entre el 5 de marzo de 2001 y el 5 de septiembre de 2001, debería ser

$$100 \times 0{,}042 \times \frac{184}{360} = 2{,}1467 \text{ millones de dólares}$$

En general, un flujo de efectivo a tipo variable basado en el LIBOR en una fecha de pago del swap se calcula como $LRn/360$, donde L es el capital, R es el tipo LIBOR relevante, y n es el número de días desde la fecha del último pago.

El tipo fijo que se paga en una transacción de swap se obtiene de forma similar mediante una base determinada para la contabilización de días. Como resultado, los pagos fijos pueden no ser exactamente iguales en cada fecha de pago. El tipo fijo es normalmente valorado como actual/365 o 30/360. No es directamente comparable con el tipo LIBOR porque representa un año entero. Para hacer los tipos comparables, el LIBOR semestral, tendría que ser multiplicado por 365/360 o el tipo fijo tendría que ser multiplicado por 360/365.

Para facilitar la exposición ignoraremos las cuestiones de contabilización de días en los restantes ejemplos del capítulo.

Confirmaciones

Una *confirmación* es un contrato legal sobre un swap y que es firmado por representantes de las dos partes. La Tabla 6.3 podría ser un extracto de la confirmación entre Microsoft e Intel. El borrador (*drafting*) de confirmaciones ha sido facilitado por la 'International Swaps and Derivatives Association' (ISDA) en New York. Esta organización ha producido una serie de Acuerdos Marco (*Master Agreements*) que consisten en cláusulas que definen con detalle la terminología usada en los acuerdos de swap, qué sucede cuando alguna de las partes no cumple sus obligaciones, etc.

Es casi seguro que la confirmación completa del swap en la Tabla 6.3 señalaría que se aplicasen en el contrato las provisiones de un Acuerdo Marco ISDA (*ISDA Master Agreement*).

La Tabla 6.3 especifica que puede usarse el siguiente día laborable de la convención y que el calendario norteamericano determina qué días son laborables y cuáles son de vacaciones. Esto significa que, si una fecha de pago cae en un fin de semana o unas vacaciones, el pago se realizará en el siguiente día laborable[2]. En el ejemplo en la Tabla 6.3, el 5 de septiembre de 2004, es un domingo. El pago se realiza, por tanto, el lunes 6 de septiembre de 2004.

6.2. EL ARGUMENTO DE LA VENTAJA COMPARATIVA

Una explicación que a menudo se da sobre la popularidad de los swaps se relaciona con las ventajas comparativas. Considere el uso de un swap de tipo de interés para transformar un

[2] Otra convención de días que a veces se especifica es la convención del *siguiente día laborable modificado*, que es idéntica a la convención del siguiente día laborable excepto en que cuando el siguiente día laborable cae en un mes diferente al día especificado, el pago se realiza en el día laborable que le precede. El día *laborable precedente* y *el día laborable modificado precedente* se definen de forma análoga.

Tabla 6.3. Extracto de confirmación para un swap *plain vanilla* entre Microsoft e Intel.

Fecha de negociación	27-febrero-2001
Fecha efectiva	5-marzo-2001
Día laborables (convención) todas las fechas	Siguiente día laborable
Calendario de vacaciones	EE.UU.
Fecha de conclusión	5-marzo-2006
Cantidades fijas	
Pagador de tipo fijo	Microsoft
Capital nocional a tipo fijo	100 millones de dólares de USA
Tipo fijo	5 % anual
Convención de contabilización de días t. fijo	Actual/360
Fechas de pagos a tipo fijo	Cada 5 de marzo y 5 de septiembre comenzando el 5 de septiembre del 2001 hasta el 5 de marzo del 2006 (inclusive)
Cantidades Flotantes	
Pagador a tipo variable	Intel
Capital nocional a tipo variable	100 millones de dólares USA
Tipo variable	Tipo LIBOR a 6 meses en dólares USA
Conv. para contabilización de días a t. variable	Actual/360
Fechas de pagos a tipo variable	Cada 5 de marzo y 5 de septiembre comenzando el 5 de septiembre del 2001 hasta el 5 de marzo del 2006 (inclusive)

pasivo. Algunas empresas pueden tener una ventaja comparativa cuando piden préstamos en mercados a tipo fijo, mientras que otras empresas tienen una ventaja comparativa en mercados de tipo variable. Para obtener un nuevo préstamo, tiene sentido para la empresa ir a un mercado donde tenga una ventaja comparativa. Como resultado, la empresa puede pedir prestado a tipo fijo cuando quiere variable, o tomar variable cuando quiere fijo. El swap se usa para transformar un préstamo a tipo fijo en otro a tipo variable, y viceversa.

Ilustración

Suponga que dos empresas, AAACorp y BBBCorp, quisieran pedir 10 millones de dólares a cinco años y les han ofrecido los tipos mostrados en la Tabla 6.4. AAACorp tiene un *rating* de crédito AAA; BBBCorp tiene un *rating* de crédito BBB. Suponemos que BBBCorp quiere pedir a un tipo fijo de interés, mientras que AAACorp quiere pedir a un tipo de interés variable ligado al LIBOR semestral. BBBCorp, debido a su peor rating de crédito que AAACorp, paga un tipo de interés superior que AAACorp en ambos mercados a tipo fijo y variable.

Un rasgo clave de los tipos ofrecidos a AAACorp y BBBCorp es que la diferencia entre los dos tipos fijos es mayor que la diferencia entre los dos tipos variables. BBBCorp paga

Tabla 6.4. Tipos de interés en préstamos a partir de los que elaboramos el argumento de la ventaja comparativa.

	Fijo	Variable
AAACorp	10,0 %	LIBOR A 6 meses + 0,3 %
BBBCorp	11,2 %	LIBOR A 6 meses + 1,0 %

un 1,2 por ciento más que AAACorp en mercados a tipo fijo y sólo un 0,7 por ciento más que AAACorp en mercados a tipo variable. BBBCorp parece tener una ventaja comparativa en mercados de tipo variable, mientras que AAACorp parece tener una ventaja comparativa en mercados de tipo fijo[3]. Es esta aparente anomalía que le permite negociar al swap. AAACorp pide dinero a un tipo fijo del 10 por ciento anual. BBBCorp pide dinero a un tipo variable a LIBOR más 1 por ciento anual. Después entran en un acuerdo de swap para asegurar que AAACorp acaba con fondos a tipo variable y BBBCorp acaba con fondos a tipo fijo.

Para entender cómo podría funcionar el swap, primero asumimos que AAACorp y BBBCorp entran en contacto entre ellas directamente. La clase de swap que deberían negociar se muestra en la Figura 6.6. Esto es muy parecido a nuestro ejemplo en la Figura 6.2. AAACorp acuerda pagar el interés de BBBCorp a un LIBOR semestral sobre 10 millones de dólares. A cambio, BBBCorp acuerda pagar el interés de AAACorp a un tipo fijo del 9,95 por ciento anual sobre 10 millones de dólares.

AAACorp tiene 3 tipos de flujos de efectivo:

1. Paga el 10 por ciento anual a los prestamistas exteriores.
2. Recibe el 9,95 por ciento anual de BBBCorp.
3. Paga el LIBOR a BBBCorp.

El efecto neto de los tres flujos de efectivo es que AAACorp paga el LIBOR más el 0,05 por ciento anual. Esto es el 0,25 por ciento anual menos de lo que pagaría si fuera directamente a los mercados de tipo variable. BBBCorp tiene también tres tipos de de flujos de efectivo:

1. Paga LIBOR + 1 por ciento anual a prestamistas exteriores.
2. Recibe LIBOR de AAACorp.
3. Paga 9,95 por ciento anual a AAACorp.

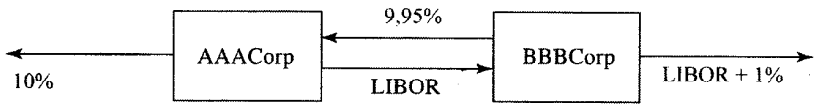


Figura 6.6. Acuerdo de swap entre AAACorp y BBBCorp cuando se aplican los tipos de la Tabla 6.4.

[3] Nótese que la ventaja comparativa de BBBCorp en mercados de tipo variable no implica que BBBCorp pague menos que AAACorp en este mercado. Implica que la cantida extra que BBBCorp paga en este mercado sobre la cantidad pagada por AAACorp es inferior en este mercado. Uno de mis estudiantes resumió la situación como sigue: «AAACorp paga mucho menos en mercados de tipo fijo; BBBCorp paga menos de más en mercados de tipo variables».

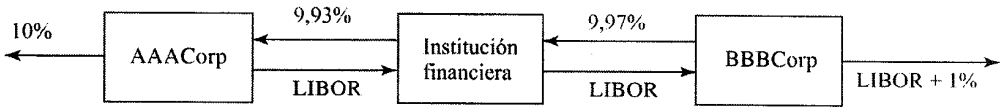


Figura 6.7. Acuerdo de swap entre AAACorp y BBBCorp cuando se aplican los tipos de la Tabla 6.4 y participa un intermediario financiero.

El efecto neto de los tres flujos de efectivo es que BBBCorp paga el 10,95 por ciento anual. Esto es un 0,25 por ciento anual menos de lo que pagaría si fuera directamente a los mercados de tipo fijo.

El acuerdo de swap surge para mejorar la posición tanto de AAACorp como de BBBCorp en un 0,25 por ciento anual. La ganancia total es, por tanto, 0,5 por ciento anual. Se puede demostrar que la ganancia total aparente de este swap de tipo de interés es siempre $a - b$, donde a es la diferencia entre los tipos de interés que afrontan las dos empresas en mercados de tipo fijo, y b es la diferencia entre los tipos de interés que afrontan las dos empresas en mercados de tipo variable. En este caso, $a = 1{,}2$ por ciento y $b = 0{,}70$ por ciento.

Si AAACorp y BBBCorp no negocian directamente entre ellas y usan una institución financiera, resultaría un acuerdo como el que se muestra en la Figura 6.7. (Esto es muy parecido al ejemplo de la Figura 6.4.) En este caso, AAACorp acaba tomando prestado al LIBOR +0,07 por ciento, BBBCorp acaba tomando prestado al 10,97 por ciento, y la institución financiera gana una diferencia anual de cuatro puntos básicos. La ganancia para AAACorp es 0,23 por ciento; la ganancia para BBBCorp es 0,23 por ciento; y la ganancia para la institución financiera es el 0,04 por ciento. La ganancia total de las tres partes es el 0,50 por ciento como antes. La Tabla 6.5 resume este ejemplo.

Crítica del argumento de la ventaja comparativa

El argumento de la ventaja comparativa que acabamos de perfilar para explicar el atractivo de swaps tipo de interés está abierto a debate. ¿Por qué en la Tabla 6.4 las diferencias entre las tasas ofrecidas a AAACorp y BBBCorp deberían ser diferentes en mercados de tipos fijos y flotantes? Ahora que el mercado de swaps ha estado funcionando durante algún tiempo, deberíamos esperar que el arbitraje hubiese eliminado este tipo de diferencias.

La razón de que existan estas diferencias es la naturaleza de los contratos disponibles para las empresas en los mercados de tipo fijo y variable. Los tipos 10,0 y 11,2 por ciento disponibles para AAACorp y BBBCorp en mercados de tipo fijo son para cinco años (como por ejemplo, los tipos a los que las empresas pueden emitir bonos de tipo fijo a cinco años). Los tipos LIBOR + 0,3 por ciento y LIBOR + 1,0 por ciento disponibles para AAACorp y BBBCorp en mercados de tipo variable son tipos semestrales. En el mercado de tipo variable, el prestamista normalmente tiene la posibilidad de revisar los tipos variables cada seis meses. Si la valoración como prestatarios de AAACorp o BBBCorp hubiese declinado, el prestamista tiene la opción de incrementar la diferencia (*spread*) por encima del LIBOR cargado. En circunstancias extremas, el prestamista puede denegar una prolongación (*roll over*) del préstamo a tipo variable. Los prestamistas a tipo fijo no pueden cambiar los términos del préstamo de esta forma[4].

[4] Si los préstamos a tipo variable se estructuran de forma que el diferencial sobre el LIBOR se garantice por adelantado sin tener en cuenta los cambios en el *rating* de crédito, en la práctica se dará muy poca o ninguna ventaja comparativa.

Tabla 6.5. Swap de tipo de interés basado en ventajas comparativas aparentes.

Fuente: *Mesa del operador*

AAACorp y BBBCorp piden prestados 10 millones de dólares para 10 años. AAACorp quiere obtener un préstamo a tipo variable en el que el tipo de interés esté ligado al LIBOR a 6 meses. BBBCorp quiere obtener un préstamo a tipo fijo. Se les han ofrecido los siguientes términos.

	Fijo	Variable
AAACorp	10,0 %	LIBOR a 6 meses + 0,3 %
BBBCorp	11,2 %	LIBOR a 6 meses + 1,0 %

La estrategia

1. AAACorp toma prestado fondos a un tipo fijo del 10 por ciento anual.
2. BBBCorp Toma prestado fondos a tipo variable igual al LIBOR + 1 por ciento anual.
3. Entran en un acuerdo de swap.

El swap sin intermediarios

El acuerdo se muestra en la Figura 6.6. AAACorp acuerda pagar a BBBCorp el tipo LIBOR a seis meses sobre 10 millones de dólares. A cambio, BBBCorp acuerda pagar a AAACorp un 9,95 por ciento anual sobre 10 millones de dólares. El resultado neto es que AAACorp termina tomando prestado al LIBOR + 0,05 por ciento mientras que BBBCorp termina tomando prestado al 10,95 por ciento. El swap termina mejorando a ambas partes en un 0,25 por ciento.

El swap con intermediario

El acuerdo se muestra en la Figura 6.7. Tanto AAACorp como BBBCorp entran en un acuerdo de swap con un intermediario financiero. AAACorp termina tomando prestado al LIBOR + 0,07 por ciento anual, BBBCorp termina pagando el 10,97 por ciento y el intermediario obtiene un diferencial del 0,04 por ciento anual. El swap resulta en una mejora tanto para AAACorp como para BBBCorp del 0,23 por ciento anual.

Las diferencias entre los tipos ofrecidos para AAACorp y BBBCorp son un reflejo de la probabilidad de que BBBCorp falle más en los pagos que AAACorp. Durante los siguientes seis meses, hay muy poco riesgo de que ni AAACorp ni BBBCorp dejen de pagar. Tal y como veremos más adelante, las estadísticas de impagos muestran que la probabilidad de que una empresa falle con un *rating* de crédito relativamente bajo (como BBBCorp) sube más rápidamente que la probabilidad de impago por parte de una empresa con un *rating* de crédito relativamente alto (como AAACorp). Ésta es la explicación de que la diferencia entre tipos a cinco años sea mayor que la diferencia entre tipos semestrales.

Después de negociar un préstamo a tipo variable al LIBOR + 1,0 por ciento y entrando en el swap mostrado en la Figura 6.7, BBBCorp parece obtener un préstamo a tipo fijo al 10,97 por ciento. Los argumentos anteriormente presentados muestran que éste no es el caso real. En la práctica, el tipo pagado es 10,97 por ciento sólo si BBBCorp puede continuar tomando prestado dinero a tipo variable con una diferencia del 1,0 por ciento por encima de LIBOR. Si, por ejemplo, el *rating* de crédito de BBBCorp baja y el préstamo a tipo variable continua al LIBOR + 2,0 por ciento, el tipo pagado por BBBCorp se incrementa hasta un 11,97 por ciento. Como es más probable una subida que una bajada en el diferencial sobre el LIBOR semestral para BBBCorp, el tipo medio esperado en préstamos por BBBCorp cuando entra en el swap es superior a 10,97 por ciento.

El swap en la Figura 6.7 fija el tipo en el LIBOR + 0,07 por ciento para AAACorp para los próximos cinco años, no sólo para los próximos seis meses. Esto parece ser un buen negocio para AAACorp. El aspecto negativo es que asume el riesgo de impago por parte de la institución financiera. Si hubiese tomado prestado fondos a tipo variable de la forma usual no tendría que asumir este riesgo.

6.3. COTIZACIÓN DE SWAPS Y TIPOS CUPÓN-CERO LIBOR

Ahora volvemos al swap de tipo de interés de la Figura 6.1. Vimos en la Tabla 6.2 que puede caracterizarse como la diferencia entre dos bonos. Aunque el capital no se intercambia, podemos suponer sin cambiar el valor del swap que, al final del acuerdo, Intel paga a Microsoft el capital nocional de 100 millones de dólares y Microsoft paga a Intel el mismo capital nocional. El swap es, pues, el mismo que en un acuerdo por el que:

1. Microsoft ha prestado a Intel 100 millones de dólares al tipo LIBOR semestral.
2. Intel ha prestado a Microsoft 100 millones de dólares a un tipo fijo del 5 por ciento anual.

Para decirlo de otra manera, Microsoft ha comprado bonos con rentabilidad variable (LIBOR) por 100 millones de dólares de Intel y ha vendido bonos a tipo fijo (5 por ciento anual) a Intel. El valor del swap para Microsoft es entonces la diferencia entre los valores de dos bonos. Definimos:

B_{fix}: Valor del bono a tipo fijo subyacente al swap
B_{fl}: Valor del bono a tipo variable subyacente al swap

El valor del swap para una empresa que recibiese el tipo variable y pagase el tipo fijo (Microsoft en nuestro ejemplo) es

$$V_{swap} = B_{fl} - B_{fix} \tag{6.1}$$

Tipos de interés en swaps

Muchas grandes instituciones financieras son creadoras de mercado (*market makers*) en el mercado de swaps. Esto significa que están preparadas para cotizar, para una serie de diferentes vencimientos y de diferentes divisas, un tipo demandado y ofertado para el tipo fijo que intercambiarán con el variable. El tipo demandado es el tipo fijo en un contrato donde el creador de mercado pagará fijo y recibirá variable; el tipo ofertado es el tipo fijo en swap para el que el creador de mercado recibirá fijo y pagará variable. La Tabla 6.6 muestra cotizaciones típicas para swaps tipo *plain vainilla* sobre dólares americanos. Tal y como se ha mencionado antes, el diferencial entre el tipo demandado y ofertado es de tres a cuatro puntos básicos. La media de los tipos demandado y ofertado se conoce como tipo swap. Éste aparece en la columna final de la Tabla 6.6.

Consideremos un nuevo swap donde el tipo fijo iguala al tipo swap. Podemos suponer razonablemente que el valor de este swap es cero. (¿Por qué otro motivo un creador de mercado elegiría tipos de demanda y oferta centrados alrededor del tipo swap?) De la Ecuación 6.1 se obtiene que

$$B_{fix} = B_{fl} \tag{6.2}$$

Tabla 6.6. Tipos demandados y ofertados en el mercado swap y tipos swap (tanto por ciento anual); pagos intercambiados semestralmente.

Vencimiento (años)	Tipo demandado	Tipo ofertado	Tipo swap
2	6,03	6,06	6,045
3	6,21	6,24	6,225
4	6,35	6,39	6,370
5	6,47	6,51	6,490
7	6,65	6,68	6,665
10	6,83	6,87	6,850

Tal y como se menciona en la Sección 5.1, bancos y otras instituciones financieras suelen descontar flujos de efectivo en el mercado *over-the-counter* a tipos de interés LIBOR. El bono a tipo variable subyacente al swap paga el LIBOR. Como resultado, el valor de este bono, B_{fl}, iguala al principal del swap. Sigue de la Ecuación (6.2) que el valor de la obligación tipo fijo, B_{fix} también iguala el principal del swap. Un tipo swap es, por tanto, igual al LIBOR. Es el tipo del cupón en el bono LIBOR la causa de que se valore a la par.

Determinación de la curva cupón cero LIBOR

En la Sección 5.11 mostrábamos cómo los futuros sobre eurodólares pueden utilizarse para determinar los tipos cupón cero LIBOR. Los tipos swap también juegan un importante papel en la determinación de los tipos cupón cero LIBOR. Como acabamos de ver, definen una serie de bonos con rendimiento a la par LIBOR. Lo último puede utilizarse para obtener (con el método *bootstrap*) una curva LIBOR cupón cero de la misma manera que los bonos del Tesoro se utilizan para obtener la curva cupón cero del Tesoro. (Véase Sección 5.4.)

Ejemplo

Suponemos que la curva LIBOR cupón cero se ha calculado para 1,5 años (usando tipos al contado LIBOR y futuros sobre eurodólares) y que deseamos usar los tipos swaps en la Tabla 6.6 para extender la curva. Los tipos cupón cero a seis meses, un año y 1,5 años son, respectivamente, 5,5, 5,75 y 5,9 por ciento anual con composición continua. Debido a que los swaps de la Tabla 6.6 implican flujos de efectivo semianuales, primero interpolamos entre los tipos swap para obtener tipos swap a intervalos de 0,5 años. El tipo de swap de 2,5 años es 6,135 por ciento, el tipo de swap 3,5 años es 6,2975 por ciento y así. Después usamos el método *bootstrap* descrito en la Sección 5.4. Dado que el tipo swap a 2 años es el rendimiento a la par a dos años, un bono a 2 años que pagase un cupón semestral del 6,045 por ciento anual debería venderse por

$$3{,}0225e^{-0{,}055\times 0{,}5} + 3{,}0225e^{-0{,}0575\times 1{,}0} + 3{,}0225e^{-0{,}059\times 1{,}5} + 103{,}0225e^{-2R} = 100$$

donde R es el tipo cupón cero a 2-años. Se obtiene un valor $R = 5{,}9636$ por ciento. De forma similar, un bono a 2,5-años que pagase un cupón semestral de 6,135 por ciento debe venderse a la par de forma que

$$3{,}0675e^{-0{,}055\times 0.5} + 3{,}0675e^{-0{,}0575\times 1.0} + 3{,}0675e^{-0{,}059\times 1{,}5} + 3{,}0675e^{-0{,}059636\times 2} + 103{,}0675e^{-2{,}5R} = 100$$

donde R es el tipo cupón cero a 2,5-años. Resolviendo esta ecuación, se obtiene $R = 6{,}0549$ por ciento. Continuando por esta vía se obtiene la estructura temporal completa. Los tipos cupón cero a 3-, 4-, 5-, 7-, y 10-años son 6,1475 por ciento, 6,2986 por ciento, 6,4265 por ciento, 6,6189 por ciento, y 6,8355 por ciento, respectivamente.

En los Estados Unidos, los tipos LIBOR al contado se suelen utilizar para definir la curva LIBOR cupón cero para vencimientos de más de un año. Los futuros sobre eurodólares se utilizan para vencimientos entre uno y dos años —y a veces para vencimientos de más de cinco años. Los tipos swaps se usan para calcular la curva cupón cero a vencimientos más largos. Un proceso similar es seguido para determinar tipos cupón cero LIBOR en otros países. Por ejemplo, los tipos cupón cero LIBOR del franco suizo son determinados a partir de los tipos al contado LIBOR del franco suizo, los futuros sobre Eurosuizos a tres meses, y tipos swap del franco suizo.

6.4. VALORACIÓN DE SWAPS TIPO INTERÉS

En su momento inicial, los swap de tipo de interés tienen valor nulo o cercano a cero. Después de estar en funcionamiento durante algún tiempo, su valor puede ser positivo o negativo. Para calcular este valor podemos estudiar el swap como una posición larga en un bono combinado con una posición corta en otro bono o como una cartera de contratos a tipo *forward*. En cualquier caso, usamos los tipos LIBOR cupón cero para el descuento temporal.

Valoración en términos de precios de bonos

Vemos en la Ecuación (6.1) que, para swap donde se recibe un tipo variable y se paga un tipo fijo, se obtiene

$$V_{\text{swap}} = B_{\text{fl}} - B_{\text{fix}}$$

En la Sección 6.3 usábamos esta ecuación para mostrar que B_{fix} iguala el capital nocional del swap al principio del swap. Ahora la usamos para valorar el swap algún tiempo después de su inicio. Para ver cómo se usa esta ecuación, definimos

t_i : Tiempo hasta que se intercambia el pago i $(1 \leqslant i \leqslant n)$
L : Capital nocional en el acuerdo de swap
R_i: Tipos LIBOR cupón cero correspondientes al vencimiento t_i
K: Pago fijo realizado en cada fecha de pago

El bono a tipo fijo, B_{fix}, puede valorarse como se describe en la Sección 5.3. Los flujos de efectivo generados por el bono son k en el momento t_i $(1 < i < n)$ y L en el momento t_n de forma que

$$B_{\text{fix}} = \sum_{i=1}^{n} ke^{-r_i t_i} + Le^{-r_n t_n}$$

Consideremos ahora el bono a tipo de interés variable. Inmediatamente después de la fecha de pago este bono es exactamente igual a un bono a tipo de interés variable de nueva creación. Deducimos que $B_{fl} = L$ inmediatamente después de la fecha de pago. Entre las fechas de pago podemos utilizar el hecho de que B_{fl} igualará L inmediatamente después de la siguiente fecha de pago y argumentar como sigue. Inmediatamente antes de la siguiente fecha de pago $B_{fl} = L + k^*$, donde k^* es el pago al tipo de interés variable (ya conocido) que será realizado en la siguiente fecha de pago. En nuestra notación, el tiempo hasta la siguiente fecha de pago es t_1. El valor del swap hoy es su valor exactamente antes de la siguiente fecha de pago descontado a la tasa r_1 duranre un tiempo t_1:

$$B_{fl} = (L + k^*)e^{-r_i t_i}$$

En la situación en la que la empresa está recibiendo fijo y pagando variable, B_{fix} y B_{fl} se calculan de idéntica manera, y la Ecuación (6.1) se transforma en

$$V_{swap} = B_{fix} - B_{fl} \qquad \textbf{(6.3)}$$

Ejemplo

Supongamos qué bajo las condiciones de un swap, una institución financiera ha acordado pagar un LIBOR a seis meses y recibir un 8 por ciento anual (compuesto semestral) sobre un principal de 100 millones de dólares. Al swap le quedan 1,25 años de vida. Los tipos de interés relevantes con composición continua para vencimientos a tres, nueve, y quince meses son 10,0 por ciento, 10,5 por ciento, y 11,0 por ciento respectivamente.

$$\begin{aligned} B_{fix} &= 4e^{-0,1\times 3/12} + 4e^{-0,105\times 9/12} + 104e^{-0,11\times 15/12} \\ &= 98,24 \text{ millones de dólares} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{fl} &= 5,1e^{-0,1\times 3/12} + 100e^{-0,1\times 3/12} \\ &= 102,51 \text{ millones de dólares} \end{aligned}$$

De ahí que el valor del swap sea

$$98,24 - 102,51 = -4,27 \text{ millones de dólares}$$

Si el banco hubiese estado en la posición opuesta: pagar fijo y recibir variable, el valor del swap habría sido +4,27 millones de dólares.

Nótese que se obtiene un cálculo más preciso si se tiene en cuenta la convención actual/360 días para calcular k^*.

Valoración en términos de los contratos a plazo sobre tipos de interés

Introdujimos los acuerdos sobre tipos de interés a plazo (FRAs) en el Capítulo 5. Son acuerdos que a cierto tipo de interés predeterminado se aplicarán a cierto principal para un cierto período de tiempo en el futuro. En la Sección 5.6 mostramos que un FRA puede caracterizarse como un acuerdo donde el interés a una tasa prederminada se intercambia por interés al tipo de mercado del período en cuestión. Esto muestra que un swap de tipos de interés no es otra cosa que una cartera de contratos FRA.

Considere otra vez el acuerdo swap entre Intel y Microsoft de la Figura 6.1. Tal como se ilustra en la Tabla 6.1, este swap obliga a Microsoft a seis intercambios de efectivo. El primer intercambio se realiza cuando se negocia el swap. Los otros cinco pueden contemplarse como FRAs. El intercambio del 5 de marzo del 2002 es un FRA donde el interés al 5 por ciento es intercambiado por el interés al tipo observado en el mercado a seis meses el 5 de marzo del 2002, etc.

Tal como se muestra en la Sección 5.6, un FRA puede valorarse suponiendo que se realizan los tipos de interés a plazo. Dado que se trata de una cartera de contratos *forward*, un swap de tipo de interés *plain vanilla* también puede valorarse suponiendo que se realizan los tipos de interés a plazo. El procedimiento es como sigue:

1. Calcular los tipos a plazo para cada uno de los tipos LIBOR que determinarán los flujos de efectivo del swap.
2. Calcular los flujos de efectivo del swap bajo el supuesto de que los tipos LIBOR igualarán a los tipos a plazo.
3. Fijar el valor del swap igual al valor presente de estos flujos de efectivo.

Ejemplo

Consideremos de nuevo la situación del ejemplo anterior. Los flujos de efectivo que se intercambiarán dentro de tres meses ya han sido determinados. Se intercambiará un tipo del 8 por ciento por otro del 10,2 por ciento. El valor del intercambio para la institución financiera es

$$0{,}5 \times 100 \times (0{,}08 - 0{,}102)e^{-0{,}1 \times 3/12} = -1{,}07$$

Para calcular el valor del intercambio en 9 meses debemos calcular primero el tipo a plazo correspondiente al período entre 3 y 9 meses. De la Ecuación (5.1) se obtiene

$$\frac{0{,}75 \times 0{,}105 - 0{,}25 \times 0{,}10}{0{,}5} = 0{,}1075$$

o el 10,75 por ciento con composición continua. De la Ecuación (3.4), este valor resulta ser 11,044 por ciento compuesto semestral. El valor del FRA correspondiente al intercambio en 9 meses será, por tanto,

$$0{,}5 \times 100 \times (0{,}08 - 0{,}11044)e^{-0{,}105 \times 9/12} = -1{,}41$$

Para calcular el valor del intercambio dentro de 15 meses, debemos calcular primero el tipo de plazo correspondiente al período entre 9 y 15 meses. De la Ecuación (5.1) esto será.

$$\frac{1{,}25 \times 0{,}11 - 0{,}75 \times 0{,}105}{0{,}5} = 0{,}1175$$

o el 11,75 por ciento compuesto continuo. De la Ecuación (3.4), este valor resulta ser 12,102 por ciento compuesto semestral. El valor del FRA correspondiente al intercambio en 15 meses es por tanto

$$0{,}5 \times 100 \times (0{,}08 - 0{,}12102)e^{-0{,}11 \times 15/12} = -1{,}79$$

El valor total del swap será

$$-1{,}07 - 1{,}41 - 1{,}79 = -4{,}27$$

o 4,27 millones de dólares. Esto concuerda con nuestros cálculos previos basados en los precios de bonos.

Tal como se mencionó previamente, el tipo fijo en un swap de tipo de interés se selecciona de forma que el swap tiene un valor inicial nulo. Esto significa que la suma de los valores de los contratos FRA subyacentes al *swap* en ese momento es cero. Sin embargo, ello no significa que el valor de cada contrato FRA sea nulo. En general, algunos tendrán valores positivos mientras otros los tendrán negativos.

Considere los contratos FRA subyacentes al *swap* entre la institución financiera y Microsoft en la Figura 6.4.

Valor del contrato FRA para la institución financiera $<$
< 0 cuando el tipo de interés a plazo $> 5{,}015\,\%$

Valor del contrato FRA para la institución financiera $=$
$= 0$ cuando el tipo de interés a plazo $= 5{,}015\,\%$

Valor del contrato FRA para la institución financiera $<$
> 0 cuando el tipo de interés a plazo $< 5{,}015\,\%$

Supongamos que la curva de rendimientos tiene pendiente positiva en el momento en que se negocia el swap. Esto significa que los tipos de interés a plazo suben cuando el vencimiento del contrato FRA aumenta. Si la suma de los valores de los contratos FRA es cero, ello debe significar que el tipo de interés a plazo es menor que 5,015 por ciento para las primeras fechas de liquidación y mayor que 5,015 por ciento para fechas de liquidación posteriores. El valor para la institución financiera de los contratos FRA correspondientes a las primeras fechas de liquidación es por lo tanto positivo, mientras que aquéllos correspondientes a las últimas fechas de liquidación son negativos. Si la curva de rendimientos tiene pendiente negativa en el momento en que se negocia el swap, ocurre lo contrario. Este argumento está ilustrado en la Figura 6.8.

6.5. SWAPS SOBRE DIVISAS

Otra modalidad muy extendida de swap es el conocido como *swap sobre divisas*. En su forma más sencilla implica intercambios de liquidaciones de principal e intereses de tipo fijo en una divisa, por principal e intereses de tipo fijo, en otra divisa.

Un acuerdo swap sobre divisas requiere especificar el principal en ambas divisas. Los principales se suelen intercambiar al principio y al fin del swap. Normalmente, los principales se eligen para que sean aproximadamente equivalentes utilizando el tipo de cambio al inicio del swap.

Ilustración

Consideremos un hipotético swap de divisas entre IBM y British Petroleum iniciado el 1 de febrero del 2001. Suponemos que IBM paga un tipo fijo de interés del 11 por ciento en libras

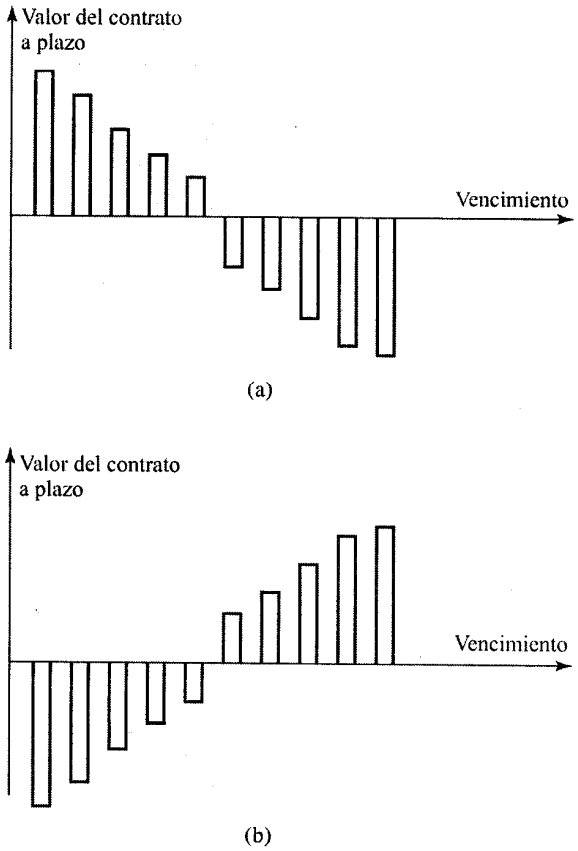


Figura 6.8. Valor de los contratos a plazo subyacentes a un swap en función de su vencimiento. En (a) la curva de rendimientos es creciente y recibimos fijo, o bien la curva de rendimientos es decrecientes y recibimos interés variable; en (b) la curva de rendimientos es creciente y recibimos interés variable, o la curva de rendimientos es decreciente y recibimos interés fijo.

esterlinas y recibe un tipo fijo de interés del 8 por ciento en dólares de British Petroleum. Los pagos de intereses se realizan una vez al año y los valores de principal son 15 millones de dólares y 10 millones de libras esterlinas. Esto es denominado un swap de divisas a tipo fijo-por-fijo (*fixed-for-fixed currency swap*) porque el tipo de interés en ambas divisas es fijo. El swap se muestra en la Figura 6.9. Inicialmente, los capitales iniciales se desplazan en el sentido opuesto a las flechas de la Figura 6.9. Los pagos de intereses durante la vida del swap y el pago final de principal fluyen en el mismo sentido de las flechas. Por lo tanto, en el inicio del swap, IBM paga 15 millones de dólares y recibe 10 millones de libras esterlinas. Cada año, durante la vida del contrato de swap, IBM recibe 1,20 millones de dólares (= 8 por ciento de 15 millones de dólares) y paga 1,10 millones de libras esterlinas (= 11 por ciento de 10 millones de libras esterlinas). Al acabar el swap, paga un principal de 10 millones de libras

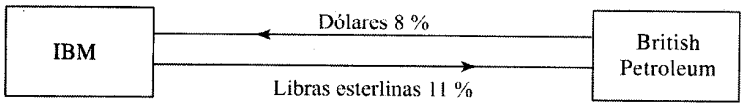


Figura 6.9. Un swap sobre divisas.

Tabla 6.7. Flujos de efectivo de IBM en el swap sobre divisas.

Fecha	Millones de dólares en flujos de efectivo	Millones de libras en flujos de efectivo
Febrero 1, 2001	−15,00	+10,00
Febrero 1, 2002	+1,20	−1,10
Febrero 1, 2003	+1,20	−1,10
Febrero 1, 2004	+1,20	−1,10
Febrero 1, 2005	+1,20	−1,10
Febrero 1, 2006	+16,20	−11,10

esterlinas y recibe un principal de 15 millones de dólares. Estos flujos de efectivo se muestran en la Tabla 6.7.

Uso del swap sobre divisas para transformar préstamos en activos

Un swap como el que acabamos de considerar puede utilizarse para transformar préstamos en una divisa en préstamos en otra divisa. Suponga que IBM pudiese emitir bonos denominados en dólares al 8 por ciento de interés. El swap tiene el efecto de transformar esta transacción en otra por la que IBM habría tomado prestados 10 millones de libras esterlinas al 11 por ciento de interés. El intercambio inicial de principales convierte los ingresos obtenidos de la emisión de los bonos en libras. Los intercambios posteriores en el swap tienen como efecto el intercambio de intereses y principal de dólares a libras esterlinas.

El swap también puede ser utilizado para cambiar la naturaleza de los activos. Suponga que IBM pudiese invertir 10 millones de libras esterlinas en el Reino Unido a un tipo del 11 por ciento anual y a cinco años, pero cree que el dólar USA se reforzará frente a la libra esterlina y prefiere una inversión en los Estados Unidos. El swap transforma la inversión en el Reino Unido en otra inversión de 15 millones de dólares en los Estados Unidos con un rendimiento del 8 por ciento.

Ventaja comparativa

Los swaps sobre divisas pueden estar motivados por una ventaja comparativa. Para ilustrar esto, consideramos otro caso hipotético. Supongamos que los tipos de interés para préstamos a cinco años a General Motors y Qantas Airways en dólares USA (USD) y dólares australianos (AUS) son como los que aparecen en la Tabla 6.8. Los datos en la tabla sugieren que los tipos de interés en Australia son superiores a los de los EEUU. Por otro lado, General Motors aparece con un *rating* de crédito superior (mayor fiabilidad) al de Qantas Airways, dado que le ofrecen un tipo de interés inferior en ambas divisas. Desde el punto de vista de un operador en swaps, el aspecto interesante de la Tabla 6.8 es que los diferenciales entre los tipos pagados por General Motors y Qantas Airways en los dos mercados no son los mismos. Qantas Airways paga un 2 por ciento más que General Motors en el mercados de dólares USA y sólo un 0,4 por ciento más en el mercado AUD.

Esta situación es análoga a la de la Tabla 6.4. General Motors tiene una ventaja comparativa en el mercado de dólares USA, mientras que Qantas Airways lo tiene en el mercado AUD.

Tabla 6.8. Tipos de interés en los que se basa un swap sobre divisas.

	USD*	AUD*
General Motors	5,0 %	12,6 %
Qantas Airways	7,0 %	13,0 %

* Los tipos publicados han sido ajustados para reflejar el impacto diferencial de los impuestos.

En la Tabla 6.4, donde hemos considerado un swap sobre tipos de interés *plain vanilla*, argumentábamos que las ventajas comparativas eran muy ilusorias. Aquí estamos comparando los tipos ofrecidos en dos divisas diferentes, y es más probable que las ventajas comparativas sean genuinas. Una posible fuente de ventaja comparativa son los impuestos. La posición de General Motors podría ser tal que sus préstamos en dólares generen impuestos inferiores en sus ingresos mundiales que los préstamos AUD. La posición de Qantas podría ser la contraria. (Nótese que suponemos que los tipos de interés en la Tabla 6.8 se han ajustado para reflejar este tipo de ventajas fiscales.)

Suponemos que General Motors quisiera tomar prestados AUD y Qantas Airways quisiera tomar prestados dólares USA. Esto crearía una situación perfecta para un swap de divisas. Tanto General Motors como Qantas Airways tomarían prestado en el mercado en el que tuviesen ventaja comparativa; es decir, General Motors tomaría un préstamo en dólares USA y Qantas Airways lo tomaría en AUD. A partir de ahí usarían el swap de divisas para transformar el préstamo de General Motors en uno en AUD y el de Qantas Airways en un préstamo en dólares USA.

Tal como mencionamos previamente, el diferencial de tipos de interés en dólares es del 2 por ciento, mientras que el diferencial en tipos de interés AUD es del 0,4 por ciento. Análogamente al caso del swap de tipos de interés, esperamos que la ganancia total de ambas partes sea 2,0 − 0,4 = 1,6 por ciento anual.

Hay muchas formas de organizar un swap. La Figura 6.10 muestra una forma en la que podrían realizarse swaps con un intermediario financiero. General Motors toma prestado en dólares USA y Qantas Airways lo hace en AUD. El efecto del swap es transformar el tipo de interés en dólares USA del 5 por ciento anual en un tipo de interés en dólares australianos del 11,9 por ciento anual para General Motors. Como resultado, General Motors estará un 0,7 por ciento anual mejor que si hubiese acudido directamente a los mercados AUD. De forma similar, Qantas intercambia un préstamo en AUD al 13 por ciento anual por un préstamo en dólares USA al 6,3 por ciento anual terminando un 0,7 por ciento anual mejor de lo que estaría si hubiese acudido directamente a los mercados de dólares USA. La institución financiera gana un 1,3 por ciento anual sobre sus flujos de caja en dólares USA y pierde el 1,1 por ciento anual en sus flujos en AUD. Si ignoramos las diferencias entre las dos divisas, la institución financiera realiza una ganancia neta del 0,2 por ciento anual. Como predijimos, la ganancia total de todas las partes es el 1,6 por ciento anual.

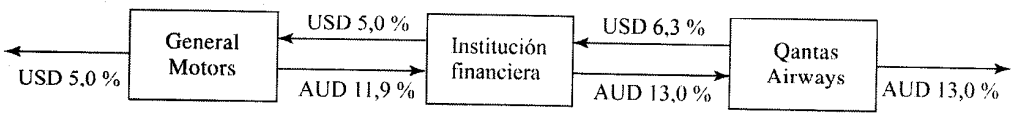


Figura 6.10. Swap de divisas motivado por la ventaja comparativa.

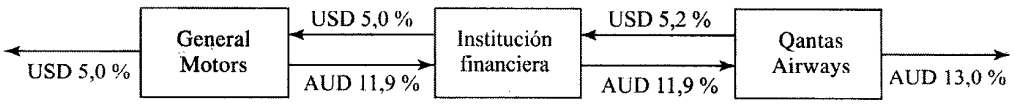


Figura 6.11. Acuerdos alternativos en un swap de divisas: Qantas Airways asume cierto riesgo de crédito.

Cada año la institución financiera obtiene una ganancia de 156.000 dólares USA (= 1,3 por ciento de 12 millones) e incurre en una pérdida de 220.000 dólares australianos (= 1,1 por ciento de 20 millones). La institución financiera podría evitar cualquier riesgo de tipo de cambio comprando cada año 220.000 AUD en el mercado a plazo para cada año de vida del swap, asegurando así una ganancia neta en dólares USA.

Es posible rediseñar el swap para que la institución financiera ganase un 0,2 por ciento en dólares USA. La Figura 6.11 y la Figura 6.12 presentan dos alternativas. Es poco probable que estas alternativas se usen en la práctica porque no llevan a General Motors y Qantas Airways a quedar libres del riesgo de tipo de cambio[5]. En la Figura 6.11 Qantas asume cierto riesgo de tipo de cambio dado que paga el 1,1 por ciento anual en AUD y el 5,2 por ciento en dólares USA. En la Figura 6.12 General Motors asume cierto riesgo de tipo de cambio porque recibe el 1,1 por ciento anual en dólares USA y paga el 13 por ciento anual en AUD.

6.6. VALORACIÓN DE SWAPS SOBRE DIVISAS

En ausencia de riesgo de crédito (impago), un swap sobre divisas puede descomponerse en una posición en dos bonos de manera similar a un swap sobre tipo de interés. Consideremos la posición de IBM en la Tabla 6.7 algún tiempo después del intercambio inicial del principal. En este caso, la posición consiste en una posición corta en un bono en libras esterlinas que paga intereses del 11,0 por ciento anual y posición larga en un bono en dólares que paga intereses del 8 por ciento anual.

En general, si V_{swap} es el valor de un swap donde se reciben dólares y se paga en otra moneda,

$$V_{\text{swap}} = B_D - S_0 B_F$$

donde B_F es el precio, medido en la moneda extranjera, del bono en divisas subyacente al swap, B_D es el valor del bono en dólares U.S.A. subyacente al swap, y S es el tipo de cambio de contado (expresado como el número de unidades de la moneda doméstica por unidad de

Figura 6.12. Acuerdos alternativos de swap: General Motors asume cierto riesgo de tipo de cambio.

[5] Normalmente tiene sentido para el intermediario financiero asumir el riesgo de tipo de cambio dado que es el que está en la mejor situación para cubrirlo.

moneda extranjera). El valor de un swap puede, por lo tanto, determinarse a partir los tipos LIBOR en las dos monedas, de la estructura temporal (curva de rendimientos) de tipos de interés en la moneda doméstica, la estructura temporal de tipos de interés en la moneda extranjera, y el tipo de cambio al contado. De forma similar, el valor del swap cuando se recibe moneda extranjera y se paga en libras esterlinas es

$$V_{\text{swap}} = S_0 B_F - B_D$$

Ejemplo

Supongamos que la estructura temporal de tipos de interés es plana en Japón y en Estados Unidos. El tipo de interés japonés es el 4 por ciento anual y el americano es el 9 por ciento anual (ambos compuestos continuos). Una institución financiera ha firmado un swap sobre divisas por el que, cada año, recibe un 5 por ciento anual en yenes y paga un 8 por ciento anual en dólares. Los principales son de 10 millones de dólares y 1.200 millones de yenes. El swap durará otros tres años y el tipo de cambio actual es de 110 yenes = 1 dólar. En este caso

$$B_D = 0{,}8e^{-0{,}09} + 0{,}8e^{-0{,}09\times 2} + 10{,}8e^{-0{,}09\times 3}$$

$$= 9{,}64 \text{ millones de dólares}$$

$$B_F = 60e^{-0{,}04} + 60e^{-0{,}04\times 2} + 1.260e^{-0{,}04\times 3}$$

$$= 1.230{,}55 \text{ millones de yenes}$$

El valor del swap será

$$\frac{1.230{,}55}{110} - 9{,}644 = 1{,}543 \text{ millones de dólares}$$

Si la institución financiera hubiese tenido que pagar yenes y recibir dólares, el valor del swap habría sido −1,543 millones de dólares.

Descomposición en contratos a plazo

Una descomposición alternativa del swap sobre divisas es en una serie de contratos a plazo (*forward*). Consideremos de nuevo la situación de la Tabla 6.7. En cada fecha de liquidación IBM ha acordado intercambiar una entrada de 1,2 millones de dólares por una salida de 1,1 millones de libras esterlinas. Además, en la fecha del liquidación final, ha acordado intercambiar una entrada de 15 millones de dólares por una salida de 10 millones de libras. En la Sección 3.8 demostramos que un contrato a plazo puede valorarse suponiendo que el precio de plazo del activo subyacente es conocido. Esto nos proporciona una vía cómoda para valorar los contratos a plazo subyacentes en un swap sobre divisas.

Ejemplo

Consideremos de nuevo la situación del ejemplo anterior. El tipo al contado hoy es de 110 yenes por dólar o 0,009091 dólares por yen. Si la diferencia entre los tipos de interés en dólares y yenes es del 5 por ciento anual, la Ecuación (3.13) puede utilizarse para calcular los tipos de cambio a 1, 2 y 3 años como

$$0{,}009091e^{0.05\times 1} = 0{,}009557$$
$$0{,}009091e^{0.05\times 2} = 0{,}010047$$
$$0{,}009091e^{0.05\times 3} = 0{,}010562$$

respectivamente. El intercambio de intereses implica recibir 60 millones de yenes y pagar 0,8 millones de dólares. El tipo de interés libre de riesgo en dólares es del 9 por ciento anual. El valor de los contratos a plazo correspondientes al intercambio de intereses será, por tanto, (en millones de dólares)

$$(60\times 0{,}009557 - 0{,}8)e^{-0{,}09\times 1} = -0{,}2071$$
$$(60\times 0{,}010047 - 0{,}8)e^{-0{,}09\times 2} = -0{,}1647$$
$$(60\times 0{,}010562 - 0{,}8)e^{-0{,}09\times 3} = -0{,}1269$$

El intercambio final de principal implica recibir 1.200 millones de yenes y pagar 10 millones de dólares. El valor del contrato a plazo correspondiente será (en millones de dólares)

$$(1.200\times 0{,}010562 - 10)e^{-0{,}09\times 3} = 2{,}0416$$

El valor total del swap es $2{,}0416 - 0{,}1269 - 0{,}1647 - 0{,}2071 = 1{,}543$ millones de dólares que concuerda con el resultado de los cálculos del ejemplo previo.

El valor total de un swap suele ser cero cuando se negocia por primera vez. Si el valor de los dos capitales es exactamente el mismo usando el tipo de cambio al inicio del swap, el valor del swap también es cero inmediatamente después del intercambio inicial de principal. No obstante, esto no significa que cada uno de los contratos a plazo subyacentes al swap tenga valor cero. Puede demostrarse que, cuando los tipos de interés en las dos divisas son significativamente distintos, el que paga en divisas de bajo tipo de interés está en una posición donde los contratos a plazo que corresponden a los primeros flujos de caja tienen valor positivo y los contratos a plazo correspondientes al intercambio final de principales tienen un valor esperado negativo. El que paga en la divisa de tipo de interés más alto está en la posición exactamente opuesta; es decir, los primeros intercambios de flujos de caja tienen valores negativos y los intercambios finales tienen un valor esperado positivo.

Para el que paga en la divisa con tipo de interés más bajo *swap* tiende a tener un valor negativo durante la mayor parte de su vigencia. Esto es porque los contratos a plazo correspondientes a los primeros intercambios de pagos tienen valores positivos, y, una vez hechos estos intercambios, habrá una tendencia a que los restantes contratos a plazo tengan un valor total negativo. Para el que paga los tipos de interés más altos en la divisa ocurre lo contrario. El valor del swap tiende a ser positivo durante la mayor parte de su vida. Estos resultados son importantes cuando se evalúa el riesgo de crédito en el swap.

6.7. RIESGO DE CRÉDITO

Contratos como los swaps, que son acuerdos privados entre dos empresas, conllevan riesgos de crédito. Consideremos una institución financiera que ha firmado un contrato con dos empresas (véase Figura 6.4, 6.5 o 6.7). Si ninguna de las partes deja de pagar, la institución financiera permanecerá totalmente cubierta. Una bajada en el valor de un contrato siempre estará compensada por un incremento en el valor del otro. Sin embargo, existe la posibilidad de que una de las partes se encuentre con dificultades financieras y no cumpla sus obligaciones. La institución financiera, aún en ese caso, tendría que cumplir el contrato que mantiene con la otra parte.

Supongamos que algún tiempo después de iniciarse los contratos de la Figura 6.4, el contrato con Microsoft tiene un valor positivo para la institución financiera mientras que el contrato con la Intel tiene valor negativo. Si Microsoft falla, la institución financiera perdería el valor positivo que tiene en este contrato. Para mantener la posición cubierta, debería encontrar una tercera parte que desease ocupar la posición de Microsoft. Para que la tercera parte acepte esta posición, la institución financiera tendría que liquidar a la misma una cantidad semejante al valor de su contrato con Microsoft antes de que interrumpiese sus pagos.

Una institución financiera tiene exposición al riesgo de crédito de un swap sólo cuando el valor del swap para la institución financiera es positivo. ¿Qué sucede cuando este valor es negativo y una de las partes tiene dificultades financieras? En teoría, la institución financiera podría obtener una ganancia dado que la institución financiera se desprendería de un pasivo. En la práctica, es probable que la parte con valor negativo decida vender el contrato a un tercero o reajustar sus negocios de alguna forma para no perder su valor positivo en el contrato. El supuesto más realista para la institución financiera es, por lo tanto, el siguiente: si una de las partes quiebra, habrá una pérdida si el valor del swap para la institución financiera es positivo y no habrá ningún efecto para la posición de la institución financiera si el valor del swap para ella es negativo. La situación se resume en la Figura 6.13.

Las pérdidas potenciales por impagos en un swap son mucho menores que las pérdidas potenciales por impagos sobre un préstamo con el mismo principal. Esto es porque el valor de un swap suele ser una pequeña fracción del valor del préstamo. Las pérdidas potenciales por impagos en un swap sobre divisas son mayores que en un swap sobre tipos de interés. La razón es que, como los valores de principal en dos divisas diferentes se intercambian al vencimiento de un swap sobre divisas, un swap sobre divisas puede tener un valor mayor que un swap sobre tipos de interés

Algunas veces, la institución financiera puede predecir cuál de los dos contratos tendrá valor positivo. Consideremos el swap sobre divisas de la Figura 6.10. Los tipos de interés del dólar australiano son más altos que los tipos de interés del dólar U.S.A. Como mencionamos anteriormente, esto significa que, a medida que pasa el tiempo la institución financiera que su swap con General Motors tiene valor negativo, mientras que su*swap* con Qantas tiene valor positivo. La reputación como prestatario de Qantas será, por lo tanto, claramente superior la reputación de General Motors.

En cualquier contrato es importante distinguir entre el riesgo de crédito y el riesgo de mercado para una institución financiera. Como explicamos anteriormente, el riesgo de impago surge de la posibilidad de un impago de una de las partes cuando el valor del contrato con la institución financiera es positivo. El riesgo de mercado surge de la posibilidad de que variables de mercado como los tipos de interés y los tipos de cambio cambien de forma que el valor de un contrato para la institución financiera se vuelva negativo. Los riesgos de mercado pueden cubrirse firmando contratos que se compensen; los riesgos de crédito no son tan sencillos de cubrir.

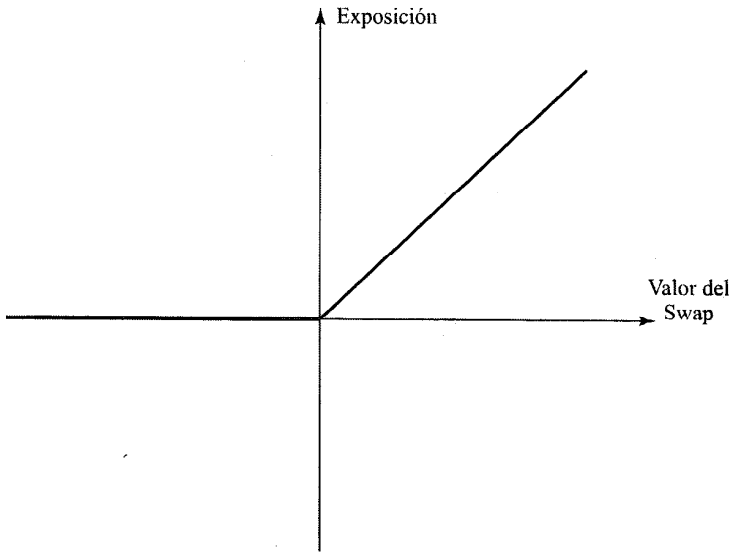


Figura 6.13. Exposición al crédito de un swap.

6.8. RESUMEN

Los dos tipos de swaps más comunes son los swaps sobre tipos de interés y los swaps sobre divisas. En un swap sobre tipos de interés, una de las partes se compromete a pagar a la otra intereses a un tipo fijo sobre un principal durante una serie de años. A cambio, recibe intereses a un tipo variable sobre el mismo principal durante el mismo período de tiempo. En un swap sobre divisas, una parte se compromete a pagar intereses sobre cierta cantidad de principal en una divisa. A cambio, recibe intereses sobre un principal en otra divisa.

Los principales no se intercambian en un swap de tipos de interés. En un swap sobre divisas, se intercambian al principio y al final los principales del swap. La parte que paga intereses en la divisa extranjera recibe el principal extranjero y paga el principal doméstico al principio de la vida del swap. Al final de ésta, se paga el principal extranjero y recibe el principal doméstico.

Un swap sobre tipos de interés puede utilizarse para transformar un préstamo a tipo variable en un préstamo de tipo fijo o viceversa. También puede utilizarse para transformar una inversión a tipo variable en una inversión a tipo fijo, o viceversa. Un swap sobre divisas puede utilizarse para transformar un préstamo en una divisa en un préstamo en otra divisa. También puede utilizarse para transformar una inversión en una moneda en una inversión en otra moneda.

Hay dos formas de valorar swaps de tipos de interés y swaps de divisas. En la primera, el swap se descompone en una posición larga en un bono y una posición corta en otro bono. En la segunda, es visto como una cartera de contratos a plazo.

Cuando una institución financiera firma un par de swaps que se compensan con diferentes *counterparties*, está expuesta al riesgo de crédito. Si una de las partes deja de pagar cuando la institución financiera tiene un valor positivo en el swap con esta parte, la institución financiera perderá dinero pues aún tiene que cumplir su acuerdo de swap con la otra parte.

Más adelante, en el Capítulo 19, tratamos con detalle el mercado de swaps.

Lecturas recomendadas

Bicksler, J., y A. H. Chen, «An Economic Analysis of Interest Rate Swaps.» *Journal of Finance* 41(3) (1986): 645-55

Dattatreya, R. E., y K. Hotta, *Advanced Interest Rate and Currency Swaps: State-of-the-Art Products Strategies and Risk Management Applications*, Irwin, 1993

Hull, J., «Assessing Credit Risk in a Financial Institution's Off-Balance Sheet Commitments.» *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 24 (diciembre 1989): 489-502

Hull, J., y A. White, «The Impact of Default Risk on the Prices of Options and Other Derivative Securities.» *Journal of Banking and Finance* 19 (1985): 299-322

Hull, J., y A. White, «The Price of Default», *Risk* (septiembre 1992): 101-103

Litzenberger, R. H., «Swaps: Plain and Fanciful», *Journal of Finance* 47(3) (1992): 831-50

Marshall, J. F., y K. R. Kapner, *Understanding Swaps*. John Wiley e hijos, 1993

Smith, C. W., C. W. Smithson, y L. M. Wakeman, «The Evolving Market for Swaps». *Midland Corporate Finance Journal* 3 (invierno 1986): 20-32

Turnbull, S. M., «Swaps: A Zero Sum Game», *Financial Management* 16 (1) (primavera 1987): 15-21

Wall, L. D., y J. J. Pringle, «Alternative Explanations of Interest Rate Swaps: A Theoretical and Empirical Analysis», *Financial Management* 18 (2) (verano 1989): 59-73

Test (respuestas al final del libro)

6.1. A las empresas A y B les han ofrecido los siguientes tipos anuales sobre un préstamo de 20 millones de dólares a cinco años:

	Tipo fijo	Tipo variable
Empresa A	12,0 %	LIBOR + 0,1 %
Empresa B	13,4 %	LIBOR + 0,6 %

La empresa A necesita un préstamo a tipo variable; la empresa B necesita un préstamo a tipo fijo. Diseñe un swap en el que un banco que actúe como intermediario gane un beneficio neto del 0,1 por ciento anual y que sea igualmente atractivo para las dos empresas.

6.2. La empresa X desea pedir prestados dólares U.S.A. a un tipo de interés fijo y la empresa Y desea pedir prestados yenes japoneses a un tipo de interés también fijo. Las cantidades que necesitan las dos empresas son casi iguales al tipo de cambio actual. Las empresas han obtenido las siguientes ofertas de tipos de interés que han sido ajustados en de efectos fiscales:

	Yenes	Dólares
Empresa X	5,0 %	9,6 %
Empresa Y	6,5 %	10,0 %

Diseñe un swap en el que un banco, actuando como intermediario, obtenga 50 puntos netos básicos anuales. Haga que el swap sea igualmente atractivo para las dos empresas y asegúrese de que todo el riesgo de tipo de cambio sea asumido por el banco.

6.3. Un swap tipos de interés de 100 millones de dólares tiene aún una vida de diez meses. Bajo las condiciones del swap, un LIBOR a seis meses es intercambiado por un 12 por ciento anual (compuesto semestral). El promedio de tipos ofertados y demandados, que es intercambiado por el LIBOR a seis meses en swaps de todos los vencimientos, actualmente es el 10 por ciento anual compuesto continuo. El tipo LIBOR a seis meses era del 9,6 por ciento hace dos meses. ¿Cuál es el valor actual del swap para la parte que paga interés variable? ¿Cuál es el valor para la parte que paga interés fijo?

6.4. Explique qué es un tipo swap. ¿Cuál es la relación entre tipos swap y rendimientos a la par?

6.5. Un swap divisas tiene aún una vida de 15 meses. El swap implica intercambiar un interés del 14 por ciento sobre 20 millones de libras por un interés del 10 por ciento sobre 30 millones de dólares, una vez al año. Actualmente, la estructura temporal de los tipos de interés en Estados Unidos y en el Reino Unido actualmente es plana y si el swap fuese negociado hoy los tipos de interés intercambiados serían un 8 por ciento en dólares y un 11 por ciento en libras esterlinas. Todos los tipos de interés se componen anualmente. El tipo de cambio actual es de 1,6500. ¿Cuál es el valor del swap para la parte que paga en libras? ¿Cuáles el valor del swap para la parte que paga en dólares?

6.6. Explique la diferencia entre el riesgo de crédito y el riesgo de mercado en un contrato financiero.

6.7. Explique por qué un banco está sujeto a un riesgo de crédito cuando firma dos contratos swap que se compensan.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

6.8. A las empresas X e Y les han ofrecido los siguientes tipos anuales sobre un préstamo de 5 millones de dólares a diez años:

	Tipo fijo	Tipo variable
Empresa X	8,0 %	LIBOR
Empresa Y	8,8 %	LIBOR

La empresa X necesita un préstamo a interés fijo; la empresa Y necesita un préstamo a interés variable. Diseñe un swap que dé a un banco que actúe como intermediario un 0,2 por ciento anual neto y que sea igualmente atractivo para X y para Y.

6.9. Una institución financiera ha firmado un swap sobre tipos de interés con la empresa X. Bajo las condiciones del swap, recibe un 10 por ciento anual y paga un LIBOR a seis meses sobre un principal de 10 millones de dólares durante cinco años. Los pagos se hacen cada seis meses. Supongamos que la empresa X no paga en la sexta fecha de liquidación (al final del tercer año) cuando el tipo de interés (compuesto semestral) es del 8 por ciento anual para todos los vencimientos. ¿Cuál es la pérdida para la institución financiera? Suponga que el LIBOR a seis meses era del 9 por ciento anual al inicio del segundo semestre del año 3.

6.10. Una institución financiera ha firmado un swap sobre divisas a diez años con la empresa Y. Bajo las condiciones del swap, recibe intereses del 3 por ciento anual en francos suizos y paga intereses del 8 por ciento anual en dólares U.S.A. Los pagos de interés

se intercambian una vez al año. Los principales son 7 millones de dólares y 10 millones de francos. Supongamos que la empresa Y deja de pagar al final del año 6 cuando el tipo de cambio es 0,80 dólares por franco. ¿Cuál será el coste para la institución financiera? Suponga que al final del año 6, el tipo de interés es del 3 por ciento anual en francos suizos y el 8 por ciento anual en dólares U.S.A. para todos los vencimientos. Todos los tipos de interés se componen anualmente.

6.11. Las empresas A y B se enfrentan a los siguientes tipos de interés (ajustados según el impacto diferencial de los impuestos):

	A	B
Dólares U.S.A. (tipo variable)	LIBOR + 0,5 %	LIBOR + 1,0 %
Dólares canadienses (tipo fijo)	5,0 %	6,5 %

Suponga que A quiere pedir prestados dólares a un tipo de interés variable y B quiere pedir prestados dólares canadienses a un tipo de interés fijo. Una institución financiera está organizando un swap y exige un diferencial de 50 puntos básicos. ¿Qué tipos de interés deberán pagar A y B para que el swap les sea igualmente atractivo?

6.12. Después de cubrir sus riesgos de tipo de cambio utilizando contratos a plazo, el diferencial promedio de la institución financiera en la Figura 6.10, ¿es probable que sea mayor o menor que 20 puntos básicos? Razone su respuesta.

6.13. «Las empresas con altos riesgos de crédito son aquéllas que no pueden acceder directamente a los mercados de tipos fijos. Son las empresas que probablemente paguen fijo y reciban variable en los swaps de tipos de interés.» Suponga que esta afirmación es correcta. ¿Implicaría un aumento o una disminución en el riesgo de la cartera de swaps de una institución financiera? Suponga que es probable que las empresas no resulten cuando los tipos de interés son altos.

6.14. ¿Por qué la pérdida esperada de un impago en un swap es menor que la pérdida esperada de un impago en un préstamo con igual principal?

6.15. Un banco comprueba que sus activos no están conformados con sus pasivos: está tomando depósitos a tipo variable y da préstamos a tipo fijo. ¿Cómo puede utilizar swaps para compensar el riesgo?

6.16. Explique cómo valoraría un swap que intercambia un tipo variable en una divisa por un tipo fijo en otra divisa.

6.17. La curva LIBOR cupón cero es plana al 5 por ciento (compuesto continuo) durante el primer año y medio. Los tipos swap compuestos semestrales para 2 y 3 años son 5,4 y 5,6 por ciento respectivamente. Estime los tipos LIBOR cupón cero para vencimientos de 2; 2,5 y 3 años. (Suponga que el tipo swap a 2,5 años es el promedio de los tipos swap a 2 y 3 años).

Preguntas de repaso

6.18. El tipo LIBOR a un año es el 10 por ciento. Un banco opera con swaps en los que un tipo fijo se intercambia por un LIBOR a 12 meses con pagos intercambiados anualmente. Los tipos swap a 2 y 3 años son (expresados compuestos anuales) el 11 y 12 por ciento anual respectivamente. Estime los tipos LIBOR cupón cero a 2 y 3 años.

6.19. La empresa A, una manufacturera británica, desea pedir prestados dólares U.S.A. a un tipo de interés fijo. La empresa B, una multinacional norteamericana, desea pedir prestadas libras esterlinas a un tipo de interés fijo. Se les han ofertado los siguientes tipos anuales (ajustados según efectos fiscales diferenciales):

	Libras	**Dólares**
Empresa A	11,0 %	7,0 %
Empresa B	10,6 %	6,2 %

Diseñe un swap en el que un banco, actuando como intermediario, obtenga 10 puntos básicos anuales netos y que proporcione un beneficio de 15 puntos básicos anuales para cada una de las dos empresas.

6.20. Bajo las condiciones de un swap sobre tipos de interés, una institución financiera ha acordado pagar un 10 por ciento anual y recibir un LIBOR a tres meses en contraprestación sobre un principal de 100 millones de dólares con pagos intercambiados cada tres meses. Al swap le quedan 14 meses de vida. La media del tipo fijo ofertado y demandado, intercambiada actualmente por un LIBOR a tres meses, es del 12 por ciento anual para todos los vencimientos. El tipo LIBOR a tres meses, dos meses antes, era del 11,8 por ciento anual. Todos los tipos son compuestos trimestralmente. ¿Cuál es el valor del swap?

6.21. Supongamos que la estructura temporal de los tipos de interés fuese plana en Estados Unidos y Australia. El tipo de interés del dólar es el 7 por ciento anual mientras el tipo de interés del AUD es el 9 por ciento anual. El tipo de cambio actual es de 0,62 dólares por un AUD. Bajo las condiciones de un acuerdo de swap, una institución financiera está pagando un 8 por ciento anual en AUD y recibiendo un 4 por ciento anual en dólares. Los principales en las dos divisas son 12 millones de dólares y 20 millones de AUD. Los pagos se intercambian cada año y acaba de tener lugar una liquidación. El swap durará dos años más. ¿Cuál es el valor del swap para la institución financiera? Suponga todos los tipos de interés compuestos continuos.

6.22. La empresa X con base en el Reino Unido quiere pedir prestados 50 millones de dólares U.S.A. a un tipo de interés fijo durante cinco años. Como la empresa no es conocida en Estados Unidos, esto ha sido imposible. Sin embargo, la empresa ha obtenido libras a un 12 por ciento anual de tipo fijo a cinco años. La empresa Y, con base en Estados Unidos, quiere pedir prestado el equivalente a 50 millones de dólares U.S.A. en libras esterlinas durante cinco años a un tipo de interés fijo. No ha podido conseguir el préstamo, pero se le han ofrecido fondos en dólares al 10,5 por ciento anual. Los bonos del estado rinden actualmente el 9,5 por ciento anual en Estados Unidos y el 10,5 por ciento en el Reino Unido. Sugiera un swap sobre divisas adecuado en el que el intermediario gane un 0,5 por ciento neto anual.

" INTRODUCCIÓN A LOS MERCADOS DE FUTUROS Y OPCIONES "

Contiene: Caps. 7-10

AUTOR : **Hull, J. C. (John C.).**

FOTOCOPIADO DE : **Introducción a los mercados de futuros y opciones / John C. Hull. -- 4a. ed. -- Madrid : Prentice Hall, 2002**

CÁTEDRA : **Finanzas II**

PROFESOR : **Eduardo Acuña**

SEMESTRE :

" USO EXCLUSIVO ALUMNOS FACEA , PARA FINES DE DOCENCIA E INVESTIGACIÓN "

CAPÍTULO 7

Funcionamiento de los mercados de opciones

La mayor parte del resto de este libro se centra en las opciones. En este capítulo explicaremos cómo se organizan los mercados de opciones, qué terminología utilizan, cómo se negocian los contratos, cómo se determinan las garantías, etc. En próximos capítulos hablaremos de temas como las estrategias de negociación que utilizan opciones, la determinación de los precios de las opciones y las formas en que pueden cubrirse las carteras de opciones. Este capítulo se interesa, en primer lugar, de las opciones sobre acciones (*stock options*). En los Capítulos 12 y 13 proporcionaremos más detalles sobre los mercados para opciones sobre divisas, opciones sobre índices bursátiles (*index options*) y opciones sobre contratos de futuros (*futures options*).

Las opciones son, en su fundamento, diferentes de los contratos a plazo y de futuros. Una opción da a su propietario el derecho a hacer algo. El propietario de la opción no está obligado a ejercer ese derecho. Por el contrario, en un contrato a plazo o de futuros, las dos partes están sometidas a una obligación. Mientras firmar un contrato a plazo o de futuros no tiene ningún coste (excepto por los requisitos de garantías), la compra de una opción requiere un pago inicial.

7.1. TIPOS DE OPCIONES

Como mencionamos en el Capítulo 1, hay dos tipos básicos de opciones. Una opción de compra (*call option*) da a su propietario el derecho a comprar un activo en una fecha determinada por un cierto precio. Una opción de venta (*put option*) da al propietario el derecho a vender un activo en una fecha dada a un precio determinado. La fecha especificada en el contrato se conoce como la fecha del vencimiento (*expiration date*, *exercise date*, *strike date*, o *maturity*). El precio especificado en el contrato se conoce como el precio de ejercicio (*exercise price* o *strike price*).

Las opciones pueden ser americanas o europeas. Esta distinción no tiene nada que ver con la ubicación geográfica. Las *opciones Americanas* son opciones que pueden ser ejercidas en cualquier momento hasta su fecha de vencimiento, mientras que las *opciones Europeas* sólo pueden ejercerce en la fecha de vencimiento. La mayoría de opciones negociadas en mercados son Americanas. Sin embargo, las opciones Europeas son generalmente más fáciles de analizar que las opciones Americanas, y algunas propiedades de éstas últimas son frecuentemente deducidas de sus análogas Europeas.

Opciones de compra

Consideremos la situación de un inversor que compra una opción de compra europea para comprar 100 acciones de Microsoft con un precio de ejercicio de 100 dólares. Supongamos que el precio actual de las acciones es 98 dólares, el vencimiento de la opción es dentro de cuatro meses, y el precio de la opción para comprar una acción es de 5 dólares. La inversión inicial es de 500 dólares. Si la opción es europea, el inversor sólo puede ejercerla en la fecha del vencimiento. Si el precio de la acción en esa fecha es menor que 100 dólares, es evidente que decidirá no ejercerla. (No tiene sentido comprar a 100 dólares una acción que tiene un precio de mercado inferior a 100 dólares.) En estas circunstancias, el inversor pierde la totalidad de la inversión inicial de 500 dólares. Si el precio de la acción está por encima de 100 dólares en la fecha del vencimiento, la opción se ejercerá. Supongamos, por ejemplo, que el precio por acción es de 115 dólares. Ejerciendo la opción, el inversor está dispuesto a comprar 100 acciones a 100 dólares por acción. Si vende las acciones inmediatamente el inversor obtiene un beneficio de 15 dólares por acción, o 1.500 dólares, ignorando costes de transacción. Cuando se tiene en cuenta el coste inicial de la opción, el beneficio neto del inversor es 1.000 dólares.

La Tabla 7.1 resume este ejemplo. La Figura 7.1 muestra cómo cambia el beneficio/pérdida neto de un inversor con una opción para comprar una acción varía en función del precio final de la acción en este ejemplo. Es importante entender que el inversor, a veces, ejercerá

Tabla 7.1. Beneficio de una opción de compra.

Fuente: Mesa del operador

Un inversor compra una opción de compra para adquirir 100 acciones de Microsoft.
Precio de ejercicio = 100 dólares.
Precio actual de las acciones = 98 dólares.
Precio de una opción para comprar una acción = 5 dólares.
La inversión inicial es de 100 × $5 = $500.

El resultado

Al vencimiento de la opción, el precio de las acciones de IBM es de 55 dólares. En este momento, la opción se ejerce con un beneficio de

$$(\$115 - \$100) \times 100 = \$1.500$$

Cuando se tiene en cuenta el coste inicial de la opción, el beneficio neto es

$$\$1.500 - \$500 = \$1.000$$

Tabla 7.2. Beneficio de una opción de venta.

Fuente: Mesa del operador

Un inversor compra una opción de venta para vender 100 acciones de Oracle.
Precio de ejercicio = 70 dólares.
Precio actual de las acciones = 65 dólares.
Precio de una opción para la venta de una acción = 7 dólares.
La inversión inicial es de 100 × \$7 = \$700.

El resultado

Al vencimiento de la opción, el precio de las acciones de Oracle es de 55 dólares. En este momento, el inversor compra 100 acciones de Oracle y, bajo las condiciones de la opción de venta, las vende a 70 dólares por acción obteniendo un beneficio de 15 dólares por acción o 1.500 dólares en total. Cuando se tiene en cuenta el coste inicial de la opción, el beneficio neto es

\$1.500 − \$700 = \$800

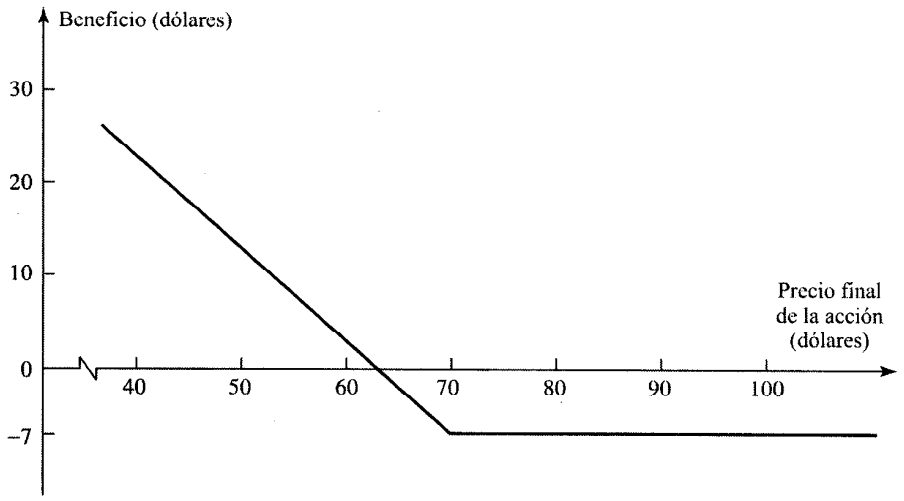


Figura 7.2. Beneficio obtenido comprando una opción europea de venta sobre una acción de Oracle. Precio de la opción = 7 dólares, Precio de ejercicio = 70 dólares.

Ejercicio anticipado

Como ya mencionamos, las opciones sobre acciones suelen ser americanas. Esto significa que el inversor de los ejemplos anteriores no tiene que esperar hasta la fecha del vencimiento para ejercer la opción. Más adelante veremos que, en determinadas circunstancias, puede ser óptimo ejercer opciones Americanas antes del vencimiento.

7.2. POSICIONES EN OPCIONES

En cada contrato de opciones hay dos partes. En una parte está el inversor que ha tomado la posición larga (es decir, ha comprado la opción). En la otra parte está el inversor que ha toma-

do la posición corta (es decir, ha vendido o emitido (*written*) la opción). El emisor de una opción recibe una paga en metálico pero tiene pasivos potenciales más adelante. Su beneficio/pérdida es la contraria de la del comprador de la opción. Las Figuras 7.3 y 7.4 muestran la variación del beneficio/pérdida para los emisores de las opciones en función del precio final de las acciones considerados en las Figuras 7.1 y 7.2.

Hay cuatro tipos de posiciones en opciones:

1. Posición larga en una opción de compra.
2. Posición larga en una opción de venta.
3. Posición corta en una opción de compra.
4. Posición corta en una opción de venta.

A menudo es útil caracterizar las posiciones en opciones Europeas en función del valor final (*payoff*) o pago al vencimiento para el inversor. El coste inicial de la opción no está incluido

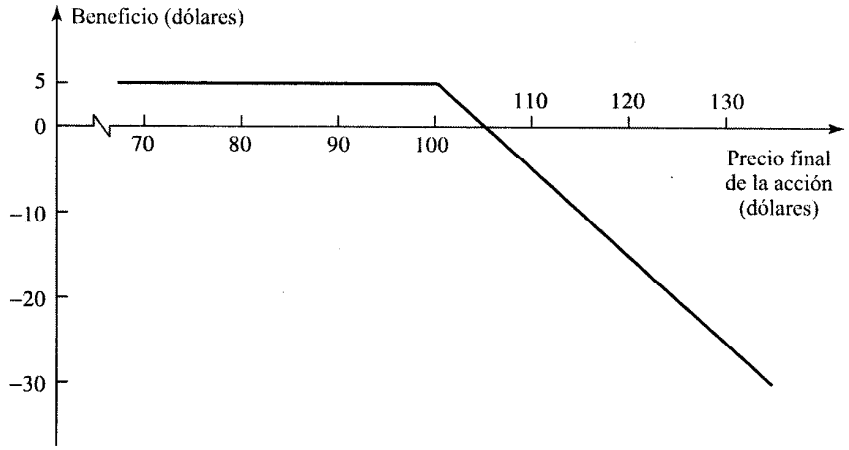


Figura 7.3. Beneficio de la emisión de una opción Europea de compra sobre una acción de Microsoft. Precio de la opción = 5 dólares, Precio de ejercicio = 100 dólares.

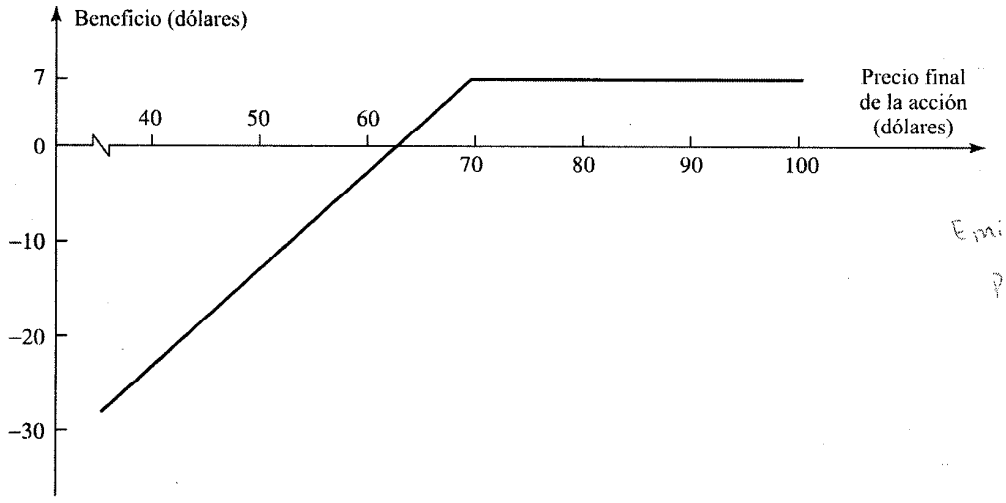


Figura 7.4. Beneficio obtenido con la emisión de una opción Europea de venta sobre una acción de Oracle. Precio de la opción = 7 dólares, Precio de ejercicio = 70 dólares.

en el cálculo. Si X es el precio de ejercicio y S_T es el precio final del activo subyacente, el pago de una posición larga en una opción de venta Europea es

$$\max(S_T - X, 0)$$

Esto refleja el hecho de que la opción será ejercida si $S_T > X$ y no será ejercida si $S_T \leq X$. El pago al poseedor de la posición corta en una opción de venta Europea es

$$-\max(S_T - X, 0) = \min(X - S_T, 0)$$

El ingreso del poseedor de una posición larga en una opción de venta Europea es

$$\max(X - S_T, 0)$$

y el ingreso de una posición corta en una opción de venta Europea es

$$-\max(X - S_T, 0) = \min(S_T - X, 0)$$

La Figura 7.5 ilustra gráficamente estos pagos.

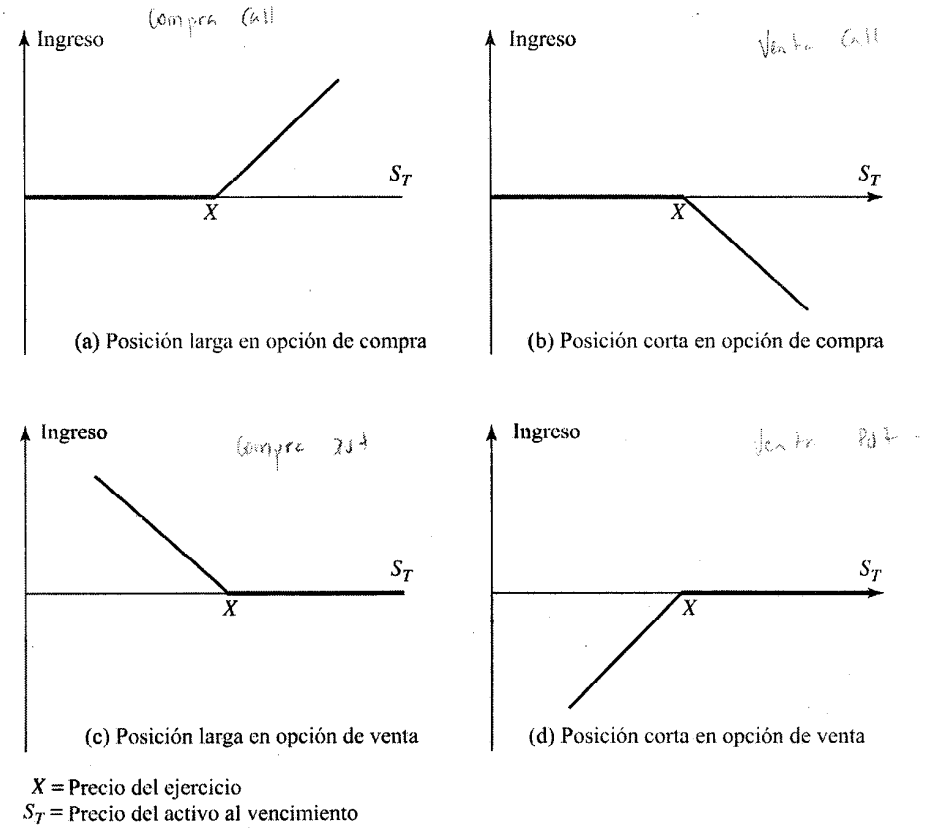


Figura 7.5. Ingresos en opciones Europeas: (a) Posición larga en opción de compra, (b) Posición corta en opción de compra, (c) Posición larga en opción de venta, (d) Posición corta en opción de venta.

7.3. ACTIVOS SUBYACENTES

Actualmente las opciones se negocian de forma muy activa en los mercados y los activos subyacentes son acciones, índices de acciones, divisas y contratos de futuros.

Opciones sobre acciones

Los mercados que tradicionalmente negocian opciones en los Estados Unidos son el 'Chicago Board Options Exchange' (www.cboe.com), el 'Philadelphia Stock Exchange' (www.phlx.com) y el 'Pacific Exchange' (www.pacifex.com). Actualmente se negocian opciones sobre las acciones de más de 500 empresas. Un contrato da a su propietario el derecho a comprar o vender 100 acciones al precio de ejercicio especificado. Este tamaño del contrato es conveniente dado que las acciones se negocian normalmente en lotes de 100.

Opciones sobre divisas

El principal mercado para la negociación de opciones sobre divisas es el 'Philadelphia Stock Exchange'. En él se ofrecen opciones Europeas y Americanas sobre un gran número de divisas. El tamaño del contrato depende de la divisa. Por ejemplo, en el caso de la libra esterlina, un contrato da a su propietario el derecho a comprar o vender 31.250 libras; en el caso del yen japonés, el contrato permite comprar o vender 6,25 millones de yenes. De los contratos de opciones sobre divisas hablaremos con más detalle en el Capítulo 12.

Opciones sobre índices

Actualmente en Estados Unidos se negocian muchas opciones diferentes sobre índices. Los contratos más populares en Estados Unidos son sobre el S&P 500 Index (SPX), el S&P 100 Index (OEX), el Nasdaq 100 Index (NDX) y el 'Dow Jones Industrial Average Index' (DJX). Todos ellos se negocian en el 'Chicago Board Option Exchange'. Las opciones sobre índices pueden ser Europeas o Americanas. Por ejemplo, el contrato sobre el S&P 500 es europeo mientras el contrato es sobre el S&P 100 americano. Un contrato permite comprar o vender 100 veces el índice al precio de ejercicio especificado. El pago es siempre en metálico, más que por la entrega de la cartera subyacente al índice. Consideremos, por ejemplo, un contrato de compra sobre el S&P 100 con un precio de ejercicio de 980. Si se ejerce cuando el valor del índice es 992, el emisor del contrato paga al propietario $(992 - 980) \times 100 = \$1.200$. Este pago en metálico se basa en el valor del índice al final del día en el cual se emite la orden de ejercer. No es sorprendente que los inversores normalmente esperen hasta el final del día antes de dar estas órdenes. Las opciones sobre índices se tratan detalladamente en el Capítulo 12.

Opciones sobre futuros

En una opción de futuros (u opción sobre futuros), el activo subyacente es un contrato de futuros. El contrato de futuros normalmente vence poco después del vencimiento de la opción. Las opciones de futuros están disponibles sobre la mayoría de los activos para los que se negocian contratos de futuros y suelen negociar en los mismos mercados que los contratos de futuros. Cuando el propietario de una opción de compra ejerce dicha opción, adquiere del emisor una posición larga en el contrato de futuros subyacente más una cantidad en metálico

igual al exceso del precio del futuro sobre el precio de ejercicio. Cuando se ejerce una opción de venta, su propietario adquiere una posición corta en el contrato de futuros subyacente más una cantidad en metálico igual al exceso del precio de ejercicio sobre el precio del futuro. De los contratos de opciones de futuros hablaremos más ampliamente en el Capítulo 13.

7.4. ESPECIFICACIONES DE LAS OPCIONES SOBRE ACCIONES

En el resto de este capítulo, nos centraremos en las opciones sobre acciones. Como ya mencionamos, un contrato de opción sobre acciones es un contrato de opción Americana para la compra o venta de acciones de una empresa. Los detalles del contrato como la fecha de vencimiento, el precio de ejercicio, lo que sucede cuando se declaran los dividendos, durante cuánto tiempo los inversores pueden mantener una posición, etc. vienen especificados por el mercado organizado.

Fechas de vencimiento

Las características utilizadas para describir una opción sobre acciones es el mes en el que vence. De esta manera, una operación de compra en enero de IBM es una opción de compra sobre IBM con fecha de vencimiento en enero. La fecha precisa de vencimiento es 10:59 p.m. (hora central) el sábado inmediatamente siguiente al tercer viernes del mes del vencimiento. El último día en que se negocian opciones es el tercer viernes del mes del vencimiento. Un inversor con una posición larga en una opción suele tener hasta las 4:30 p.m. hora central del viernes para dar instrucciones a su intermediario para ejercer la opción. El intermediario entonces tiene hasta las 10:59 p.m. del día siguiente para completar la tramitación de notificar al mercado que se va a producir el ejercicio.

Las opciones sobre acciones son sobre ciclos a enero, febrero o marzo. El ciclo de enero incluye los meses de enero, abril, julio y octubre. El ciclo de febrero consta de los meses de febrero, mayo, agosto y noviembre. El ciclo de marzo consta de los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre. Si la fecha de vencimiento del mes actual todavía no ha llegado, las opciones se negocian con fechas de vencimiento en el mes actual, el mes siguiente, y los dos meses siguientes en su ciclo. Si la fecha de vencimiento del mes actual no ha pasado todavía, las opciones se negocian con fechas de entrega en los dos meses siguientes del ciclo. Por ejemplo, IBM está en un ciclo de enero. Al principio de enero, las opciones se negocian con fechas de vencimiento en enero, febrero, abril y julio; al final de enero, se negocian con fechas de vencimiento en febrero, marzo, abril y julio; al principio de mayo, se negocian con fechas de vencimiento en mayo, junio, agosto y octubre; y así sucesivamente. Cuando una opción llega a su vencimiento, se empieza a negociar en otro ciclo. Las opciones a largo plazo, conocidas como LEAPS, también se negocian sobre algunas acciones. Estas tienen fechas de vencimiento no superiores a 3 años. Las fechas de vencimiento para las LEAPS sobre acciones son siempre en enero.

Precios de ejercicio

El 'Chicago Board Options Exchange' elige los precios de ejercicio a los que las opciones se pueden emitir de modo que están normalmente espaciados a 2,50, 5 o 10 dólares. Cuando el precio de las acciones es de 12 dólares, las opciones se pueden negociar con precios de ejercicio

de 10, 12,50 y 15 dólares; cuando el precio de ejercicio es 100 dólares, podríamos ver precios de ejercicio de 90, 95, 100, 105 y 110 dólares. Como explicaremos en breve, las escisiones y dividendos de las acciones (*stock dividends*) pueden llevar a precios de ejercicio no estándar.

Cuando se introduce una nueva fecha de vencimiento, el mercado suele elegir los dos o tres precios de ejercicio más cercanos al precio actual de las acciones. Si el precio de las acciones sale fuera del rango definido por el precio de ejercicio más alto y más bajo, se suele introducir a negociación una opción con un nuevo precio de ejercicio. Para ilustrar estas reglas, supongamos que el precio de las acciones es 84 dólares cuando empieza la negociación de opciones de octubre. Las opciones de compra y de venta primero serían ofrecidas con precios de ejercicio de 80, 85 y 90 dólares. Si el precio de ejercicio subiese por encima de 90 dólares, se ofrecería un precio de ejercicio de 95; si cayese por debajo de 80 dólares, se ofrecería un precio de ejercicio de 75 dólares; y así sucesivamente.

Terminología

Para cualquier activo dado en cualquier momento dado, pueden haber muchos contratos diferentes de opciones en negociación. Consideremos una acción para el que hay cuatro fechas de vencimiento y cinco precios de ejercicio. Si se negocian opciones de compra y de venta para cada fecha de vencimiento y cada precio de ejercicio, habrá un total de 40 contratos distintos. Todas las opciones del mismo tipo (compra o venta) reciben el nombre de *clase de opción*. Por ejemplo, las opciones de compra de IBM son una clase mientras las opciones de venta de IBM son otra clase. Una *serie de opciones* consiste en todas las opciones de una cierta clase con igual fecha de vencimiento y el mismo precio de ejercicio. En otras palabras, una serie de opciones se refiere a un cierto contrato determinado que se negocia. Las opciones de compra a 50 dólares IBM de octubre son una serie de opciones.

Las opciones reciben el nombre de *en dinero, a dinero, fuera de dinero* (*in the money, at the money, out of the money*). Una opción *en dinero* es aquélla que produciría un flujo de caja positivo para el propietario si fuese ejercida inmediatamente. De modo similar, una opción *a dinero* produciría un flujo de caja cero si fuese ejercida inmediatamente, y una opción *fuera de dinero* produciría un flujo de caja negativo si fuese ejercida inmediatamente. Si S es el precio de la acción y X es el precio de ejercicio, una opción de compra está en dinero cuando $S > X$, a dinero cuando $S = X$, y fuera de dinero cuando $S < X$. Una opción de venta está en dinero cuando $S < X$, a dinero cuando $S = X$, y fuera de dinero cuando $S > X$. Claramente, una opción sólo será ejercida si está en dinero. En ausencia de costes de transacción, una opción en dinero siempre será ejercida en la fecha de vencimiento si no ha sido ejercida anteriormente.

El *valor intrínseco* de una opción se define como el máximo entre cero y el pago que proporcionaría si se ejerciera inmediatamente. Para una opción de compra, el valor intrínseco es, por lo tanto, $\max(S - X, 0)$. Para una opción de venta, es $\max(X - S, 0)$. Una opción Americana en dinero debe valer al menos tanto como su valor intrínseco, dado que el propietario puede obtenerlo ejerciéndola inmediatamente. A menudo, lo mejor para el propietario de una opción Americana en dinero es esperar antes que ejercerla de inmediato. Entonces se dice que la opción tiene *valor temporal*. Puede pensarse que el valor total de una opción es la suma de su valor intrínseco y de su valor temporal.

Opciones flexibles *(flex options)*

El 'Chicago Board Options Exchange' ofrece *opciones flexibles* (*flex options*) sobre valores e índices bursátiles. Son opciones en las que los operadores en el parqué del mercado acuerdan

condiciones no estándar. Estas condiciones no estándar pueden incluir un precio de ejercicio o una fecha de vencimiento diferentes de las habitualmente ofrecidas en el mercado. También puede incluir que la opción sea Europea en lugar de Americana. Las opciones flexibles son un intento de los mercados de opciones de recuperar operaciones que se ha trasladado a los mercados *over-the-counter*. El mercado especifica el tamaño mínimo para las operaciones con opciones flexibles.

Dividendos y escisiones de acciones

Las primeras opciones extrabursátiles estaban protegidas de dividendos. Si una empresa declaraba un dividendo en metálico, el precio de ejercicio para las opciones sobre las acciones de la empresa se reducía el día ex-dividendo en un importe igual al dividendo. Las opciones negociadas en mercados no se suelen ajustar por los dividendos en metálico. Como veremos en el Capítulo 11, esto tiene implicaciones significativas en el método de valoración de las opciones.

Las opciones negociadas en los mercados se ajustan para escisiones de acciones. Una escisión sucede cuando las acciones existentes son divididas en más acciones. Por ejemplo, en 3-por-1, tres acciones nuevas se emiten para reemplazar cada una de las acciones ya existentes. Si una escisión no varía los activos o la capacidad de beneficios de una empresa, no debemos esperar que tenga ningún efecto en la riqueza de los accionistas de la empresa. Todo lo demás igual, una escisión 3 por 1 sólo producirá un descenso en el precio de las acciones a un tercio de su valor anterior. En general, una escisión debe hacer que el precio de las acciones baje a m/n su valor anterior. Las condiciones de los contratos de opciones se ajustan para reflejar los cambios esperados en el precio de las acciones que surgen de una escisión. Después de una escisión n-por-m, el precio de ejercicio se reduce en m/n de su valor anterior y el número de acciones cubiertas por un contrato se incrementa a n/m de su valor anterior. Si el precio de la acción se reduce de la manera esperada, las posiciones del emisor y del comprador de un contrato no cambian.

Ejemplo

Consideremos una opción de compra para adquirir de 100 acciones de una empresa a 30 dólares por acción. Supongamos que la empresa hace una escisión 2 por 1. Las condiciones del contrato de opción entonces cambiarán de modo que el propietario adquiere el derecho a comprar 200 acciones a 15 dólares por acción.

Las opciones sobre acciones se ajustan por dividendos en acciones. Un dividendo en acciones implica que una empresa emita más acciones para sus accionistas ya existentes. Por ejemplo, un 20 por ciento de dividendo en acciones significa que los inversores reciben una nueva acción por cada cinco de las que ya tenían. Un dividendo en acciones como una escisión de acciones no tiene ningún efecto sobre los activos o las ganancias de una empresa. Puede esperarse que el precio de las acciones baje como resultado de un dividendo en acciones. El 20 por ciento de dividendo en acciones es esencialmente lo mismo que una escisión 6-por-5. Por todo lo demás, la escisión debe hacer que el precio de las acciones baje a 5/6 de su valor anterior. Las condiciones de una opción se ajustan para reflejar descenso en el precio esperado que

surge a partir de un dividendo en acciones de la misma manera que surge a partir de una escisión de acciones.

Ejemplo

Consideremos una opción de venta sobre 100 acciones de una empresa a 15 dólares por acción. Supongamos que la empresa declara un 25 por ciento de dividendos en acciones. Esto equivale a una escisión de acciones 5-por-4. Las condiciones del contrato de la opción varían para dar al propietario el derecho a vender 125 acciones a 12 dólares.

Los ajustes también se hacen por emisión de derechos. El procedimiento básico es calcular el precio teórico de los derechos y entonces reducir el precio de ejercicio en esta cantidad.

Límites de posición y límites de ejercicio

El 'Chicago Option Board Exchage' suele especificar un límite para los contratos de opciones. Éste define el número máximo de contratos de opciones que un inversor puede poseer en un lado del mercado. Con este fin, posiciones largas en opciones de compra y posiciones cortas en opciones de venta se consideran en el mismo lado del mercado. También, las posiciones cortas en opciones de venta y posiciones largas en opciones de venta se consideran en el mismo lado. El *límite de ejercicio* coincide con el límite de la posición. Define el número máximo de contratos que puede ser ejercido por un particular (o grupo de particulares que actúe en conjunto) en cualquier período de cinco días laborales consecutivos. Las opciones sobre las acciones de empresas con mayor capitalización y negociadas con mayor frecuencia tienen límites de posiciones de 75.000 contratos. Las acciones de empresas con menor capitalización tienen límites de 60.000, 31.500, 22.500 o 13.500 contratos.

Los límites de posición y los límites de ejercicio se fijan para prevenir una influencia excesiva de las actividades de un inversor particular o un grupo de inversores sobre el mercado. Sin embargo, es una cuestión controvertida el saber si son realmente necesarios.

7.5. COTIZACIONES EN LA PRENSA DIARIA

Muchos periódicos publican las cotizaciones de opciones. En el *The Wall Street Journal*, actualmente pueden encontrarse las cotizaciones de las opciones sobre acciones bajo la cabecera «Listed Options» en la sección de *Money and Investing*. La Tabla 7.3 muestra las cotización tal y como aparecieron el 16 de marzo del 2001 en el *The Wall Street Journal*. Las cotizaciones se refieren a las negociaciones realizadas el día anterior (el jueves 15 de marzo del 2001).

La empresa sobre cuyas acciones se emite la opción aparece junto con el precio al cierre de las acciones en la primera columna de la Tabla 7.3. El precio de ejercicio y el mes de vencimiento aparecen en las columnas segunda y tercera. Si una opción de compra se negoció con cierto precio de ejercicio y mes de negociado, las dos columnas siguientes muestran el volumen de negocio y el último precio negociado para la opción de compra. Las dos últimas columnas muestran lo mismo para una opción de venta.

Tabla 7.3. Cotizaciones de las opciones sobre acciones del *Wall Street Journal* del 16 de marzo del 2001.

LISTED OPTIONS QUOTATIONS

			-CALL-		-PUT-	
OPTION/STRIKE		EXP	VOL.	LAST	VOL.	LAST
ADC Tel	10	May	25	206	1035	131
AmOnline	30	Mar	608	1070	...	...
	4059	3750	Mar	505	320	220	005
	4059	40	Mar	3071	105	820	050
	4059	40	Apr	2302	390	977	310
	4059	4250	Mar	1270	020	487	2
	4059	45	Mar	758	005	1456	450
	4059	45	Apr	1136	170	597	610
	4059	50	Apr	593	070	170	990
	4059	50	Jul	885	245	282	1080
ASM Intl	1250	Jun	650	363	770	125
ATT Wrls	20	Mar	15	015	525	170
	1890	20	Apr	1267	120	70	230
	1890	2250	Apr	...	...	620	430
	1890	25	Mar	...	...	635	650
AT&T	20	Apr	390	390	742	045
	2335	2250	Mar	1194	195	52	010
	2335	2250	Apr	2933	2	12689	110
	2335	25	Mar	800	005	265	240
	2335	25	Apr	2011	080	3891	250
	2335	40	Apr	9	010	582	1670
ATMI Inc	20	Sep	...	...	1000	413
Abbt L	4250	Mar	...	...	521	025
	4628	45	Apr	2228	280	324	180
AberFitch	35	May	534	285	...	...
Actel	2250	Apr	1046	150	...	...
Adelph	35	Apr	2700	5	...	...
AdobeS	25	Mar	612	158	1441	156
	25	30	Mar	987	095	537	550
AdvFibCm	25	Apr	685	031	...	...
A M D	20	Mar	181	360	600	005
	2356	2250	Mar	2855	120	232	020
	2356	25	Mar	1164	015	83	175
	2356	25	Apr	3338	185	148	310
	2356	25	Jul	1150	370	...	...
	2356	25	Oct	1004	560	...	...
Agilent	35	Apr	700	340	22	255
	3485	40	Apr	2754	150	...	...
Alamosa	1250	Apr	500	063	...	...
AlbnyMic	35	Aug	525	1025	...	...
Alhtsn	2750	Mar	18	040	476	045
AllegTel	20	Apr	...	...	2580	388
AldWaste	20	Mar	...	...	2128	520
Allste	40	Apr	1086	190	142	150
	4007	4250	Mar	2750	010	...	...
	4007	4250	Apr	2080	125	30	280
Alphalnd	1750	Apr	1052	169	...	...
Altera	25	Mar	777	1	122	056
	2525	2750	Mar	121	013	645	244
Amazon	750	Apr	255	413	1040	044
	11	45	Mar	...	...	1347	3375
Amdocs	65	Apr	20	3	2124	970
AmExpr	40	Mar	1186	050	430	060
	3980	40	Apr	622	250	234	250
	3980	4250	Apr	2181	165	140	420
AmGenl	3750	Jul	525	480	20	2
	3933	40	Mar	494	020	20	075
Am Hom	55	Mar	2698	140	50	060
	5656	55	Jul	2603	6	5	430
AmIntGp	95	May	...	...	1700	1710
AmStd	45	Jul	...	...	1000	1
Amgen	55	Apr	510	1263	99	169
	6513	60	Mar	716	6	172	013
	6513	65	Mar	455	125	634	125
	6513	70	Apr	737	313	225	7
	6513	75	Apr	524	163	300	1050
	6513	80	Apr	1299	088	2	15
Anadrk	55	May	...	...	500	180
	6343	65	Mar	788	040	1020	220
	6343	65	Apr	1113	320	...	...
	6343	65	May	505	460	34	580
	6343	70	Mar	...	...	2201	720
	6343	70	Apr	223	145	2101	770
	6343	75	Mar	1	025	975	1150
Analog	40	Mar	532	195	564	075
AndrxCp	45	Apr	532	244	1325	613
	3931	50	Apr	787	138	180	8
	3931	60	Apr	490	050	...	...
answthink	5	Mar	507	031	...	...
	528	5	Apr	510	113	...	...
Apache	65	Mar	23	010	2800	320
	6166	65	Apr	24	235	2804	560
AppleC	15	Apr	36	588	3003	050
	1969	1750	Apr	47	388	3254	113
	1969	20	Mar	1868	031	430	044
	1969	2250	Apr	5587	131	82	363
	1969	25	Apr	870	075	98	563
	1969	30	Jul	1429	119	10	988
	1969	4750	Apr	...	...	1500	119
ApdldMat	30	Apr	499	1925	492	050
	4613	40	Mar	6	8	678	006
	4613	40	Apr	76	9	1330	350
	4613	4250	Mar	672	350	507	025
	4613	4250	Apr	162	863	2864	350
	4613	45	Mar	1003	175	1618	081
	4613	45	Apr	769	538	1467	425
	4613	4750	Mar	675	063	1733	206
	4613	50	Mar	2448	050	798	388
	4613	50	Apr	3002	3	1564	7
	4613	55	Apr	704	169	1837	913
AMCC	20	Apr	504	538	626	206
	2363	35	Mar	6	006	557	1113
	2363	4750	Apr	...	...	510	1
Ariba	1750	Apr	3080	063	10	6
	1106	110	May	...	...	800	9863

Fuente: Reimpreso con permiso de Dow Jones, Inc,. Vía copyright Clearance Center, Inc. (c) 2001 Dow Jones and Company, Inc. Todos los derechos reservados en todo el mundo.

El precio de cotización es el precio de una opción para la compra o venta de una acción. Como mencionamos anteriormente, un contrato permite comprar o vender 100 acciones. Por lo tanto, un contrato cuesta 100 veces el precio mostrado. Dado que la mayoría de opciones tienen un precio inferior a 10 dólares y algunas un precio menor de 1 dólar, los posibles inversores no tienen que ser exactamente millonarios para negociar opciones.

El *The Wall Street Journal* también muestra el volumen total de compras, el volumen total de ventas, el interés abierto de compra y el interés abierto de venta para cada mercado. Las cifras para el 16 de marzo del 2001 están en la Tabla 7.4. El volumen es el número total de contratos negociados este día. El interés abierto es el número de contratos disponibles.

A partir de la Tabla 7.3, parece que había oportunidades de arbitraje el 15 de marzo del 2001. Por ejemplo, una opción de venta de Amazon.com para marzo con un precio de ejercicio de 45 tiene un precio de 33,75. Como el precio de la acción era 11, parece que se podrían haber comprado la opción de venta y la acción. Ejerciendo inmediatamente la opción de venta, se obtiene un beneficio de 0,25. De hecho, casi con certeza este tipo de oportunidades de arbitraje no existen. La Tabla 7.3 nos dice los precios a los que tuvieron lugar las últimas operaciones el 15 de marzo del 2001, tanto para opciones como para acciones. La última operación para la opción de venta de Amazon.com con un precio de ejercicio de 45 probablemente tuvo lugar mucho antes en el día que la última operación sobre acciones. Si se hubise intentado negociar una opción al mismo tiempo que la última negociación de la acción, el precio de la opción de venta habría sido mayor que 33,75.

Tabla 7.4. Volumen e interés abierto, 16 de marzo del 2001.

Mercado	Volumen de compras	Interés abierto de compras	Volumen de ventas	Interés abierto de ventas
Chicago Board	777.845	46.667.872	757.275	26.436.611
American	481.780	17.343.487	371.031	9.331.586
Philadelphia	261.970	27.454.323	226.953	14.051.375
Pacific	253.995	41.893.009	200.690	22.910.071
Total	1.775.590	133.358.691	1.555.949	72.729.643

7.6. NEGOCIACIÓN DE OPCIONES

Tradicionalmente, los mercados organizados han tenido que garantizar una gran área abierta para que los individuos se encuentren y negocien opciones. Esto está cambiando. Eurex, el gran mercado europeo de derivados, es totalmente electrónico de forma que los operadores no tienen que encontrarse físicamente. El 'Chicago Board Options Exchange' lanzó CBOEdirect en el 2001. Inicialmente se utilizará para negociar ciertas opciones fuera de de las horas regulares de negociación, pero es probable, que a la larga, sea usado para todas las operaciones.

Creadores de mercado (*market makers*)

La mayoría de los mercados de opciones utilizan un sistema de creadores de mercado para facilitar la compra-venta. Un creador de mercado para cierta opción es un particular que cotizará un precio para la opción siempre que se le requiera. El *bid* es el precio al cual el creador de mercado está dispuesto a comprar y el *offer* es el precio al cual está dispuesto a vender. En el momento en que se cotizan el *bid* y el *offer*, el creador de mercado no sabe si el operador que le ha pedido las cotizaciones quiere comprar o vender la opción. El *offer* es por supuesto más alto que el *bid* y la cantidad en la que el *offer* excede al *bid* se llama diferencial *bid-offer*. El mercado establece límites para el diferencial *bid-offer*. Por ejemplo, puede especificar que el diferencial no puede ser mayor que 0,25 dólares para opciones con precio menor que 0,50 dólares; 0,50 dólares para opciones con precio entre 0,50 dólares y 10 dólares, 0,75 dólares para opciones con precio entre 10 dólares y 20 dólares, y 1 dólar para opciones de precio superior a 20 dólares.

La existencia del creador de mercado asegura que las órdenes de compra y venta puedan ser siempre ejecutadas a cierto precio sin ningún retraso. Los creadores de mercado, por lo tanto, añaden liquidez al mercado. Pueden obtener beneficio de los diferenciales *bid-offer*. Utilizan alguno de los sistemas de los que hablaremos más adelante en este libro para cubrir sus riesgos.

Órdenes de compensación

Un inversor que ha comprado una opción puede cerrar su posición emitiendo una orden compensadora para la venta de la misma opción. De manera similar, un inversor que ha emitido

una opción puede cerrar su posición emitiendo una orden compensadora para la compra de la misma opción. Si cuando un contrato de opciones se negocia ningún inversor está compensando una posición previamente existente, el interés abierto aumenta en un contrato. Si un inversor compensa una posición existente y la otra parte no, el interés abierto queda igual. Si los dos inversores están compensando posiciones existentes, el interés abierto baja en un contrato.

7.7. COMISIONES

Los tipos de órdenes que pueden implementarse con un agente para operaciones en opciones son similares a aquéllos utilizados en las operaciones con futuros (véase Sección 2.8). Una orden *de mercado* se ejecutará de inmediato; una orden *con límite* especifica el precio menos favorable al que puede ejecutarse la orden, etc.

Para un inversor individual, las comisiones varían significativamente de un agente a otro. Los agentes de descuento generalmente cargan comisiones más bajas que los agentes *full-service*. Normalmente la cantidad cargada se calcula como un coste fijo más una proporción de la cantidad en dólares de la compra-venta. La Tabla 7.5 muestra el tipo de sistema que puede ofrecer un agente de descuento. Así, la compra de 8 contratos cuando el precio de la opción es 3 dólares costaría $\$20 + (0{,}02 \times 2.400) = \$68$ de comisiones.

Si una posición en opciones se cierra entrando en una posición compensadora, la comisión debe pagarse de nuevo. Si se ejerce la opción, un inversor paga la misma comisión que habría pagado cuando diera la orden de comprar o vender la acción subyacente. Normalmente, esto es de un 1 a un 2 por ciento del valor de las acciones.

Consideremos un inversor que compra una opción de compra con un precio de ejercicio de 50 dólares cuando el precio de las acciones es 49 dólares. Supongamos que el precio de la opción es 4,50 dólares, con lo cual el coste del contrato es 450 dólares. Utilizando los datos de la Tabla 7.5, la compra o venta de un contrato siempre cuesta 30 dólares (tanto la comisión máxima como la mínima es 30 dólares para el primer contrato). Supongamos que el precio de las acciones sube y se ejerce la opción cuando éste alcanza los 60 dólares. Suponiendo que el inversor paga una comisión del 1,5 por ciento para la compra-venta de acciones, la comisión que se paga cuando se ejerce la opción es

$$0{,}015 \times \$60 \times 100 = \$90$$

Tabla 7.5. Un sistema de comisión típico para un *discount* agente.

Cantidad en dólares de la operación	Comisiones*
< \$2.500	\$20 + 0,02 de la cantidad en dólares
De \$2.500 a \$10.000	\$45 + 0,01 de la cantidad en dólares
> \$10.000	\$120 + 0,0025 de la cantidad en dólares

* La máxima comisión es de 30 dólares por contrato para los primeros 5 contratos más 20 dólares por contrato por cada contrato adicional. La mínima comisión es 30 dólares por contrato para el primer contrato más 2 dólares por contrato por cada contrato adicional.

La comisión total pagada es, por lo tanto, 120 dólares y el beneficio neto para el inversor es

$$\$1.000 - \$450 - \$120 = \$430$$

Nótese que si el inversor pudiese vender la opción por 10 dólares en vez de ejercerla, se habría ahorrado 60 dólares en comisiones. (Esto es porque la comisión a pagar cuando se vende una opción es sólo 30 dólares en nuestro ejemplo.) En general, el sistema de comisiones tiende a empujar a los inversores a vender opciones más que a ejercerlas.

Un coste oculto en la compra-venta de opciones (y en compra-venta de acciones) es el diferencial *bid-offer* del creador de mercado. Supongamos que en el ejemplo que acabamos de considerar, el precio *bid* era de 4,00 dólares y el precio *offer* era 4,50 dólares en el momento en el que se compró la opción. De manera razonable, podemos suponer que un precio «justo» por la opción estaría entre el precio *bid* y el *offer*, o 4,25 dólares. El coste para el comprador o para el vendedor del sistema de creadores de mercado es la diferencia entre el precio justo y el precio pagado. Ésta es 0,25 dólares por opción, o 25 dólares por contrato.

7.8. GARANTÍAS

En los Estados Unidos, cuando se compran acciones, un inversor puede pagar en metálico o utilizar una cuenta de garantía. A esto se le conoce como compra con garantía. El depósito de garantía inicial suele ser el 50 por ciento del valor de las acciones y la garantía de mantenimiento suele ser el 25 por ciento del valor de las acciones. La cuenta de garantía opera de la misma manera que para un contrato de futuros (véase Capítulo 2).

Cuando se compran opciones de compra y de venta, el precio de la opción debe ser pagado en su totalidad. A los inversores no se les permite comprar opciones con garantía porque las opciones ya contienen apalancamientos sustanciales. Comprar con garantía aumentaría estos apalancamientos a un nivel inaceptable. Cuando un inversor emite una opción, necesita mantener fondos en una cuenta de garantía. Esto se debe a que el agente del inversor y el mercado quieren estar convencidos de que el inversor no va a fallar si se ejerce la opción. El tamaño de la garantía necesaria depende de las circunstancias.

Emisión de opciones descubiertas (*naked options*)

Consideremos primero la situación en la que una opción sobre acciones está descubierta (*naked*). Esto significa que la posición en la opción no está combinada con una posición compensadora en las acciones subyacentes. La garantía inicial para la emisión de una opción de compra descubierta será el mayor de los resultados de los dos cálculos siguientes:

1. Un total del 100 por ciento de ingresos de la venta más el 20 por ciento del precio de la acción subyacente menos la cantidad (de existir) en la que la opción estuviese fuera de dinero.
2. Un total del 100 por ciento de los ingresos de la opción más un 10 por ciento del precio de la acción subyacente.

Para la emisión de una opción descubierta de venta la garantía inicial es el mayor de:

1. Un total del 100 por ciento de ingresos de la venta más el 20 por ciento del precio de la acción subyacente menos la cantidad (de existir) en la que la opción estuviese fuera de dinero.

2. Un total del 100 por ciento de los ingresos de la opción más un 10 por ciento del precio de ejercicio.

Para opciones sobre un índice de base amplia, el 20 por ciento en los cálculos anteriores se reemplaza por un 15 por ciento porque el índice de acciones suele ser menos volátil que el precio de la acción individual.

Ejemplo

Un inversor emite 4 contratos de opciones descubiertas de compra sobre acciones. El precio de la opción es 5 dólares, el precio de ejercicio es 40 dólares, y el precio de las acciones es 38 dólares. Como la opción está en 2 dólares fuera de dinero, el primer cálculo da

$$400[5 + 0{,}2 \times 38 - 2] = \$4.240$$

El segundo cálculo da

$$400[5 + 0{,}1 \times 38] = \$3.520$$

El requisito de garantía inicial es, por lo tanto, 4.240 dólares. Nótese que si la opción hubiese sido de venta, habría sido de 2 dólares en dinero y el requisito de garantía de

$$400[4 + 0{,}2 \times 38] = \$5.040$$

En ambos casos los ingresos de la venta, 2.000 dólares, pueden utilizarse para formar parte de la cuenta de garantía.

Un cálculo similar al de la garantía inicial (pero con el precio actual de mercado sustituyendo los ingresos de la venta) se repite cada día. Los fondos pueden obtenerse de la cuenta de garantía cuando el cálculo indica que el requisito de garantía es menor que el saldo actual de la cuenta de garantía. Cuando el cálculo indica que se necesita una garantía significativamente mayor, se reclamará una garantía adicional.

Emisión de opciones de compra cubiertas

Emitir opciones de compra cubiertas consiste en emitir opciones de compra cuando las acciones que pueden tener que ser entregadas están todavía en propiedad del emisor de las opciones. Las opciones cubiertas de compra son bastante menos arriesgadas que las opciones descubiertas de compra dado que lo peor que puede suceder en las cubiertas es que el inversor necesite vender las acciones que ya posee a un precio por debajo de su valor de mercado. Si las opciones de compra cubiertas están fuera de dinero, no se necesitan garantías. Las acciones propias pueden comprarse utilizando una cuenta de garantía como describimos previamente, y el precio recibido por la opción puede utilizarse para cubrir parcialmente el requisito de garantía. Si las opciones están en dinero, no se necesita ninguna garantía para las opciones. Sin embargo, para calcular la posición en acciones del inversor, el precio de la acción se reduce de la diferencia (de darse) en la que la opción estuviese en dinero. Esto puede limitar la cantidad que el inversor puede sustraer de la cuenta de garantía si el precio de la acción aumenta.

Ejemplo

Un inversor en los Estados Unidos decide comprar 200 acciones de cierta empresa a plazo y emitir 2 contratos de opciones de compra sobre las acciones. El precio de la acción es 63 dólares, el precio de ejercicio es 60 dólares, y el precio de la opción es 7 dólares. La cuenta de garantía permite al inversor pedir prestado el 50 por ciento del precio de las acciones, o 6.300 dólares. El inversor también puede utilizar el precio recibido por la opción, 7×200 o 1.400 dólares, para financiar la compra de las acciones. Las acciones cuestan $\$63 \times 200 = 12.600$ dólares. La cantidad en metálico mínima que necesita inicialmente el inversor para sus operaciones es, por lo tanto,

$$\$12.600 - \$6.300 - \$1.400 = \$4.900$$

En el Capítulo 9 examinaremos estrategias de compra-venta de opciones más complicadas como los *spreads*, combinaciones, *straddles* y *strangles*. Hay unas reglas especiales para determinar los requisitos de garantías cuando se utilizan estas estrategias de compra-venta.

7.9. LA CÁMARA DE COMPENSACIÓN DE OPCIONES

La 'Cámara de Compensación de Opciones' ('OCC') realiza para los mercados de opciones muchas funciones de la misma clase que la Cámara de Compensación realiza para los mercados de futuros (véase Capítulo 2). Garantiza que el emisor de la opción cumpla con sus obligaciones bajo las condiciones del contrato de opción y que mantiene un registro de todas las posiciones largas y cortas. La 'OCC' tiene un cierto número de miembros, y todas las compraventas de opciones compensarse claramente a través de un miembro. Si una agencia de intermediarios no es miembro de la 'OCC' llegar a un acuerdo con un miembro para realizar sus operaciones. Los miembros necesitan tener una cantidad mínima de capital y contribuir a un fondo especial que puede ser utilizado si algún miembro no cumple con una obligación sobre una opción.

Cuando compra una opción, el comprador debe pagarla en su totalidad a la mañana del siguiente día laboral. Estos fondos se depositan en la 'OCC'. El emisor de la opción mantiene una cuenta de garantía con su intermediario, como describimos anteriormente. El agente mantiene una cuenta de garantía con el miembro de la 'OCC' a través del cual opera. El miembro de la 'OCC', por otro lado, mantiene una cuenta de garantía con la 'OCC'. Los requisitos de garantía descritos en la sección anterior son los impuestos por la 'OCC' a sus miembros. Una agencia de valores puede requerir garantías mayores de sus clientes. Nunca pueden requerirse garantías menores.

Ejercer una opción

Cuando un inversor desea ejercer una opción, lo notifica a su agente. El agente por su lado lo notifica al miembro de la 'OCC' a través del cual opera. Entonces este miembro da una orden de ejercicio a la 'OCC'. La 'OCC' selecciona al azar un miembro con una posición corta pendiente en la misma opción. El miembro, utilizando un procedimiento establecido anterior-

mente, selecciona un inversor determinado que haya emitido la opción. Si la opción es de compra, el inversor necesita vender acciones al precio de ejercicio. Si es de venta, el inversor necesita vender las acciones al precio de ejercicio. Se dice que el invesor es *asignado*. Cuando se ejerce una opción, el interés abierto baja en una unidad.

Al vencimiento de la opción, todas las opciones en dinero deben ejercerse a menos que los costes de transacción sean tan altos que puedan anular el pago de la opción. Algunas agencias de valores automáticamente ejercerán las opciones de sus clientes al vencimiento cuando sea en interés de sus clientes el hacerlo. Muchos mercados tienen reglas para ejercer opciones que están en dinero al vencimiento.

7.10. REGULACIÓN

Los mercados de opciones están regulados de muchas formas. Los mercados y la 'Cámara de Compensación de Opciones' fijan reglamentos que ordenan la conducta de los operadores. Además, existen autoridades reguladoras federales y estatales. En términos generales, los mercados de opciones han demostrado cierta voluntad para regularse por sí mismas. No ha habido escándalos de envergadura o quiebras de los miembros de la 'OCC'. Los inversores pueden tener un alto nivel de confianza en la forma de funcionamiento del mercado.

La 'Securities Exchange Commission' es responsable de regular los mercados de opciones en acciones, índices de acciones, divisas, y bonos a nivel federal. La 'Commodity Futures Trading Commission' es responsable de regular los mercados de opciones sobre futuros. Los mayores mercados de opciones están en los estados de Illinois y New York. Estos estados aplican de forma activa sus propias reglas sobre prácticas de negociación que se consideran inaceptables.

7.11. FISCALIDAD

Determinar las implicaciones fiscales de estrategias de opciones puede ser complicado y un inversor que tiene dudas sobre su posición debe consultar a un especialista fiscal. En los Estados Unidos, la regla general no aplicable a inversores profesionales para todos los inversores es que los beneficios y pérdidas de la compra-venta de opciones sobre acciones tributen como ganancias o pérdidas de capital. La forma en que tributan las ganancias y pérdidas de capital en los Estados Unidos se comentó en la Sección 2.10. Tanto para el propietario como para el emisor de una opción, se reconoce una ganancia o pérdida cuando (a) se permite que la opción venza sin ejercerla o (b) la opción se cierra con una operación compensadora. Si la opción se ejerce, la ganancia o pérdida obtenida se incluye en la posición tomada en acciones y reconocida cuando esta posición es cerrada. Por ejemplo, si se ejerce una opción de compra la parte con una posición larga se considera que ha tenido que comprar las acciones al precio de ejercicio más el precio de la opción de compra. Esto entonces se utiliza como una base para calcular el beneficio o pérdida de esta parte cuando las acciones finalmente se venden. De forma similar, se considera que la parte con la posición corta ha tenido que vender las acciones al precio de ejercicio más el precio original de la opción de compra. Si se ejerce una opción de venta, se considera que el emisor ha comprado las acciones por el precio de ejercicio menos el precio de venta original y el comprador se considera que ha vendido la acción por ese precio.

Wash Sale Rule

Una consideración fiscal en la compra-venta de opciones en los Estados Unidos es el *wash sale rule*. Para entender esta regla, imaginemos un inversor que compra acciones cuando el precio es 60 dólares y piensa mantenerlas durante un período largo. Si el precio de las acciones baja a 40 dólares, el inversor puede estar tentado de venderlas y volverlas a comprar inmediatamente con lo cual habría obtenido una pérdida de 20 dólares con propósitos fiscales. Para prevenir este tipo de operaciones, las autoridades fiscales tienen regulado que cuando la recompra se realiza dentro de un período de 30 días de la venta (es decir, 30 días antes de la venta y 30 días después de la venta), la pérdida sobre la venta no es deducible. La anulación también se aplica cuando, dentro de un período de 61 días, el contribuyente entra en una opción o contrato similar para adquirir las acciones. Por tanto, vender las acciones con pérdidas y comprar una opción de compra dentro de un período de 30 días producirá la anulación de la pérdida. El *wash sale rule* no se aplica si el contribuyente es un *dealer* en valores y la pérdida se sufre en el curso ordinario del negocio.

Ventas constructivas

Hasta 1997, si un contribuyente de los Estados Unidos mantenía una posición corta y una posición larga en activos sustancialmente idénticos (*security*), no se reconocía ninguna pérdida o ganancia hasta que se cerraba la posición corta. Esto quería decir que la posición corta podía usarse para diferir el reconocimiento de una ganancia con propósitos fiscales. La situación cambió con el 'Tax Relief Act' de 1997. Una propiedad se trata como 'vendida constructivamente' (*constructively sold*) cuando el propietario realiza una de las siguientes acciones:

1. Entra en una venta a corto sobre la misma (o sustancialmente la misma) propiedad.
2. Entra en un contrato de futuros o a plazo para la entrega de la misma (o sustancialmente la misma) propiedad.
3. Entra en una o más posiciones que eliminan sustancialmente todas las oportunidades de pérdidas y ganancias.

Debe notarse que las transacciones que, o bien sólo reducen el riesgo de pérdida o la oportunidad de ganancia únicamente, no resultan en ventas constructivas. Por tanto, un inversor que mantuviese una posición larga en acciones puede comprar opciones de venta en dinero sobre las acciones sin crear una venta constructiva.

Planificación fiscal utilizando opciones

En la práctica fiscal, a veces se utilizan opciones para minimizar los costes tributarios o maximizar los beneficios tributarios. Por ejemplo, a veces es ventajoso recibir el ingreso de un valor en el país A y su ganancia o pérdida de capital en el país B. Éste sería el caso si el país A tiene un régimen fiscal que supone un tipo impositivo efectivo bajo sobre los intereses y dividendos y un tipo impositivo relativamente alto sobre ganancias de capital. Puede conseguirse esto haciendo que una empresa en el país A sea la propietaria legal del valor, y que una empresa en el país B compre una opción de compra sobre la acción de la empresa en el país A con el precio de ejercicio igual a su valor presente. Como otro ejemplo, considere la posición de una empresa con una posición importante en acciones de otra empresa cuyo precio ha

aumentado rápidamente desde que estas acciones se compraron (*holding period*). Suponga que esta empresa quisiera vender estas acciones. De hacer esto en la forma habitual, estará sujeta a ganancias de capital. Una estategia alternativa es pedir prestados fondos a veinte años bajo el acuerdo de que la empresa tiene la opción, al cabo de los veinte años, de devolver el préstamo con las acciones. Esto retrasa la aparición de las ganancias de capital.

Las autoridades fiscales han propuesto una legislación en muchas jurisdicciones para combatir el uso de derivados con propósitos fiscales. Antes de entrar en cualquier transacción por motivos fiscales, un tesorero debería explorar en detalle cómo puede quedar a salvo la estructura en el caso de un cambio legal y cuál sería el coste del proceso.

7.12. *WARRANTS*, OPCIONES SOBRE ACCIONES PARA EJECUTIVOS (*EXECUTIVE STOCK OPTIONS*) Y OBLIGACIONES CONVERTIBLES (*CONVERTIBLES*)

Normalmente, cuando se ejerce una opción de compra sobre unas acciones, la parte en posición corta compra las acciones que ya han sido emitidas y las vende a la parte en posición larga al precio de ejercicio. La empresa cuyas acciones subyacen a la opción no interviene en ningún momento. Los *Warrants* y las opciones para ejecutivos son opciones de compra que funcionan de forma ligeramente diferente. Están emitidas por una empresa sobre sus propias acciones. Cuando se ejercen, la empresa emite nuevas acciones y las vende al propietario de la opción al precio de ejercicio. El ejercicio de un *Warrant* o una opción para ejecutivos produce, por tanto, un aumento en el número de acciones en circulación.

Los *Warrants* son opciones de compra que a menudo aparecen como resultado de una emisión de bonos. Son añadidos a las emisiones de bonos para hacerlas más atractivas a los inversores. Típicamente, un *Warrant* dura un cierto número de años. Una vez creados, a menudo se negocian separadamente al bono al que estaban unidos.

Las opciones para ejecutivos (*Executive stock options*) son opciones de compra emitidas para ejecutivos con el fin de motivarles a actuar en el interés de la empresa y sus accionistas. Normalmente están 'a dinero' cuando se emiten por primera vez. Tras un cierto período de tiempo, adquieren valor y pueden ejercerse. Las opciones para ejecutivos no pueden negociarse. A menudo duran hasta 10 o 15 años.

Los bonos convertibles son bonos emitidos por una empresa que pueden convertirse en acciones de la empresa emisora en ciertos momentos en el futuro conforme a cierto ratio de intercambio. Son, por tanto, bonos que incluyen una opción de compra sobre acciones de la empresa. Los convertibles son similares a los *Warrants* y las opciones para ejecutivos en el sentido de que su ejercicio hace que entren en circulación más acciones de la empresa.

7.13. MERCADOS *OVER-THE-COUNTER*

La mayor parte de este capítulo se ha centrado en los mercados organizados de opciones. El mercado de opciones *over-the-counter* para opciones ha adquirido una creciente importancia desde inicios de los años ochenta y es hoy mayor que el mercado organizado. Como explicamos en el capítulo 1, en el mercado *over-the-counter*, las instituciones financieras, tesoreros

corporativos y gestores de fondos negocian por teléfono. Hay una amplia variedad de activos subyacentes a las opciones. Las opciones *over-the-counter* sobre divisas y tipos de interés son muy populares. La desventaja principal del mercado *over-the-counter* es que el emisor de la opción puede no responder a su compromiso (*default*). Esto implica que el comprador de la opción está sujeto a cierto riesgo de crédito. En un intento por superar esta desventaja, los participantes en el mercado están adoptando un cierto número de medidas como requerir a la parte contraria fijar garantías (*post collateral*).

Los instrumentos negociados en el mercado *over-the-counter* están a menudo estructurados por instituciones financieras para responder a las necesidades concretas de sus clientes. A veces esto incluye la elección de fechas de ejercicio, precios de ejercicio y tamaños de contrato diferentes a aquéllos negociados en el mercado organizado. En otros casos la estructura de la opción es diferente a las opciones estándar de compra y de venta. La opción es entonces denominada *opción exótica*. El capítulo 19 describe un ciero número de diferentes opciones exóticas.

7.14. RESUMEN

Hay dos tipos de opciones: de compra y de venta. Una opción de compra da a su propietario el derecho a comprar el activo subyacente por un determinado precio en una cierta fecha. Una opción de venta da a su propietario el derecho a vender el activo subyacente en una fecha determinada a un cierto precio. Hay cuatro posiciones posibles en un mercado de opciones: una posición larga en una opción de compra, una posición corta en una opción de compra, una posición larga en una opción de venta y una posición corta en una opción de venta. Tomar una posición corta en una opción equivale a emitirla. Actualmente las opciones se negocian sobre acciones, índices de acciones, divisas, contratos de futuros y otros activos.

Un mercado organizado debe especificar las condiciones de los contratos de opciones que negocia. En particular, debe especificar el tamaño del contrato, el momento preciso del vencimiento y el precio de ejercicio. En los Estados Unidos un contrato de opción sobre acciones da a su propietario el derecho a comprar o vender 100 acciones. El vencimiento del contrato de opciones sobre acciones es a las 10:59 p.m. hora central del sábado inmediatamente después del tercer viernes del mes del vencimiento. Opciones con cuatro meses de vencimiento diferentes se negocian en cada momento. Los precios de ejercicio son a intervalos de $2\frac{1}{2}$ dólares, 5 dólares, o 10 dólares, dependiendo del precio de las acciones. Cuando se empieza a negociar una opción, el precio de ejercicio generalmente está cercano al precio actual de las acciones.

Las condiciones de una opción sobre acciones no están ajustadas por dividendos en metálico. Sin embargo sí los están por dividendos en acciones, escisión de acciones, y emisiones de derechos. El objetivo del ajuste es el de mantener invariables las posiciones del emisor y del comprador del contrato.

La mayoría de los mercados organizados de opciones utilizan un sistema de creadores de mercado. Un creador de mercado es un individuo que está dispuesto a cotizar un *bid* (precio al cual está dispuesto a comprar) y un *offer* (precio al cual está dispuesto a vender). Los creadores de mercado incrementan la liquidez del mercado y aseguran que no haya demoras en la ejecución de órdenes. Ellos obtienen un beneficio de la diferencia entre sus precios *bid* y *offer* (conocida como diferencial *bid-offer*). El mercado tiene unas reglas que especifican los límites superiores para los diferenciales *bid-offer*.

Los emisores de opciones tienen pasivos potenciales y necesitan mantener garantías con sus agentes. Si el agente no es un miembro de la 'Cámara de Compensación de Opciones' mantendrá una cuenta de garantía con una entidad que sea miembro. Esta entidad, por su lado, mantedrá una cuenta de garantía con la 'Cámara de Compensación de Opciones'. Ésta será responsable de mantener un registro de todos los contratos pendientes, gestionar órdenes de ejercicio, etc.

No todas las opciones se negocian en mercados organizados. Muchas opciones se negocian por teléfono en el mercado *over-the-counter*. Una ventaja de las opciones *over-the-counter* es que pueden ser diseñadas por una institución financiera para resolver las necesidades particulares de un tesorero corporativo o gestor de fondos.

Lecturas recomendadas

Chance, D. M., *An Introduction to Options and Futures Markets*. Orlando, FL: Dryden Press, 1989

Cox, J. C., and M. Rubinstein, *Options Markets*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1985

Kolb, R., *Futures, Options, and Swaps*, 3.ª ed. Oxford: Blackwell, 1999

McMillan, L. G., *Options as a Strategic Investment*. New York: New York Institute of Finance, 1986

Test (respuestas al final del libro)

7.1. Un inversor compra una opción Europea de venta sobre una acción por 3 dólares. El precio de la acción es 42 dólares y el precio de ejercicio es 40 dólares. ¿Bajo qué circunstancias el inversor obtendrá beneficio? ¿Bajo qué circunstancias se ejercerá la opción? Dibuje un diagrama que muestre la variación del beneficio del inversor en función del precio de ejercicio al vencimiento de la opción.

7.2. Un inversor vende una opción de compra Europea sobre una acción por 4 dólares. El precio de la acción es 47 dólares y el precio de ejercicio es 50 dólares. ¿Bajo qué circunstancias el inversor obtendrá beneficio? ¿Bajo qué circunstancias se ejercerá la opción? Dibuje un diagrama que muestre la variación del beneficio del inversor en función del precio de ejercicio al vencimiento de la opción.

7.3. Un inversor compra una opción de compra con un precio de ejercicio de X y emite una opción de venta con el mismo precio de ejercicio. Describa la posición del inversor.

7.4. Explique por qué los agentes necesitan garantías de sus clientes cuando emiten opciones pero no cuando las compran.

7.5. Una opción sobre acciones está en el ciclo de febrero, mayo, agosto y noviembre. ¿Qué opciones se negociarán (a) el 1 de abril y (b) el 30 de mayo?

7.6. Una empresa declara una escisión de acciones 3 por 1. Explique cómo varían los términos de la opción de compra con un precio de ejercicio de 60 dólares.

7.7. El tesorero de una corporación está diseñando un programa de coberturas que incluye opciones sobre divisas. ¿Cuáles son los pros y los contras de utilizar (a) el 'Philadelphia Stock Exchange' y (b) el mercado *over-the-counter* para la negociación?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

7.8. Suponga que una opción Europea de compra sobre una acción por 100,00 dólares cuesta 5,00 dólares y se mantiene hasta su vencimiento. ¿Bajo qué circunstancias un inver-

sor obtendrá beneficio? ¿Bajo qué circunstancias se ejercerá la opción? Dibuje un diagrama que muestre la variación del beneficio del inversor en función del precio de ejercicio al vencimiento de la opción.

7.9. Suponga que una opción de venta Europea sobre una acción por 60,00 dólares cuesta 4,00 dólares y se conserva hasta su vencimiento. ¿Bajo qué circunstacias el vendedor de la opción (que es la parte con la posición corta) obendrá beneficio? ¿Bajo qué circunstancias se ejercerá la opción? Dibuje un diagrama que muestre la variación del beneficio del inversor en función del precio de ejercicio al vencimiento de la opción.

7.10. Describa el valor final de la siguiente cartera: un contrato a plazo que se acaba de emitir sobre un activo y una posición larga en una opción de venta europea sobre el activo con el mismo vencimiento que el contrato a plazo y un precio de ejercicio igual al precio a plazo del activo en el momento en que se construye la cartera. Demuestre que la opción de venta Europea tiene el mismo precio que una opción de compra Europea con el mismo precio de ejercicio y vencimiento.

7.11. Un operador compra una opción de compra con un precio de ejercicio de 45 dólares y una opción de venta con un precio de ejercicio de 40 dólares. Ambas opciones tienen el mismo vencimiento. La opción de compra cuesta 3 dólares y la opción de venta 4 dólares. Dibuje un diagrama mostrando la variación del beneficio del operador respecto al precio del activo.

7.12. Explique por qué una opción Americana vale siempre al menos lo mismo que una opción Europea sobre el mismo activo con el mismo precio de ejercicio y la misma fecha de vencimiento.

7.13. Explique por qué una opción Americana vale siempre al menos lo mismo que su valor intrínseco.

7.14. Explique detenidamente la diferencia entre emitir una opción de compra y comprar una opción de venta.

7.15. El tesorero de una empresa está intentando elegir entre el uso de opciones y contratos a plazo para cubrir el riesgo de tipo de cambio de su empresa. Comente las ventajas y desventajas de cada uno.

7.16. Supongamos que los tipos de cambio al contado y a plazo para la libra esterlina y el dólar U.S.A. son los siguientes:

Al contado	1,8470
A plazo 90-días	1,8381
A plazo 180-días	1,8291

¿Qué oportunidades están abiertas para un inversor en las siguientes situaciones?

a) Una opción Europea de compra a 180 días para la compra de 1 libra por 1,80 dólares cuesta 0,0250 dólares.
b) Una opción Europea de venta a 90 días para la compra de 1 libra por 1,86 dólares cuesta 0,0200 dólares.

7.17. Considere un contrato de opciones negociado en un mercado organizado para la compra de 500 acciones con un precio de ejercicio de 40 dólares y un vencimiento a cuatro meses. Explique cómo varían las condiciones del contrato de opciones cuando hay

a) Un dividendo de acciones del 10 por ciento.
b) Un dividendo en metálico del 10 por ciento.
c) Una escisión en acciones 4 por 1.

7.18. «Si la mayoría de las opciones de venta sobre una acción están en dinero, es probable que el precio de las acciones suba rápidamente en los próximos meses.» Razone esta afirmación.

7.19. ¿Cuál es el efecto de un dividendo en metálico inesperado sobre (a) el precio de una opción de compra (b) el precio de una opción de venta?

7.20. Las opciones sobre acciones de General Motors están en el ciclo de marzo, junio, septiembre y diciembre. ¿Qué opiones se negociarán el (a) 1 de marzo, (b) 30 de junio y (c) 5 de agosto?

7.21. Explique por qué el diferencial *bid-offer* del creador de mercado representa un coste real para un inversor en opciones.

7.22. Un inversor en Estados Unidos emite cinco contratos de opciones descubiertas de compra. El precio de la opción es 3,50 dólares, el precio de ejercicio es 60,00 dólares y el precio de las acciones es 57,00 dólares. ¿Cuál es el requisito de garantía inicial?

Preguntas de repaso

7.23. Un inversor estadounidense compra 500 acciones de una empresa y vende cinco contratos de opciones sobre acciones. El precio de ejercicio es 30 dólares. El precio de la opción es 3 dólares. ¿Cuál es la inversión mínima en metálico si (a) el precio de las acciones es 28 dólares y (b) si es 32 dólares?

7.24. El precio de una acción es de 40 dólares. El precio registrado de una opción Europea de venta sobre la acción con un precio de ejercicio de 30 dólares y vencimiento dentro de un año ha sido de 7 dólares y el precio registrado de una opción Europea de compra sobre una acción con un precio de ejercicio de 50 dólares ha sido de 5 dólares. Suponga que un inversor compra 100 acciones, emite 100 opciones de compra y compra 100 opciones de venta. Dibuje un diagrama ilustrando cómo varía el beneficio del inversor con el precio de las acciones a lo largo del siguiente año. ¿Cómo cambiaría su respuesta si el inversor comprase 100 acciones, emitiese 200 opciones de compra y comprase 200 opciones de venta?

7.25. «Si una empresa no lo hace mejor que sus competidoras pero el mercado de acciones sube, los ejecutivos obtienen beneficios de sus opciones para ejecutivos. Esto no tiene sentido.» Comente este punto de vista. ¿Puede proponer alternativas al plan de opciones habitual para ejecutivos que tenga en cuenta el anterior punto de vista?

CAPÍTULO 8

Propiedades de las opciones sobre acciones

En este capítulo veremos los factores que determinan los precios de las opciones sobre acciones. Utilizaremos diferentes argumentos de arbitraje para examinar las relaciones entre los precios de las opciones Europeas, de las opciones Americanas, y de las acciones subyacentes. La más importante de estas relaciones es la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*put-call parity*), que relaciona los precios de las opciones Europeas de compra y de venta.

En el capítulo se examina si deben ejercerse las opciones Americanas antes del vencimiento. Demostraremos que nunca es óptimo ejercer antes del vencimiento una opción de compra Americana sobre acciones que no pagan dividendos, pero que existen algunas circunstancias bajo las cuales el ejercicio de anticipado de una opción de venta Americana sobre tales acciones antes de su vencimiento sí es óptimo.

8.1. FACTORES DETERMINANTES DE LOS PRECIOS DE LAS OPCIONES

Hay seis factores que determinan el precio de una opción sobre acciones:

1. El precio actual de las acciones, S_0.
2. El precio de ejercicio, X.
3. El tiempo hasta el vencimiento, T.
4. La volatilidad del precio de las acciones, σ.
5. El tipo de interés libre de riesgo, r.
6. Los dividendos esperados durante la vida de la opción.

En esta sección consideraremos qué les sucede a los precios de las opciones cuando uno de estos factores varía mientras los otros permanecen fijos. Los resultados están resumidos en la Tabla 8.1.

Tabla 8.1. Resumen de los efectos sobre el precio de una opción sobre acciones incrementando una variable y dejando fijas todas las demás*.

Variable	Opción Europea de compra	Opción Europea de venta	Opción Americana de compra	Opción Americana de venta
Precio de las acciones	+	−	+	−
Precio de ejercicio	−	+	−	+
Tiempo hasta el vencimiento	?	?	+	+
Volatilidad	+	+	+	+
Tipo de interés libre de riesgo	+	−	+	−
Dividendos	−	+	−	+

* + Indica que el incremento en la variable produce un incremento del precio de la opción; − indica que el incremento de la variable causa un reducción en el precio de la opción; ? indica que la relación es incierta.

Las Figuras 8.1 y 8.2 muestran cómo dependen los precios de las opciones Europeas de compra y de venta de los seis factores en la situación donde $S_0 = 50$, $X = 50$, $r = 5\,\%$ anual, $\sigma = 30\,\%$ anual, $T = 1$ año, y no se pagan dividendos. En este caso, el precio de la opción de compra es 7,116 y el precio de la opción de venta es 4,677.

Precio de las acciones y precio de ejercicio

Si se ejerce en algún momento en el futuro, el ingreso (*payoff*) obtenido de una opción de compra será la cantidad en la que el precio de las acciones excede el precio de ejercicio. Las opciones de compra, por lo tanto, tienen un mayor valor cuando el precio de las acciones aumenta y valen menos cuando el precio de ejercicio aumenta. Para una opción de venta, el ingreso (*payoff*) obtenido del ejercicio es la cantidad en la que el precio de ejercicio excede el precio de las acciones. En las opciones de venta, por lo tanto, sucede lo contrario que en las opciones de compra. Tienen menos valor cuando el precio de las acciones aumenta y más valor cuando es el precio de ejercicio el que sube. Las Figuras 8.1a, b, c y d muestran el modo en que los precios de las opciones de compra y de venta dependen del precio de las acciones y del precio de ejercicio.

Tiempo hasta el vencimiento

Consideremos ahora el efecto de la fecha de vencimiento. Las opciones Americanas de compra y de venta tienen un mayor valor cuando el tiempo hasta el vencimiento aumenta. Para ver esto, consideremos dos opciones que difieren solamente en su vencimiento. El propietario de la opción de mayor vencimiento tiene todas las oportunidades de ejercicio abiertas al propietario de la opción de menor vencimiento, y más. La opción con mayor vencimiento, por lo tanto, debe valer al menos tanto como la opción de menor vencimiento. Las Figuras 8.1e y f muestran cómo dependen las opciones Americanas de compra y de venta respecto al tiempo hasta el vencimiento.

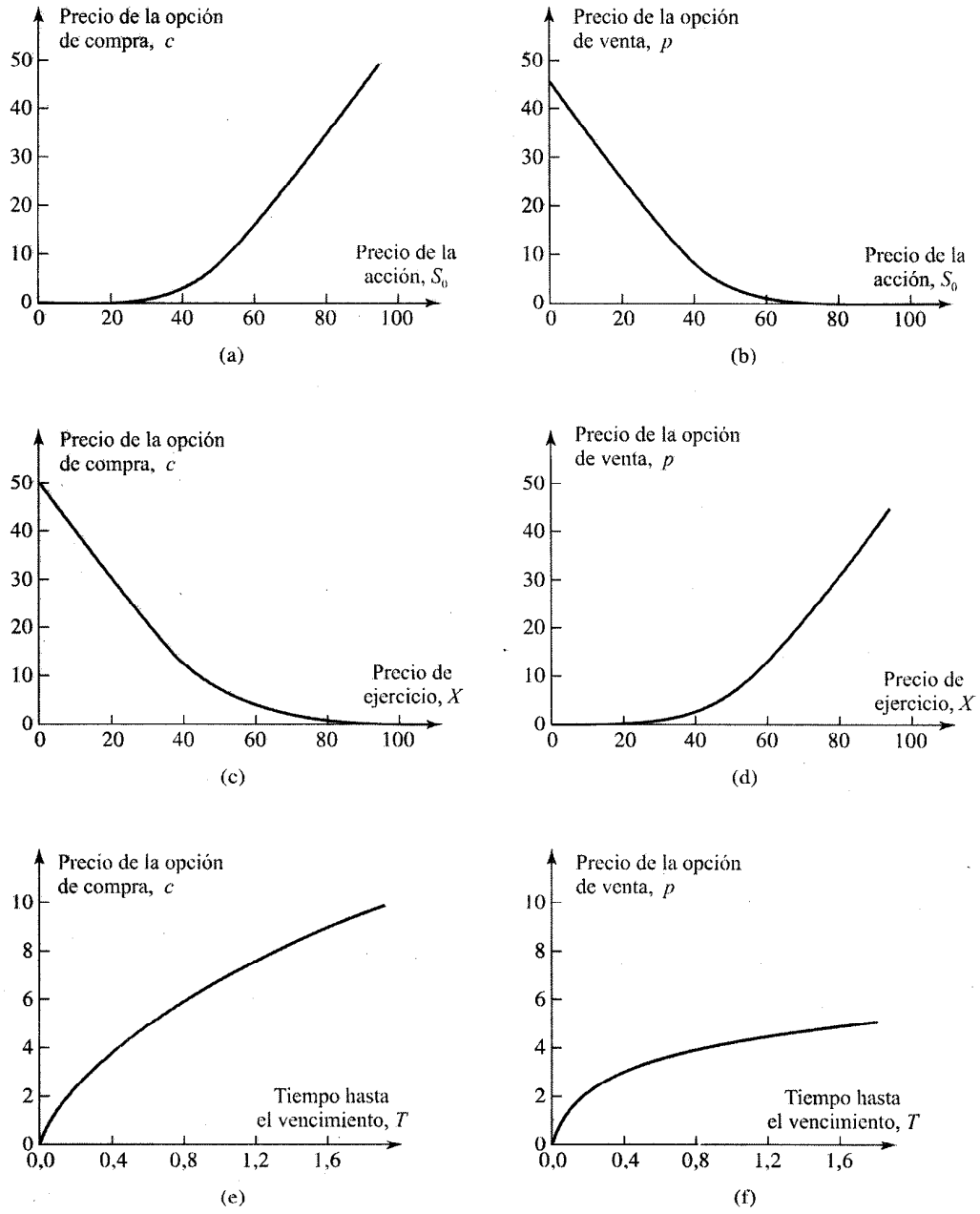


Figura 8.1. Efecto de los cambios en el precio de las acciones, precio de ejercicio,y fecha de vencimiento sobre los precios de las opciones. $S_0 = 50$, $X = 50$, $r = 5\,\%$ anual, $\sigma = 30\,\%$ anual, $T = 1$.

Las opciones Europeas de compra y de venta suelen valer más cuando el tiempo hasta el vencimiento crece pero esto no siempre es cierto. Consideremos dos opciones Europeas de compra sobre acciones, una con una fecha de vencimiento a un mes, la otra con un vencimiento a dos meses. Supongamos que se espera un dividendo muy grande dentro de seis semanas. El dividendo hará que el precio de las acciones baje y, por tanto, es posible que esto lleve a que la opción con menor vencimiento tenga mayor valor que la opción con un vencimiento superior.

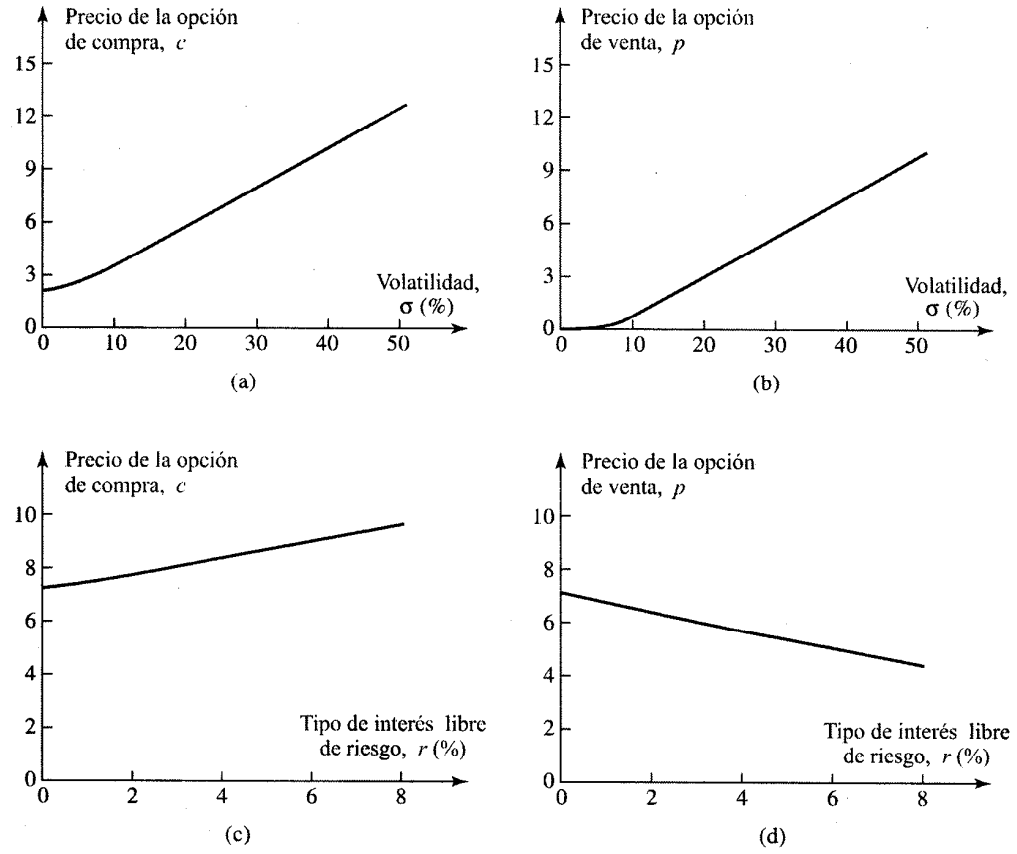


Figura 8.2. Efectos de la volatilidad y del tipo de interés libre de riesgo sobre los precios de opciones cuando $S_0 = 50$, $X = 50$, $r = 5\,\%$ anual, $\sigma = 30\,\%$ anual, $T = 1$.

Volatilidad

Explicaremos la manera precisa en que se define la volatilidad en el Capítulo 11. Hablando en general, la *volatilidad* del precio de las acciones es una medida de la incertidumbre sobre los movimientos futuros del precio de las acciones en el futuro. Cuando la volatilidad aumenta, la posibilidad de que las acciones vayan muy bien o muy mal aumenta. Para el propietario de las acciones, estos dos resultados tienden a compensarse el uno con el otro. Sin embargo, esto no es así para el propietario de una opción de compra o de venta. El propietario de una opción de compra se beneficia de los incrementos de precio pero ha limitado el riesgo a la baja en el caso de una disminución del precio, de modo que su pérdida máxima es el precio de la opción. De manera similar el propietario de una opción de venta se beneficia de las disminuciones de precio pero tiene limitado el riesgo a la baja si se produce una subida en el precio. El valor de ambas opciones, de compra y de venta, aumenta cuando la volatilidad aumenta. (Véase Figuras 8.2a y b.)

Tipo de interés libre de riesgo

El tipo de interés libre de riesgo afecta al precio de una opción de forma menos clara. Cuando los tipos de interés en la economía aumentan, la tasa esperada de crecimiento en el precio de

las acciones tiende a subir. Sin embargo, el valor actual de cualquiera de los flujos de caja futuros recibidos por el propietario de la opción disminuye. Estos dos efectos tienden a disminuir el precio de una opción de venta. Por lo tanto, el precio de la opción de venta baja cuando el tipo de interés libre de riesgo subc (véase Figura 8.2d). En el caso de las opciones de compra, el primer efecto tiende a incrementar el precio, mientras que el segundo tiende a disminuirlo. Puede demostrarse que el primer efecto siempre domina al segundo; esto es, los precios de las opciones de compra siempre aumentan cuando el tipo de interés libre de riesgo sube (véase Figura 8.2c).

Debe enfatizarse que los resultados de esta sección suponen que una de las seis variables cambia mientras el resto de variables permanece fijo. En la práctica, cuando los tipos de interés suben (bajan), los precios de las acciones tienden a bajar (subir). El efecto neto de una subida de tipos de interés conjuntamente con el descenso en los precios de las acciones puede ser que baje el precio de una opción de compra y suba el precio de una opción de venta. Similarmente, el efecto neto de una bajada de tipos de interés y una subida en el precio de las acciones puede producir una subida en el precio de las opciones de compra y un descenso en el precio de las opciones de venta.

Dividendos

Los dividendos tienen el efecto de reducir el precio de las acciones en la fecha siguiente al pago de dividendos. Esto son malas noticias para el precio de las opciones de compra y buenas para el precio de las opciones de venta. Los precios de las opciones de compra están, por lo tanto, relacionados de manera negativa, con la cuantía de cualquier dividendo anticipado, y los valores de las opciones de venta están relacionados positivamente con la cuantía de cualquier dividendo anticipado.

8.2. SUPUESTOS Y NOTACIÓN

En este capítulo haremos algunos supuestos similares a los que hicimos para derivar precios a plazo y de futuros en el Capítulo 3. Consideramos que hay algunos participantes en el mercado, como bancos grandes inversores, para los cuales

1. No hay costes de transacción.
2. Todos los beneficios de compra-venta (o valor neto de pérdidas de compra-venta) están sujetos al mismo tipo impositivo.
3. Es posible prestar y pedir prestado al tipo de interés libre de riesgo.

Suponemos que estos participantes en el mercado están preparados para aprovechar las oportunidades de arbitraje a medida que vayan surgiendo. Como explicamos en los Capítulos 1 y 3, esto significa que cualquier oportunidad de arbitraje disponible desaparece muy rápidamente. Para los propósitos de nuestros análisis, por lo tanto, resulta razonable suponer que no habrá oportunidades de arbitraje.

Utilizaremos la siguiente notación:

S_0: Precio actual de las acciones.

X: Precio de ejercicio de una opción.

T: Tiempo hasta el vencimiento de una opción.

S_T: Precio de las acciones en el momento de vendimiento de la opción.

r: Tipo de interés libre de riesgo compuesto continuo para una inversión que vence en el momento T.

C: Precio de una opción de compra Americana para comprar una acción.

P: Precio de una opción de venta Americana para vender una opción.

c: Precio de una opción de compra Europea para comprar una opción.

p: Precio de una opción de venta Europea para vender una opción.

Debe notarse que r es el tipo de interés nominal y no el tipo de interés real. Podemos suponer que $r > 0$. De otra manera, una inversión libre de riesgo no proporcionaría ventajas sobre mantener dinero en efectivo. (En realidad, si $r < 0$, sería preferible mantener el dinero sin invertir a realizar una inversión libre de riesgo.)

8.3. LÍMITES SUPERIOR E INFERIOR PARA LOS PRECIOS DE LAS OPCIONES

En esta sección derivamos los límites superior e inferior para los precios de las opciones. Éstos no dependen de ningún supuesto en particular sobre los factores mencionados en la sección anterior (excepto $r > 0$). Si el precio de una opción está por encima del límite superior o por debajo del límite inferior, hay oportunidades provechosas para los arbitrajistas.

Límites superiores

Una opción de compra Americana o Eeuropea da a su propietario el derecho a comprar una acción a un cierto precio. No importa lo que suceda, la opción nunca puede valer más que las acciones. De ahí que el precio de las acciones sea un límite superior para el precio de la opción:

$$c \leqslant S_0 \qquad \text{y} \qquad C \leqslant S_0$$

Si estas relaciones no se cumplen, un arbitrajista puede fácilmente obtener un beneficio sin riesgo comprando la acción y vendiendo la opción de compra.

Una opción de venta Americana o Europea da a su propietario el derecho a vender una acción por X. Independientemente de lo bajo que esté el precio de las acciones, la opción nunca puede tener un valor superior a X. De ahí que,

$$p \leqslant X \qquad \text{y} \qquad P \leqslant X$$

Para las opciones Europeas, sabemos que en el momento T, la opción no puede valer más de X. Por tanto, ahora debe tener un precio menor que el valor actual de S

$$p \leqslant Xe^{-rT}$$

Si esto no fuese cierto, un arbitrajista podría obtener un beneficio sin riesgo emitiendo la opción e invirtiendo los ingresos de la venta de esta opción al tipo de interés libre de riesgo.

Límite inferior para opciones de compra sobre acciones que no pagan dividendos

Un límite inferior para el precio de una opción Europea de compra sobre acciones que no pagan dividendos es

$$S_0 - Xe^{-rT}$$

Primero ilustraremos esta afirmación con un ejemplo numérico y después presentaremos un argumento más formal.

Supongamos que $S_0 = \$20$, $X = \$18$, $r = 10\%$ anual, y $T = 1$ año. En este caso,

$$S_0 - Xe^{-rT} = 20 - 18e^{-0,1} = 3,71$$

o 3,71 dólares. Consideremos la situación en la que el precio de la opción de compra Europea es 3,00 dólares, mínimo teórico de 3,71 dólares. Un arbitrajista puede comprar la opción de compra y vender a corto la acción. Esto proporciona un ingreso de \$20,00 − \$3,00 = \$17,00. Si invirtiésemos durante un año al 10 por ciento, los 17,00 dólares se convirtiesen en $\$17e^{0,1} = \$18,79$. Al final del año, vence la opción. Si el precio de las acciones es mayor que 18 dólares, el arbitrajista ejercería la opción por 18 dólares, cerraría su posición a corto y obtendría un beneficio de

$$\$18,79 - \$18,00 = \$0,79$$

Si el precio de las acciones fuese menor que 18 dólares, compraría la acción en el mercado y cerraría la posición a corto. El arbitrajista entonces obtendría un beneficio incluso mayor. Por ejemplo, si el precio de las acciones es 17 dólares, el beneficio del arbitrajista sería

$$\$18,79 - \$17,00 = \$1,79$$

Este ejemplo se ilustra en la Tabla 8.2.

Para un argumento más formal, consideremos las dos carteras siguientes:

Cartera A: Una opción de compra Europea más una cantidad en metálico igual a Xe^{-rt}.

Cartera B: Una acción.

En la cartera A, el dinero invertido al tipo de interés libre de riesgo, ascenderá a X en el momento T. Si $S_T > X$, la opción de compra se ejerce en el momento T y la cartera A vale S_T. Si $S_T < X$, la opción de compra vence sin ejercerse y la cartera tiene un valor de X. De ahí que, en el momento T, la cartera A tiene un valor de

$$\max(S_T, X)$$

La cartera B tiene un valor de S_T en el momento T. De ahí que la cartera A siempre vale tanto como, y a veces más, que la cartera B en el momento T. Por tanto, en ausencia de oportunidades de arbitraje, esto también debe ser cierto hoy. Por tanto,

$$c + Xe^{-rT} \geqslant S_0$$

$$c \geqslant S_0 - Xe^{-rT}$$

Tabla 8.2. Oportunidad de arbitraje cuando el precio de la opción de compra Europea es menor que el límite inferior.

Fuente: Mesa del operador

Un inversor acaba de obtener las siguientes cotizaciones para una opción de compra Europea sobre acciones que no pagan dividendos con un precio de ejercicio de 18 dólares y un vencimiento a un año:

Precio de las acciones: \$20

Precio de las opciones: \$3

El tipo de interés libre de riesgo para inversiones a un año es el 10 por ciento anual.

Oportunidad

1. Comprar la opción.
2. Vender a corto la acción.
3. Invertir el excedente de caja al 10 por ciento anual.

El resultado

Esta estrategia genera un flujo de caja inmediato de \$20,00 − \$3,00 = \$17,00. Los 17,00 dólares se invierten al 10 por ciento anual y ascienden a $17e^{0,1}$ = \$18,79 al final de un año. En este momento, vence la opción. Si el precio de la acción es mayor que 18,00 dólares, el inversor ejerce la opción y cierra la posición a corto con un beneficio de

$$\$18,79 - \$18,00 = \$0,79$$

Si el precio de la acción es menor que 18,00 dólares al final de un año se compra la acción en el mercado y se cierra la posición a corto. El inversor entonces obtiene un beneficio igual a

$$18,79 - S_T$$

donde S_T es el precio de las acciones. Si $S_T < 18$, el beneficio es al menos tan grande como 0,79 dólares.

Como lo peor que puede suceder en una opción de compra es que venza sin ejercerse, su precio no puede ser negativo. Esto significa que $c \geqslant 0$ y, por lo tanto,

$$c \geqslant \max(S_0 - Xe^{-rT}, 0) \qquad \textbf{(8.1)}$$

Ejemplo

Consideremos una opción de compra Europea sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es 51 dólares, el precio de ejercicio es 50 dólares, el vencimiento es a seis meses y el tipo de interés libre de riesgo es el 12 por ciento anual. En este caso, $S_0 = 51$, $X = 50$, $T = 0,5$, y $r = 0,12$. A partir de la Ecuación (8.1), un límite inferior para el precio de la opción es $S_0 - Xe^{-rT}$ o

$$51 - 50e^{0-,12\times 0,5} = \$3,91$$

Límite inferior para opciones de venta Europeas sobre acciones que no pagan dividendos

Para una opción de venta Europea sobre acciones que no pagan dividendos, un límite inferior para el precio es

$$Xe^{-rT} - S_0$$

De nuevo, primero lo ilustraremos con un ejemplo numérico y posteriormente presentaremos un argumento más formal.

Supongamos que $S_0 = \$37$, $X = \$40$, $r = 5\,\%$ anual, y $T = 0{,}5$ años. En este caso,

$$Xe^{-rT} - S_0 = 40e^{-0{,}05 \times 0{,}5} - 37 = \$2{,}01$$

Consideremos la situación en la que el precio de la opción de venta Europea es 1 dólar, inferior al mínimo teórico de 2,01 dólares. Un arbitrajista puede pedir un préstamo de 38,00 dólares durante seis meses para comprar la opción de venta y la acción. Al final de los seis meses, el arbitrajista deberá devolver $38e^{0{,}05 \times 0{,}5} = \$38{,}96$. Si el precio de la acción está por debajo de 40,00 dólares, el arbitrajista ejerce la opción para vender la acción por 40,00 dólares, devuelve el préstamo, y obtiene un beneficio de

$$\$40{,}00 - \$38{,}96 = \$1{,}04$$

Si el precio de la acción es mayor de 40,00 dólares, el arbitrajista desecha la opción, vende la acción, y devuelve el préstamo con un beneficio incluso mayor. Por ejemplo, si el precio de las acciones es 42,00 dólares, el beneficio del arbitrajista es

$$\$42{,}00 - \$38{,}96 = \$3{,}04$$

Este ejemplo está ilustrado en la Tabla 8.3.

Para un argumento más formal, consideremos las dos carteras siguientes:

Cartera C: Una opción de venta Europea más una acción.

Cartera D: Una cantidad en metálico igual a Xe^{-rT}.

Si $S_T < X$, la opción en la cartera C se ejerce en el momento T y la cartera tiene un valor de X. Si $S_T > X$, la opción de venta vence sin ejercerse y la cartera tiene un valor de S_T en el momento T. De ahí que la cartera C tiene un valor de

$$\max(S_T, X)$$

en el momento T. Suponiendo que el dinero se invierte al tipo de interés libre de riesgo, la cartera D tiene un valor de X en el momento T. Por tanto, la cartera C siempre vale tanto como, y a veces más que la cartera D en el momento T. Por tanto, en ausencia de oportunidades de arbitraje, la cartera C hoy debe tener valer más que la cartera D. Por tanto,

$$p + S_0 \geq Xe^{-rT}$$

$$p \geq Xe^{-rT} - S_0$$

Tabla 8.3. Oportunidades de arbitraje cuando el precio de la opción de venta Europea es menor que el límite inferior.

Fuente: Mesa del operador

Un inversor acaba de obtener las siguientes cotizaciones para una opción de venta Europea sobre acciones que no pagan dividendos con un precio de ejercicio de 40 dólares y un vencimiento a seis meses.

Precio de las acciones: \$37

Precio de la opción: \$1

El tipo de interés libre de riesgo para una inversión a seis meses es el 10 por ciento anual.

Oportunidad

1. Pedir un préstamo de 38 dólares durante seis meses.
2. Comprar una opción.
3. Comprar una acción.

El resultado

Al final de los seis meses, se necesitarán $38e^{0,05 \times 0,5} = \$38,96$ para devolver el préstamo. Si el precio de la acción en este momento está por debajo de 40,00 dólares el inversor ejerce la opción para vender la acción por 40,00 dólares y obtiene un beneficio de

$$\$40,00 - \$38,96 = \$1,04$$

Si el precio de las acciones es mayor de 40,00 dólares, el inversor vende la acción y devuelve el préstamo obteniendo un beneficio de

$$S_T - 38,86$$

donde S_T es el precio de las acciones. El beneficio será al menos por un valor de 1,04 dólares.

Como lo peor que puede suceder con una opción de venta es que venza sin ser ejercida, su precio debe ser positivo. Esto significa que

$$p \geqslant \max(Xe^{-rT} - S_0, 0) \qquad \textbf{(8.2)}$$

Ejemplo

Consideremos una opción de venta Europea sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es 38 dólares, el precio de ejercicio es 40 dólares, el vencimiento es a tres meses, y el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual. En este caso, $S_0 = 38$, $X = 40$, $T = 0,25$, y $r = 0,10$. A partir de la Ecuación (8.2), un límite inferior para el precio de la opción es $Xe^{-rT} - S_0$ o

$$40e^{-0,1 \times 0,25} - 38 = \$1,01$$

8.4. ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS OPCIONES EUROPEAS (PARIDAD *PUT-CALL*)

Ahora obtendremos una importante relación entre p y c. Consideremos las dos siguientes carteras utilizadas en la sección previa:

Cartera A: Una opción Europea de compra más una cantidad en metálico igual a Xe^{-rT}.

Cartera C: Una opción Europea de venta más una acción.

Ambas tienen un valor de

$$\max(S_T, X)$$

al vencimiento de las opciones. Si las opciones son Europeas, no pueden ejercerse antes de la fecha de vencimiento. Por lo tanto, el mismo valor deben tener las carteras hoy. Esto significa que

$$c + Xe^{-rT} = p + S_0 \tag{8.3}$$

Esta relación se conoce como *ecuación fundamental de las opciones europea (paridad put-call)* . Esta igualdad demuestra que el valor de una opción Europea de compra con un cierto precio de ejercicio y una cierta fecha de ejercicio puede deducirse del valor de una opción Europea de venta con el mismo precio y fecha de ejercicio, y viceversa.

Si la Ecuación (8.3) no se cumple, habrá oportunidades de arbitraje. Supongamos que el precio de las acciones es 31 dólares, el precio de ejercicio 30 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual, el precio de una opción de compra Europea a tres meses es 3 dólares y el precio de una opción Europea de venta a tres meses es 2,25 dólares. En este caso,

$$c + Xe^{-rT} = 3 + 30e^{-0,1 \times 3/12} = \$32,26$$

$$p + S_0 = 2,25 + 31 = \$33,25$$

La cartera C es demasiado cara en relación a la cartera A. La estrategia de arbitraje correcta consiste en comprar los activos incluidos en la cartera A y venderlos en la cartera C. Esto implica comprar la opción de compra y vender a corto la opción de venta y las acciones. La estrategia genera un flujo de caja positivo de

$$-3 + 2,25 + 31 = \$30,25$$

Cuando lo invertimos al tipo de interés libre de riesgo, se convierte en $30,25e^{0,1 \times 0,25} = \$31,02$ en tres meses.

Si el precio de las acciones al vencimiento de la opción es mayor que 30 dólares, la opción de compra se ejercerá. Si es menor de 30 dólares, se ejercerá la opción de venta. En ambos casos, el inversor finaliza comprando una acción por 30 dólares. Esta acción puede utilizarse para cerrar la posición a corto. El beneficio neto es, por lo tanto,

$$\$31,02 - \$30,00 = \$1,02$$

Este ejemplo se ilustra en la Tabla 8.4.

Tabla 8.4. Oportunidad de arbitraje cuando la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) no se cumple: el precio de la opción de compra es demasiado bajo en relación al precio de la opción de venta.

Fuente: Mesa del operador

Un inversor acaba de obtener las siguientes cotizaciones para opciones sobre acciones valoradas en 31 dólares cuando el tipo de interés libre de riesgo a tres meses es el 10 por ciento anual. Tanto las opciones de compra como las de venta tienen un precio de ejercicio de 30 dólares y una fecha de vencimiento dentro de tres meses.

Opción de compra Europea: \$3

Opción de venta Europea: \$1

Estrategia

1. Comprar la opción de compra.
2. Vender a corto la opción de venta.
3. Vender a corto las acciones.

El resultado

Esta estrategia proporciona un flujo de caja inicial de \$31,00 − \$3,00 + \$2,25 = \$30,25. Cuando se invierte durante tres meses al tipo de interés libre de riesgo, esta cantidad asciende a $30{,}25e^{0{,}1\times 0{,}25} = \$31{,}02$. Al final de los tres meses, las situaciones posibles son las siguientes:

1. El precio de las acciones es mayor que 30,00 dólares. El inversor ejerce la opción de compra. Esto implica comprar una acción por 30,00 dólares. La posición a corto se cierra y el beneficio neto es \$31,02 − \$30,00 = \$1,02.
2. El precio de las acciones es menor que 30,00 dólares. La parte contraria ejerce la opción de venta. Esto también implica que el inversor compre una acción por 30,00 dólares. Se cierra la posición a corto y el beneficio neto es \$31,02 − \$30,00 = \$1,02.

Para una situación alternativa, supongamos que el precio de la opción de compra es 3 dólares y el precio de la opción de venta es 1 dólar. En este caso

$$c + Xe^{-rT} = 3 + 30e^{-0{,}1\times 0{,}25} = \$32{,}26$$

$$p + S_0 = 1 + 31 = \$32{,}00$$

La cartera A es demasiado cara en relación a la cartera C. Un arbitrajista puede vender a corto los activos de la cartera A y comprar los activos de la cartera C para obtener un beneficio. Esto implica vender a corto la opción de compra y comprar la opción de venta y las acciones. La estrategia implica una inversión inicial de

$$\$31 + \$1 - \$3 = \$29$$

Cuando se financia al tipo de interés libre de riesgo, se necesitará una devolución de $29e^{0{,}1\times 0{,}25} = \$29{,}73$ al final de los tres meses. Como en el caso anterior, cualquiera de las dos opciones, la de compra o la de venta, se ejercerá. Por tanto, la opción de compra y la posición larga en la opción de venta, hace que las acciones sean vendidas por 30,00 dólares. El beneficio neto es, por lo tanto,

$$\$30{,}00 - \$29{,}73 = \$0{,}27$$

Este ejemplo se ilustra en la Tabla 8.5.

Tabla 8.5. Opotunidad de arbitraje cuando la ecuación fundamental de las opciones europeas (*paridad put-call*) no se cumple: el precio de la opción de venta es demasiado bajo en relación al precio de la opción de compra.

Fuente: Mesa del operador

Un inversor acaba de obtener las siguientes cotizaciones para opciones sobre una acción valorada en 31 dólares cuando el tipo de interés libre de riesgo a tres meses es el 10 por ciento anual. Tanto las opciones de compra como las de venta tienen un precio de ejercicio de 30 dólares y una fecha de vencimiento dentro de tres meses.

Opción de compra Europea: \$3

Opción de venta Europea: \$1

Estrategia

1. Vende la opción de compra.
2. Compra la opción de venta.
3. Compra la acción.

El resultado

Esta estrategia implica una inversión de \$31 + \$1 − \$3 = \$29 en el momento cero. Cuando esta inversión se financia al tipo de interés libre de riesgo, se necesita devolver $29e^{0,1 \times 0,25} = \$29,73$ al final de tres meses. Las situaciones posibles son las siguientes:

1. El precio de las acciones es mayor que 30,00 dólares. La parte contraria ejerce la opción de compra. Esto significa que el inversor ha tenido que vender la acción que tenía por 30,00 dólares. El beneficio neto es \$30,00 − \$29,73 = \$0,27.
2. El precio de las acciones es menor que 30,00 dólares. El inversor ejerce la opción de venta. Esto también significa que la acción se vende por 30,00 dólares. El beneficio neto de nuevo es \$30,00 − \$29,73 = \$0,27.

Opciones Americanas

La ecuación fundamental de las opciones Europeas sólo se cumple para opciones Europeas. Sin embargo, es posible encontrar algunas relaciones entre los precios de las opciones Americanas. Puede demostrarse (véase Problema 8.17) que

$$S_0 - X \leqslant C - P \leqslant S_0 - Xe^{-rT} \tag{8.4}$$

Ejemplo

Consideremos una opción Americana de compra sobre acciones que no pagan dividendos con un precio de ejercicio de 20,00 dólares y vencimiento a cinco meses. Esta opción tiene un precio de 1,50 dólares. Supongamos que el precio actual de las acciones es 19,00 dólares y el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual. A partir de la Ecuación (8.4)

$$19 - 20 \leqslant C - P \leqslant 19 - 20e^{-0,1 \times 5/12}$$

o

$$1 \geqslant P - C \geqslant 0,18$$

mostrando que $P - C$ está entre 1,00 dólares y 0,18 dólares. Si C es 1,50 dólares, P debe estar entre 1,68 dólares y 2,50 dólares. En otras palabras, los límites superior e inferior para el precio de la opción Americana de venta con el mismo precio de ejercicio e igual fecha de vencimiento que la opción Americana de venta son 2,50 dólares y 1,68 dólares.

8.5. EJERCICIO ANTICIPADO DE LA OPCIÓN: OPCIONES DE COMPRA SOBRE ACCIONES QUE NO PAGAN DIVIDENDOS

En esta sección demostraremos que nunca es óptimo ejercer antes una opción de compra Americana sobre acciones que no pagan dividendos del vencimiento.

Para ilustrar la naturaleza general del argumento, consideremos una opción de compra Americana sobre acciones que no pagan dividendos a la que falta un mes hasta el vencimiento cuando el precio de las acciones es 50 dólares y el precio de ejercicio es 40 dólares. La opción está en dinero y el inversor que tiene la opción puede estar tentado a ejercerla inmediatamente. No obstante, si el inversor piensa mantener las acciones durante más de un mes, ésta no es la mejor estrategia. Una manera mejor de actuar es mantener la opción y ejercerla al final del mes. En este momento se recibe el precio de ejercicio de 40 dólares, un mes después que se hubiese ejercido la opción inmediatamente. Esto significa que se han ganado intereses durante un mes sobre los 40 dólares. Como si las acciones no pagan dividendos, no se habrá sacrificado ningún ingreso precedente de las acciones. Una ventaja adicional de esperar en vez de ejercer inmediatamente es que hay alguna oportunidad (aunque remota) de que el precio de las acciones esté por debajo de 40 dólares dentro de un mes. En este caso, el inversor no la ejercerá y estará satisfecho de no haber tomado la decisión de ejercer anticipadamente.

Este argumento muestra que el ejercicio antes del vencimiento no proporciona ventajas si el inversor piensa mantener las acciones durante el resto de vida de la opción (durante un mes en este caso). ¿Qué ocurriría si el inversor pensase que la acción está en este momento sobrevalorada y estuviese pensando ejercerla y vender las acciones? En este caso es mejor que el invesor venda la opción en lugar de ejercerla[1]. La opción será comprada por otro inversor que desee mantener las acciones. Deben existir semejantes inversores. De otra manera el precio de las acciones actual no sería 50 dólares. El precio obtenido por la opción será mayor que su valor intrínseco de 10 dólares por las razones mencionadas anteriormente.

Para un argumento más formal, podemos utilizar la Ecuación (8.1):

$$c \geqslant S_0 - Xe^{-rT}$$

Puesto que el poseedor de una opción de compra Americana tiene todas las oportunidades de ejercicio abiertas al poseedor de la correspondiente opción de compra Europea, debemos tener

$$C \geqslant c$$

[1] Como una estrategia alternativa, el inversor puede mantener la opción y vender las acciones a corto. Esto genera un beneficio superior a 10 dólares.

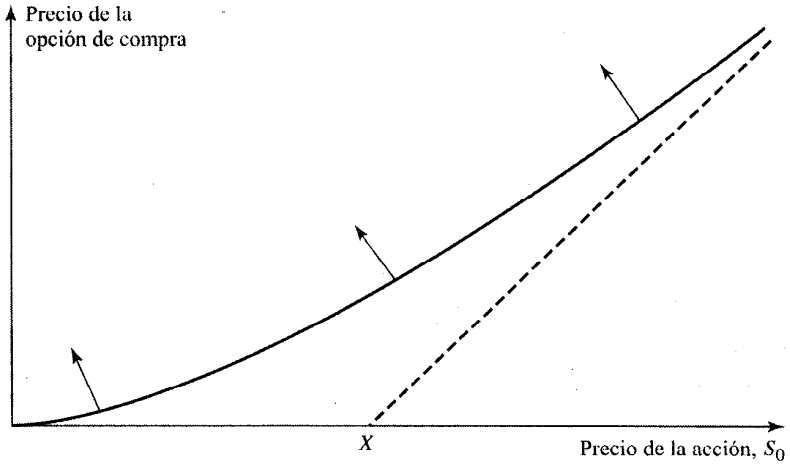


Figura 8.3. Variación del precio de una opción Americana o Europea de compra sobre una acción que no pagase dividendos, siendo el precio de la acción S_0.

Por tanto,

$$C \geq S_0 - Xe^{-rT}$$

Si $r > 0$, a ello sigue a partir de esto que $C > S_0 - X$. Si fuese óptimo ejercer antes del vencimiento, C sería igual a $S_0 - X$. Deducimos que nunca puede ser óptimo el ejercicio antes del vencimiento.

La Figura 8.3 muestra la forma general en la que el precio de la opción de compra varía con S_0 y X. Indica que el precio de la opción de compra siempre está por encima de su valor intrínseco de max $(S_0 - X, 0)$. Cuando r, σ, o T aumentan, el precio de la opción de compra se mueve en la dirección indicada por las flechas (es decir, más allá de su valor intrínseco).

Resumiendo, hay dos razones por las que no se debe ejercer antes del vencimiento una opción de compra Americana sobre una acción que no paga dividendos. Una de estas razones se relaciona con la protección que proporciona esta opción. Una opción de compra, mantenida en lugar de las acciones por sí mismas, en efecto asegura al propietario contra las bajadas del precio de las acciones por debajo del precio de ejercicio. Una vez que la opción se ha ejercido y el precio de ejercicio ha sido intercambiado por el precio de las acciones, esta protección desaparece. La segunda razón tiene que ver con el valor temporal del dinero. Desde el punto de vista del propietario de la opción, es mejor cuanto más tarde se pague el precio de ejercicio.

8.6. EJERCICIO DE LA OPCIÓN ANTES DE SU VENCIMIENTO: OPCIONES DE VENTA SOBRE ACCIONES QUE NO PAGAN DIVIDENDOS

Puede ser óptimo ejercer antes del vencimiento una opción de venta Americana sobre acciones que no pagan dividendos. En realidad, en cualquier momento dado durante su vida, una opción de venta siempre debe ejercerse antes de su vencimiento si está lo suficientemente «en dinero».

Para ilustrar esto, consideremos una situación extrema. Supongamos que el precio de ejercicio es 10 dólares y el precio de las acciones es virtualmente cero. Ejerciendo inmediata-

mente, un inversor obtiene un beneficio inmediato de 10 dólares. Si el inversor espera, la ganancia tras el ejercicio de la acción puede ser inferior a 10 dólares pero no puede ser superior a 10 dólares porque es imposible que el precio de la acción sea negativo. Además, recibir 10 dólares ahora es preferible a recibir 10 dólares en el futuro. Por tanto, la opción debe ejercerse inmediatamente.

Como una opción de compra, una opción de venta puede ser vista como un seguro. Una opción de venta, cuando se mantiene junto con las acciones correspondientes, asegura al propietario contra la caída del precio de las acciones por debajo de un cierto nivel. Sin embargo, una opción de venta difiere de una opción de compra en que puede ser óptimo para un inversor renunciar a este seguro y ejercer antes del vencimiento para obtener el precio de ejercicio inmediatamente. En general, el ejercicio antes del vencimiento de una opción de venta es más atractivo cuando S_0 disminuye, cuando r aumenta, y cuando la volatilidad decrece.

Recordaremos, a partir de la Ecuación (8.2) que

$$p \geqslant Xe^{-rT} - S_0$$

Para una opción de venta Americana con precio P, la condición más restrictiva

$$P \geqslant X - S_0$$

debe cumplirse siempre pues el ejercicio inmediato es siempre posible.

La Figura 8.4 muestra la forma general en la que el precio de una opción Americana de venta varía con S_0. Puesto que $r > 0$, es siempre mejor ejercer inmediatamente la opción Americana inmediatamente cuando el precio de las acciones es suficientemente bajo. Cuando lo mejor es el ejercicio antes del vencimiento es óptimo, el valor de la opción es $X - S_0$. La curva representativa del valor de la opción de compra, por lo tanto, coincide con el valor intrínseco de la opción de venta, $X - S_0$, para un valor suficientemente pequeño de S_0. En la Figura 8.4, este valor de S_0 se muestra en el punto A. El valor de la opción de venta se mueve en la dirección indicada por las flechas cuando r disminuye, cuando la volatilidad aumenta, y cuando T crece.

Dado que hay algunas circunstancias en las que es deseable ejercer la opción de venta Americana antes del vencimiento, se debe cumplir que una opción de venta Americana tiene

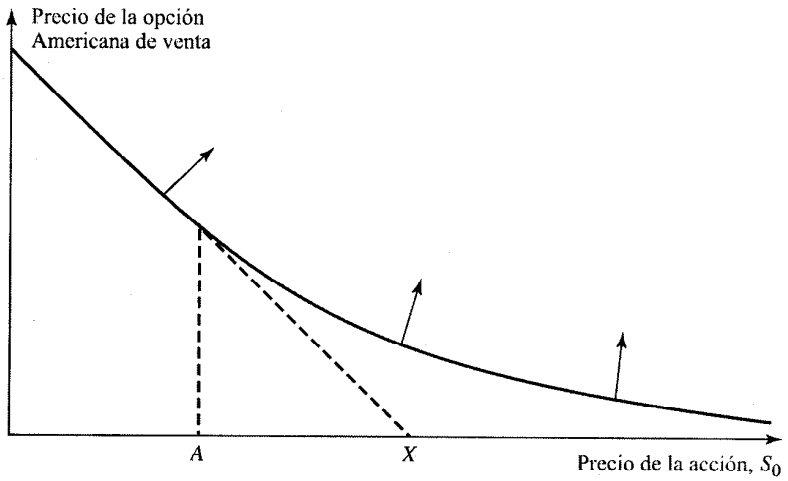


Figura 8.4. Variación del precio de una opción Americana de venta con respecto al precio de la acción S_0.

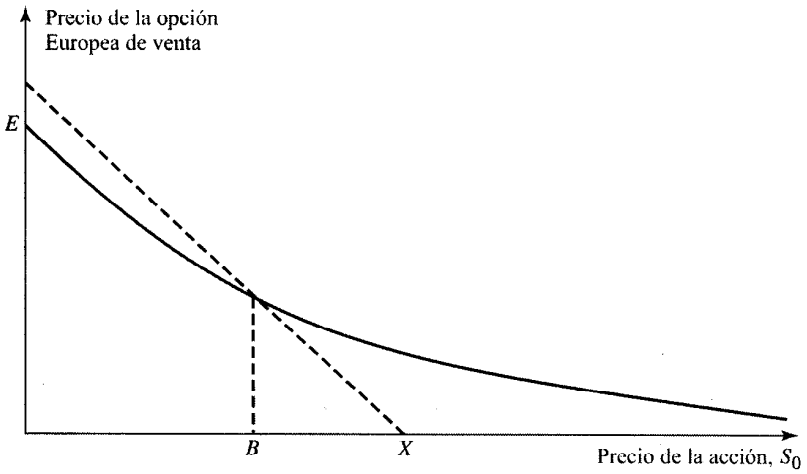


Figura 8.5. Variación del precio de una opción Europea de venta con respecto al precio de la acción S_0.

siempre un mayor precio que el de su correspondiente opción de venta Europea. más aún, como algunas veces, el valor de una opción de venta Americana coincide con su valor intrínseco (véase Figura 8.4), se cumple que la opción de venta Europea debe valer algunas veces menos que su valor intrínseco. La Figura 8.5 muestra la variación del precio de la opción de venta Europea con el precio de las acciones. Nótese que el punto B en la Figura 8.5, en el que el precio de la opción es igual a su valor intrínseco, debe representar un precio más alto de las acciones que el precio del punto A en la Figura 8.4. El punto E en la Figura 8.5 es donde $S_0 = 0$ y el precio de la opción de venta Europea es Xe^{-rT}.

8.7. EFECTO DE LOS DIVIDENDOS

Los resultados presentados hasta ahora en este capítulo se han obtenido suponiendo que las opciones eran sobre acciones que no pagan dividendo. En esta sección hablaremos del impacto de los dividendos. Generalmente en Estados Unidos, las opciones sobre acciones negociadas en mercados tienen un vencimiento inferior a ocho meses. Los dividendos pagaderos durante la vida de la opción normalmente pueden predecirse con una precisión razonable. Utilizaremos D para denotar el valor actual de los dividendos durante la vida de la opción. En el cálculo de D, se supone que el dividendo se cobra en el momento de su fecha de pago de dividendo (*ex-dividend date*).

Límite inferior para opciones de compra y de venta

Podemos redefinir las carteras A y B como sigue:

Cartera A: Opción de compra Europea más una cantidad en metálico igual a $D + Xe^{-rT}$.
Cartera B: Una acción.

Un argumento similar al que utilizamos para derivar la Ecuación (8.1) muestra que

$$c \geq S_0 - D - Xe^{-rT} \tag{8.5}$$

También podemos redefinir las carteras C y D como sigue:

Cartera C: Una opción de venta Europea más una acción.

Cartera D: Una cantidad en metálico igual a $D + Xe^{-rT}$.

Un argumento similar al que utilizamos para derivar la Ecuación (8.2) muestra que

$$p \geqslant D + Xe^{-rT} - S_0 \tag{8.6}$$

Ejercicio antes del vencimiento

Cuando se esperan dividendos, no podemos afirmar con exactitud que una opción Americana de compra no se ejercerá antes del vencimiento. Algunas veces es mejor el ejercicio de una opción de compra Americana inmediatamente antes de un pago de dividendo. Esto es porque los dividendos harán que el precio de las acciones baje de golpe haciendo la opción menos atractiva. Nunca es óptimo ejercer una opción de compra en otros momentos. Este punto será concretado más ampliamente en el Capítulo 11.

Ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*)

Comparando el valor en el momento T de las carteras redefinidas A y C se demuestra que, cuando hay dividendos, la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) mostrada en la Ecuación (8.3) se transforma en

$$c + D + Xe^{-rT} = p + S_0 \tag{8.7}$$

Los dividendos hacen que la Ecuación (8.4) se modifique (véase el Problema 8.18) en

$$S_0 - D - X \leqslant C - P \leqslant S_0 - Xe^{-rT} \tag{8.8}$$

8.8. INVESTIGACIÓN EMPÍRICA

La investigación empírica para comprobar los resultados en este capítulo puede parecer relativamente sencilla de llevar a cabo una vez reunidos los datos apropiados. Sin embargo, hay ciertas complicaciones:

1. Es importante asegurarse que los precios de las opciones y de las acciones han sido observados exactamente en el mismo momento. Por ejemplo, no es apropiado comprobar las oportunidades de arbitraje mirando el precio al cual se ha cerrado cada día la última operación. Este punto se explicó en el Capítulo 7 cuando se comentaban los datos de la Tabla 7.3.
2. Es importante considerar detenidamente si un operador podría haber aprovechado alguna oportunidad de arbitraje observada. Si la oportunidad existe sólo momentáneamente, puede no haber manera de explotarla en la práctica.
3. Deben tenerse en cuenta los costes de transacción cuando se determina si son posibles las oportunidades de arbitraje.

4. La ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) sólo se cumple para opciones Europeas. Las opciones sobre acciones negociadas en mercados son Americanas.
5. Deben estimarse los dividendos que se van a pagar durante la vida de la opción.

Algún estudio empírico que se ha llevado a cabo se describe en los artículos de Bhattacharya, Galai, Gould y Galai, Klemkosky y Resnick, y Stoll, referenciados al final de este capítulo. Galai y Bhattacharya estudian si los precios de las opciones son siempre menores que sus límites inferiores teóricos; Stoll, Gould y Galai, y los dos artículos de Klemkosky y Resnick comprueban si se cumple la ecuación fundamental. Nosotros consideraremos los resultados de Bhattacharya y Klemlosly y Resnick.

El estudio de Bhattacharya examinó si los límites inferiores teóricos para opciones de compra se cumplen en la práctica. Utilizó los datos de los precios de transacción para opciones sobre 58 acciones durante un período de 196 días entre agosto de 1976 y junio 1977. La primera prueba examinó si las opciones satisfacían la condición de que el precio es más grande que el valor intrínseco, es decir, si $C \geqslant \max(S_0 - X, 0)$. Se examinaron más de 86.000 precios de opciones y se encontró que cerca del 1,3 por ciento violaban esta condición. En el 29 por ciento de los casos la violación desaparecía en la siguiente transacción, indicando que en la práctica los operadores no habían sido capaces de aprovecharla. Cuando los costes de transacción se tienen en cuenta, las oportunidades de beneficio creadas por la violación desaparecen. La segunda prueba de Bhattacharya examinó si las opciones se vendieron por encima del límite mínimo $S_0 - D - Xe^{-rT}$. (Véase la Ecuación (8.5)). Encontró que el 7,6 por ciento de sus observaciones se vendían por debajo de este límite mínimo. Sin embargo, cuando los costes de transacción se tomaban en cuenta, éstas no daban ninguna oportunidad de beneficio.

Las pruebas de Klemkosky y Resnick sobre la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) utilizaron datos de precios de opciones negociadas entre julio de 1977 y junio 1978. Sometieron sus datos a varios tests para determinar la probabilidad de que las opciones fuesen ejercidas antes de su vencimiento y descartaron los datos para los que el ejercicio antes del vencimiento se consideraba probable. Haciendo esto, pensaron que estaba justificado el trato de opciones Americanas como si fuesen Europeas. Identificaron 540 situaciones donde una oportunidad de arbitraje similar a la de la Tabla 8.4 existía y 540 situaciones donde existía una oportunidad de arbitraje similar a la de la Tabla 8.5. Después de tener en cuenta los costes de transacción, 38 de las oportunidades de la Tabla 8.4 (precio de la opción de compra demasiado bajo en relación al precio de la opción de venta) y 147 de las oportunidades de la Tabla 8.5 (precio de la opción de compra demasiado alto en relación al precio de la opción de venta) todavía generaban beneficios. Las oportunidades persistían cuando se consideraba una demora de 5 o 15 minutos desde que se veía la oportunidad y se ejecutaba la negociación. La conclusión de Klemkosky y Resnick es que las oportunidades de arbitraje estaban disponibles para algunos operadores, particularmente creadores de mercado (*market makers*), durante el período objeto de estudio.

8.9. RESUMEN

Hay seis factores que influyen sobre el precio de una opción sobre acciones: el precio actual de las acciones, el precio de ejercicio, la fecha de vencimiento, la volatilidad del precio de las acciones, el tipo de interés libre de riesgo, y los dividendos esperados durante la vida de la

opción. El precio de una opción de compra generalmente aumenta cuando suben el precio actual de las acciones, el vencimiento, la volatilidad y el tipo de interés libre de riesgo. El precio de una opción de compra disminuye cuando el precio de ejercicio y los dividendos esperados aumentan. El precio de una opción de venta generalmente aumenta cuando el precio de ejercicio, el tiempo para su vencimiento, la volatilidad, y los dividendos esperados aumentan. El valor de una opción de venta disminuye cuando el precio actual de las acciones y el tipo de interés libre de riesgo aumentan.

Es posible obtener algunas conclusiones sobre la cotización de las opciones sobre acciones sin hacer ningún supuesto sobre la volatilidad de los precios de las acciones. Por ejemplo, el precio de una opción de compra sobre acciones debe ser siempre menor que el precio de las propias acciones. De manera similar, el precio de una opción de venta sobre acciones siempre debe tener un precio inferior al precio de ejercicio de la opción.

Una opción de compra sobre acciones que no pagan dividendos debe tener un valor superior a

$$\max (S_0 - Xe^{-rT}, 0)$$

donde S_0 es el precio de las acciones, X es el precio de ejercicio, r es el tipo de interés libre de riesgo, y T es el tiempo hasta el vencimiento. Una opción de venta sobre acciones que no pagan dividendos debe tener un valor superior a

$$\max (Xe^{-rT} - S_0, 0)$$

Cuando se pagan los dividendos cuyo valor actual es D se pagarán, el límite inferior para una opción de compra es

$$\max (S_0 - D - Xe^{-rT}, 0)$$

y el límite inferior para una opción de venta es

$$\max (Xe^{-rT} + D - S_0, 0)$$

La ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) es una relación entre el precio, c, de una opción de compra Europea sobre acciones y el precio, p, de una opción de venta Europea sobre acciones. Para acciones que no pagan dividendos, es

$$c + Xe^{-rT} = p + S_0$$

Para acciones que pagan dividendos, la relación de la ecuación fundamental de las opciones Europeas es

$$c + D + Xe^{-rT} = p + S_0$$

La ecuación fundamental de las opciones Europeas no se cumple para las opciones Americanas. Sin embargo, es posible utilizar argumentos de arbitraje para obtener los límites superior e inferior para la diferencia entre el precio de una opción de compra Americana y el precio de una opción de venta Americana.

En el Capítulo 11, extenderemos el análisis de este capítulo mediante supuestos específicos sobre el comportamiento probabilístico de los precios de las acciones. Este análisis nos permitirá encontrar fórmulas exactas para los precios de las opciones Europeas sobre acciones. En el Capítulo 17, veremos cómo se pueden utilizar métodos numéricos para valorar a las opciones Americanas.

Lecturas recomendadas

Bhattacharya, M., «Transaction Data Tests of Efficiency of the Chicago Board Options Exchange», *Journal of Financial Economics*, 12 (1983), 161-185

Galai, D., «Empirical Tests of Boundary Conditions for CBOE Options», *Journal of Financial Economics*, 6 (1978), 187-211

Gould, J. P. y D. Galai, «Transactions Costs and the Relationship Between Put and Call Prices», *Journal of Financial Economics*, 1 (1974), 105-129

Klemkosky, R. C. y B. G. Resnick, «An Ex-Ante Analysis of Put-Call Parity», *Journal of Financial Economics*, 8 (1980), 363-378

Klemkosky, R. C. y B. G. Resnick, «Put-Call Parity and Market Efficiency», *Journal of Finance*, 34 (diciembre 1979), 1141-1155

Merton, R. C., «The Relationship Between Put and Call Prices: Comment», *Journal of Finance*, 28 (marzo 1973), 183-184

Merton, R. C., «Theory of Rational Option Pricing», *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (primavera 1973), 141-183

Stoll, H. R., «The Relationship between Put and Call Option Prices», *Journal of Finance*, 31 (mayo 1969), 319-332

Test (respuestas al final del libro)

8.1. Enumere los seis factores que afectan a los precios de las opciones sobre acciones.

8.2. ¿Cuál es el límite inferior para el precio de una opción de compra a cuatro meses sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es 28 dólares, el precio de ejercicio es 25 dólares, y el tipo de interés libre de riesgo es el 8 por ciento anual?

8.3. ¿Cuál es el límite inferior para el precio de una opción de venta Europea a un mes sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es 12 dólares, el precio de ejercicio es 15 dólares, y el tipo de interés libre de riesgo es el 6 por ciento anual?

8.4. Dé dos motivos de por qué no es óptimo el ejercicio antes del vencimiento de una opción Americana de compra sobre acciones que no pagan dividendos . El primer motivo debe implicar el valor temporal del dinero. El segundo motivo debe aplicarse incluso si los tipos de interés son cero.

8.5. «El ejercicio antes del vencimiento de una opción de venta Americana es una disyuntiva (*trade-off*) entre el valor temporal del dinero y el valor como seguro de una opción de venta.» Explique esta afirmación.

8.6. Explique por qué una opción de compra Americana nunca vale menos que su valor intrínseco. ¿Es esto cierto para una opción de compra Europea? Explique su respuesta.

8.7. Explique por qué los argumentos que conduce a la ecuación fundamental de las opciones Europeas no pueden utilizarse para obtener un resultado similar para las opciones Americanas.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

8.8. ¿Cuál es el límite inferior para el precio de una opción de compra a seis meses sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es 80 dólares, el

precio de ejercicio es 75 dólares, y el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual?

8.9. ¿Cuál es el límite inferior para el precio de una opción de venta Europea a dos meses sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es 58 dólares, el precio de ejercicio es 65 dólares, y el tipo de interés libre de riesgo es el 5 por ciento anual?

8.10. Una opción Europea de compra a cuatro veses sobre acciones que no pagan dividendos actualmente se vende por 5 dólares. El precio de las acciones es 64 dólares, el precio de ejercicio es 60 dólares, y se espera un dividendo de 0,80 dólares dentro de un mes. El tipo de interés libre de riesgo es del 12 por ciento anual para todos los vencimientos. ¿Qué oportunidades hay para un arbitrajista?

8.11. Una opción Europea de venta a un mes sobre acciones que no pagan dividendos se vende actualmente por 2,50 dólares. El precio de las acciones es 47 dólares, el precio de ejercicio es 50 dólares, y el tipo de interés libre de riesgo es del 6 por ciento anual para todos los vencimientos. ¿Qué oportunidades hay para un arbitrajista?

8.12. Dé una explicación intuitiva de por qué el ejercicio antes del vencimiento de una opción Americana de venta es más atractivo cuando el tipo de interés libre de riesgo aumenta y la volatilidad disminuye.

8.13. El precio de una opción europea de compra que vence dentro de seis meses y tiene un precio de ejercicio de 30 dólares es 2 dólares. El precio de la acción subyacente es 29 dólares y se espera cobrar un dividendo de 0,50 dólares dentro de dos y dentro de cinco meses. La estructura temporal de tipo de interés es plana siendo todos los tipos de interés libre de riesgo iguales al 10 por ciento. ¿Cuál es el precio de una opción de venta Europea que vence dentro de seis meses y tiene un precio de ejercicio de 30 dólares?

8.14. Explique cuidadosamente las oportunidades de arbitraje del Problema 8.13 si el precio de la opción Europea de venta es 3 dólares.

8.15. El precio de una opción Americana de compra sobre acciones que no pagan dividendos es 4 dólares. El precio de las acciones es 31 dólares, el precio de ejercicio es 30 dólares, y la fecha de vencimiento es dentro de tres meses. El tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento. Calcule los límites superior e inferior para el precio de una opción Americana de venta sobre la misma acción con el mismo precio de ejercicio e igual fecha de vencimiento.

8.16. Explique detenidamente las oportunidades de arbitraje del Problema 8.15 si el precio de la opción Americana de venta es mayor que el límite superior calculado.

8.17. Demuestra el resultado de la Ecuación (8.4). (*Indicación*: Para la primera parte de la relación considere:

a) una cartera consistente en una opción Europea de compra más una cantidad de dinero igual a X, y
b) una cartera consistente en una opción Americana de venta más una acción.)

8.18. Demuestre el resultado de la Ecuación (8.8). (*Sugerencia*: Para la primera parte de la relación considere

a) una cartera consistente en una opción Europea de compra más una cantidad de dinero igual a $D + X$, además de,
b) una cartera consistente en una opción Americana de venta más una acción.)

8.19. Incluso cuando la empresa no paga dividendos, hay una tendencia a que las opciones para ejecutivos se ejerzan antes de su vencimiento. (Véase la Sección 7.12 para una discusión sobre las opciones para ejecutivos.) Dé una posible razón para este hecho observado.

8.20. Use el software DerivaGem para verificar que las Figuras 8.1 y 8.2 son correctas.

Preguntas de repaso

8.21. Una opción Europea de compra y una opción de venta sobre una acción tienen un precio de ejercicio de 20 dólares y vencen en tres meses. Ambas se venden por 3 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual, el precio actual de la acción es 19 dólares y se espera un dividendo de 1 dólar dentro de un mes. Identifique las oportunidades de arbitraje abiertas a un operador.

8.22. Supongamos que c_1, c_2 y c_3 son los precios de opciones Europeas de compra con precio de ejercicio de X_1, X_2 y X_3, respectivamente, donde $X_3 > X_2 > X_1$ y $X_3 - X_2 = X_2 - X_1$. Todas las opciones tienen el mismo vencimiento. Demuestre que

$$c \leqslant 0{,}5(c_1 + c_3)$$

(*Indicación*: Considere una cartera que iuncluye una opción con precio de ejercicio X_1, una opción con precio de ejercicio X_3, y una posición corta en dos opciones con precio de ejercicio X_2.)

8.23. ¿Cuál es el resultado correspondiente al del Problema 8.22 para opciones Europeas de venta?

8.24. Suponga que es usted el gerente y único propietario de una empresa altamente endeudada. Todas las deudas vencen dentro de un año. Si, en ese momento, el valor de la empresa es mayor que el valor nominal de la deuda, deberá saldar la deuda. Si el valor de la compañía es menor que el valor nominal de la deuda, el gerente deberá declararse en quiebra y la empresa pasará a los acreedores.

a) Exprese su posición como una opción sobre el valor de la empresa.
b) Exprese la posición de los acreedores en términos de opciones sobre el valor de la empresa.
c) ¿Qué puede hacer el gerente para incrementar el valor de su posición?

CAPÍTULO 9

Estrategias especulativas utilizando opciones

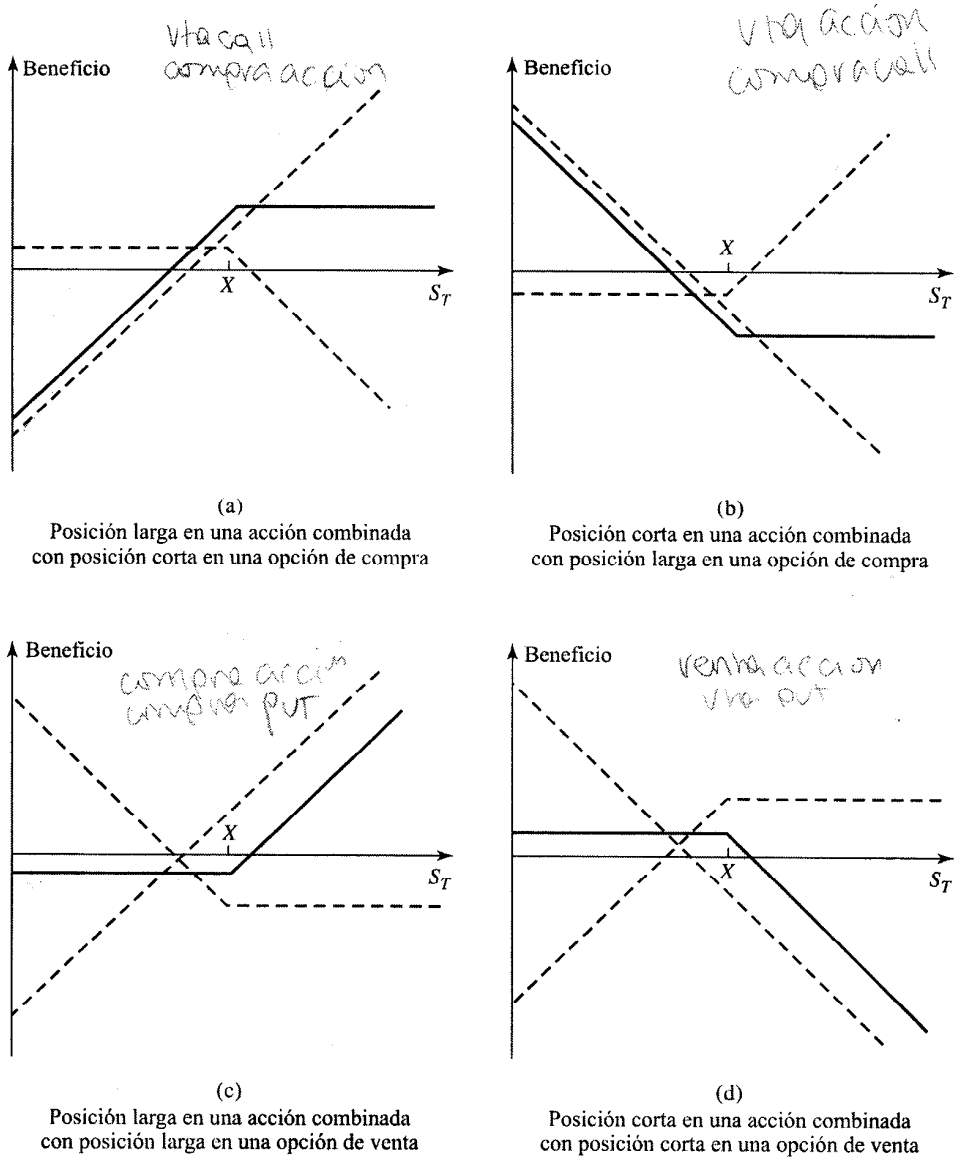
En el Capítulo 7 hablamos del esquema de beneficios de una inversión en una sola opción. En este capítulo cubriremos de forma más completa los posibles esquemas de beneficios que se pueden obtener utilizando opciones. Supondremos que el activo subyacente es una acción de una empresa. Podemos obtener resultados similares para otros activos subyacentes como divisas, índices bursátiles y contratos de futuros. También supondremos que las opciones utilizadas en las estrategias que aquí exponemos son Europeas. Las opciones Americanas pueden producir resultados ligeramente diferentes dada la posibilidad de ejercicio antes de la fecha de vencimiento.

En la primera sección estudiaremos lo que sucede cuando una posición en una opción sobre acciones se combina con otra posición sobre las mismas acciones. A continuación, pasaremos a estudiar los esquemas de beneficio cuando se hace una inversión en dos o más opciones diferentes sobre las mismas acciones. Uno de los atractivos de las opciones es que pueden utilizarse para crear una amplia gama de diferentes funciones de ingresos brutos (*payoff*). Si estuviesen disponibles opciones Europeas para cada uno de los posibles precios de ejercicio, en teoría, se podría crear cualquier función de ingresos brutos.

Para simplificar la exposición ignoraremos en este capítulo el valor temporal del dinero al calcular el beneficio generado por una estrategia de negociación. El beneficio se calcula como el ingreso bruto final (*payoff*) menos el coste inicial.

9.1. ESTRATEGIAS QUE INCLUYEN UNA SOLA OPCIÓN Y UNA ACCIÓN

Hay diferentes estrategias especulativas que incluyen una sola opción sobre acciones y dicha acción. Los beneficios de éstas están ilustrados en la Figura 9.1. En esta figura y en otras figuras



(a)
Posición larga en una acción combinada con posición corta en una opción de compra

(b)
Posición corta en una acción combinada con posición larga en una opción de compra

(c)
Posición larga en una acción combinada con posición larga en una opción de venta

(d)
Posición corta en una acción combinada con posición corta en una opción de venta

Figura 9.1. Esquemas de beneficios: (a) Posición larga en una acción combinada con posición corta en una opción de compra; (b) Posición corta en una acción combinada con posición larga en una opción de compra; (c) Posición larga en una acción combinada con posición larga en una opción de venta; d) Posición corta en una acción combinada con posición corta en una opción de venta.

a lo largo de este capítulo, la línea de puntos muestra la relación entre el beneficio y el precio de las acciones para los activos individuales que constituyen la cartera, mientras que la línea continua muestra la relación entre el beneficio y el precio de las acciones para toda la cartera.

En la Figura 9.1a la cartera consiste en una posición larga en acciones más una posición corta en una opción de compra. La estrategia de inversión representada para esta cartera se conoce como *emitir una opción de compra cubierta*. Esto es porque la posición larga en las acciones «cubre» o protege al inversor de la posibilidad de una subida brusca en el precio de las mismas. En la Figura 9.1b se combina una posición corta en acciones con una posición larga en una opción de compra. Esto es lo contrario de emitir una opción de compra cubierta.

En la Figura 9.1c la estrategia de inversión consiste en comprar una opción de venta sobre acciones y dicha acción. A esto a veces se le llama una estrategia *protectora con opciones de venta*. En la Figura 9.1d se combina una posición corta en una opción de venta con una posición corta en las acciones. Esto es lo contrario de una estrategia protectora con opciones de venta.

Los esquemas de beneficios brutos en las Figuras 9.1a, b, c, y d tienen la misma forma en general que los esquemas de beneficios de los que hablamos en el Capítulo 7 para posiciones cortas y largas en opciones de compra y de venta (*short put, short call, long put y long call*). La ecuación fundamental de las opciones Europeas proporciona una forma de entender el por qué esto esto así. Si recordamos del Capítulo 8 que la relación de la ecuación fundamental de las opciones Europeas es

$$p + S_0 = c + Xe^{-rT} + D \tag{9.1}$$

donde p es el precio de la opción Europea de venta, S_0 es el precio de las aciones, c es el precio de una opción Europea de compra, X es el precio de ejercicio tanto de la opción de compra como de la opción de venta, r es el tipo de interés libre de riesgo, T es el tiempo para el vencimiento de ambas opciones, y D es el valor actual de los dividendos anticipados durante la vida de la opción.

La Ecuación (9.1) muestra que una posición larga en una opción de venta combinada con una posición larga en la acción equivale a una posición larga en una opción de compra más cierta cantidad ($= Xe^{-rT} + D$) en metálico. Esto explica por qué el esquema de beneficios en la Figura 9.1c es similar al esquema de beneficio de una posición larga en una opción de compra. La posición en la Figura 9.1d es la contraria de la de la Figura 9.1c y, por lo tanto, nos lleva a un esquema de beneficios similar al de una posición corta en una opción de compra.

La Ecuación (9.1) puede reescribirse como

$$S_0 - c = Xe^{-rT} + D - p$$

En otras palabras, una posición larga en acciones combinada con una posición corta en una opción de compra equivale a una posición corta en una opción de venta más cierta cantidad ($= Xe^{-rT} + D$) en metálico. Esto explica por qué el esquema de beneficios de la Figura 9.1a es similar al esquema de beneficios de una posición corta en una opción de venta. La posición en la Figura 9.1b es la contraria de la de la Figura 9.1a y, por lo tanto, produce un esquema de beneficios similar al de una posición larga en una opción de venta.

9.2. DIFERENCIALES DE PRECIOS (*SPREADS*)

Una estrategia especulativa *spread* consiste en tomar una posición en dos o más opciones del mismo tipo (es decir, dos o más opciones de compra o dos o más opciones de venta).

Diferencial alcista (*bull spread*)

Uno de los tipos de diferencial más populares es el *bull spread*. Éste puede crearse comprando una opción de compra sobre acciones con cierto precio de ejercicio y vendiendo una opción

de compra sobre las mismas acciones con un precio de ejercicio superior. Ambas opciones tienen la misma fecha de vencimiento. La estrategia está ilustrada en la Figura 9.2. Los beneficios por separado de las dos posiciones en opciones se muestran en las líneas discontinuas. El beneficio de la estrategia es la suma de los beneficios que dan las líneas discontinuas y viene indicado por la línea continua. Como el precio de una opción de compra siempre decrece cuando el precio de ejercicio aumenta, el precio de la opción vendida siempre es menor que el precio de la opción comprada. Un *bull spread*, cuando se crea a partir de opciones de compra, necesita, por lo tanto, una inversión inicial.

Supongamos que X_1 es el precio de ejercicio de la opción de compra adquirida, X_2 es el precio de ejercicio de la opción de compra vendida, y S_T es el precio de las acciones en la fecha de vencimiento de las opciones. La Tabla 9.1 muestra el beneficio bruto total que se obtendrá con un *bull spread* en diferentes circunstancias. Si el precio de las acciones sube hasta el precio de ejercicio, el beneficio bruto será la diferencia entre los dos precios de ejercicio, $X_2 - X_1$. Si el precio de las acciones en el vencimiento se encuentra entre los dos precios de ejercicio, el beneficio será $S_T - X$. Si el precio de las acciones en el vencimiento está por debajo del precio de ejercicio más bajo, el beneficio bruto es cero. El beneficio neto en la Figura 9.2 se calcula sustrayendo la inversión inicial del beneficio bruto.

Un diferencial alcista limita las ganancias y pérdidas del inversor. Podemos describir la estrategia diciendo que el inversor tiene una opción de compra con un precio de ejercicio igual a X_1 y ha decidido renunciar a cierto beneficio potencial vendiendo una opción de compra con un precio de ejercicio de $X_2 (X_2 > X_1)$. A cambio de renunciar al potencial alcista, el inversor obtiene el precio de la opción con el precio de ejercicio de X_2. Pueden distinguirse tres tipos de diferencial alcista:

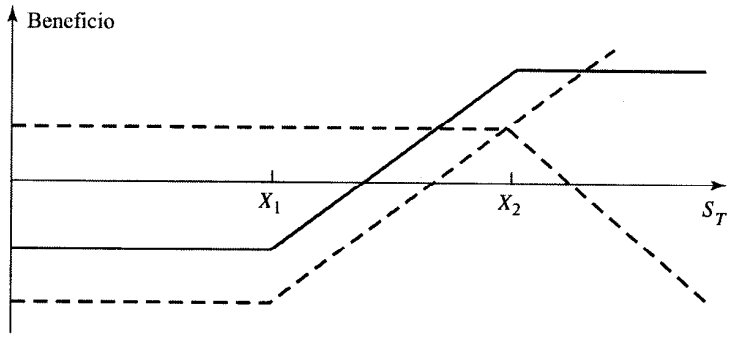


Figura 9.2. Diferencial alcista (*bull spread*) creado mediante opciones de compra.

Tabla 9.1. Beneficio bruto de un *bull spread*.

Rango del precio de las acciones	Beneficio bruto de la compra de una opción de compra	Beneficio bruto de la venta de una opción de compra	Beneficio bruto total
$S_T \geq X_2$	$S_T - X_1$	$X_2 - S_T$	$X_2 - X_1$
$X_1 < S_T < X_2$	$S_T - X_1$	0	$S_T - X_1$
$S_T \leq X_1$	0	0	0

1. Ambas opciones de compra están inicialmente fuera de dinero.
2. Inicialmente, una opción de compra está en dinero y la otra opción de compra está fuera de dinero.
3. Ambas opciones de compra están inicialmente en dinero.

Los diferenciales alcistas más agresivos son los del tipo 1. Su creación cuesta muy poco y tienen una pequeña probabilidad de dar un ingreso relativamente alto ($= X_2 - X_1$). Cuando pasamos del tipo 1 al tipo 2 y del tipo 2 al tipo 3, los diferenciales son cada vez más conservadores.

Ejemplo

Un inversor compra por 3 dólares una opción de compra con un precio de ejercicio de 30 dólares y vende por 1 dólar una opción de compra con un precio de ejercicio de 35 dólares. El beneficio bruto de esta estrategia es 5 dólares, si el precio de las acciones está por encima de 35 dólares, y cero cuando está por debajo de 30 dólares. Si el precio de las acciones está entre 30 dólares y 35 dólares, el beneficio bruto es la cantidad en la que el precio de las acciones excede de 30 dólares. El coste de la estrategia es \$3 − \$1 = \$2. El beneficio, por lo tanto, es como sigue:

Rango del precio de las acciones	Beneficio
$S_T \leqslant 30$	-2
$30 < S_T < 35$	$S_T - 32$
$S_T \geqslant 35$	3

Los diferenciales alcistas también pueden crearse comprando una opción de venta con un precio de ejercicio bajo y vendiendo una opción de venta con un precio de ejercicio alto, tal como en la Figura 9.3. A diferencia del diferencial alcista creado mediante opciones de

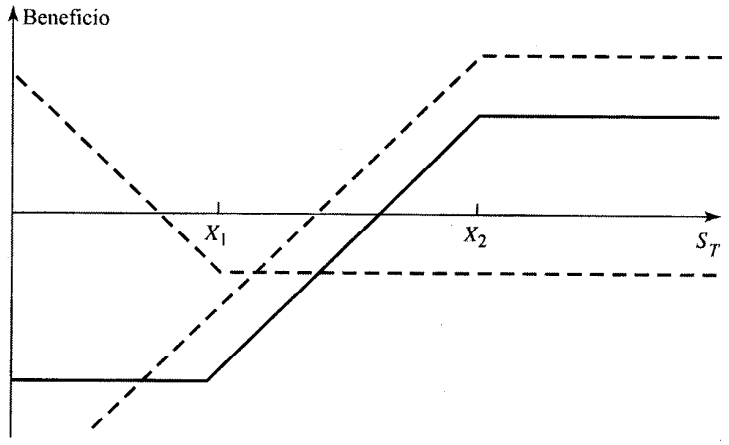


Figura 9.3. Diferencial bajista (*bear spread*) usando opciones de venta.

compra, los diferenciales alcistas creados con opciones de venta generan un flujo de caja positivo para el inversor (ignorando requisitos de garantía) y un pago que puede ser negativo o cero.

Diferencial bajista *(bear spread)*

Un inversor que firma un diferencial alcista espera que el precio de las acciones suba. Por el contrario un inversor que firma un diferencial bajista espera que el precio de las acciones baje. Al igual que un diferencial alcista, un diferencial bajista puede crearse comprando una opción de compra con un precio de ejercicio y vendiendo una opción de compra con otro precio de ejercicio. No obstante, en el caso de un diferencial bajista, el precio de ejercicio de la opción comprada es mayor que el precio de ejercicio de la opción vendida. La línea continua de la Figura 9.4 muestra el beneficio del diferencial. Un diferencial bajista creado a partir de opciones de compra implica un ingreso en metálico inicial (cuando se ignoran los requisitos de garantías), porque el precio de la opción de compra vendida es mayor que el precio de la opción de compra adquirida.

Supongamos que los precios de ejercicio son X_1 y X_2 con $X_1 < X_2$. La Tabla 9.2 muestra el beneficio bruto que se obtendrá con un diferencial bajista en diferentes circunstancias. Si el precio de las acciones es mayor que X_2, el beneficio bruto es negativo en $-(X_2 - X_1)$. Si el precio de las acciones es menor que X_1, el beneficio bruto es cero. Si el precio de las acciones está entre X_1 y X_2, el beneficio bruto es $-(S_T - X_1)$. El beneficio neto se calcula añadiendo el ingreso líquido inicial al beneficio bruto.

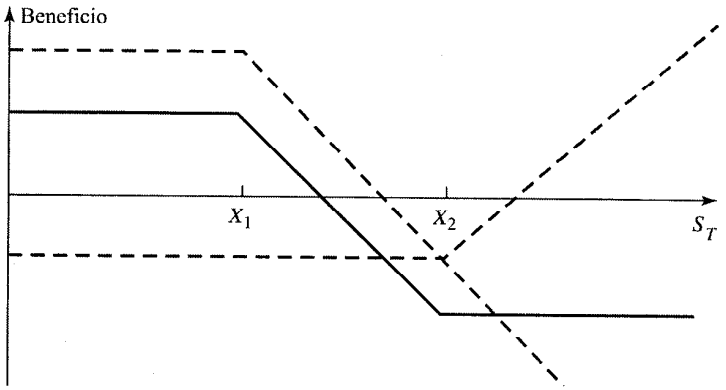


Figura 9.4. Diferencial bajista creado con opciones de compra.

Tabla 9.2. Beneficio bruto de un *bear spread.*

Rango del precio de las acciones	Beneficio bruto de la compra de una opción de compra	Beneficio bruto de la venta de una opción de compra	Beneficio bruto total
$S_T \geq X_2$	$S_T - X_2$	$X_1 - S_T$	$-(X_2 - X_1)$
$X_1 < S_T < X_2$	0	$X_1 - S_T$	$-(S_T - X_1)$
$S_T \leq X_1$	0	0	0

Ejemplo

Un inversor compra por 1 dólar una opción de compra con un precio de ejercicio de 35 dólares y vende por 3 dólares una opción de compra con un precio de ejercicio de 30 dólares. El beneficio bruto de este diferencial bajista es 5 dólares si el precio de las acciones está por encima de 35 dólares y cero si está por debajo de 30 dólares. Si el precio de las acciones está entre 30 dólares y 35 dólares, el beneficio bruto es $-(S_T - 30)$. La inversión genera \$3 − \$1 = \$2 netos. El beneficio neto, por lo tanto, es como sigue:

Rango del precio de las acciones	Beneficio neto
$S_T \leq 30$	+2
$30 < S_T < 35$	$32 - S_T$
$S_T \geq 35$	−3

Al igual que los diferenciales alcistas, los diferenciales bajistas limitan el beneficio potencial y el riesgo de pérdida. Los diferenciales bajistas pueden crearse utilizando opciones de venta en vez de opciones de compra. El inversor compra una opción de venta con un precio de ejercicio alto y vende una opción de venta con un precio de ejercicio bajo. Esto está ilustrado en la Figura 9.5. Los diferenciales bajistas creados con opciones de venta necesitan una inversión inicial. En esencia, el inversor ha comprado una opción de venta con un cierto precio de ejercicio y decide renunciar a parte de sus beneficios potenciales vendiendo una operación de venta con un precio de ejercicio inferior. A cambio del beneficio al que renuncia, el inversor obtiene el precio de la opción que vende.

Mariposas *(butterfly spreads)*

Un diferencial mariposa incluye posiciones en opciones con tres precios de ejercicio distintos. Puede crearse comprando una opción de compra con un precio de ejercicio relativamente bajo, X_1, comprando una opción de compra con un precio de ejercicio relativamente alto, X_3, y vendiendo dos opciones de compra con un precio de ejercicio, X_2, promedio de X_1 y X_3.

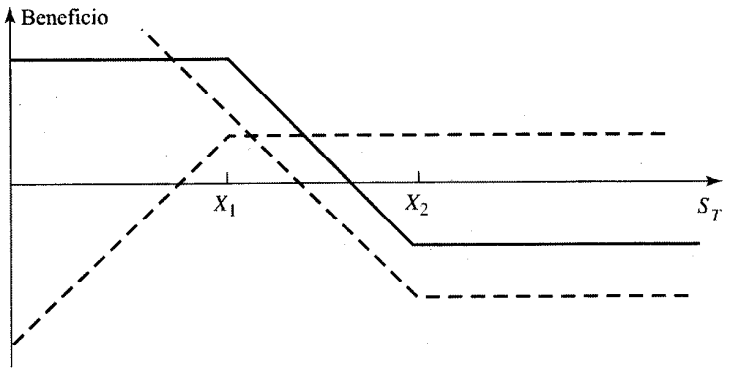


Figura 9.5. Diferencial bajista creado con opciones de venta.

Generalmente X_2 es cercano al precio actual de las acciones. El esquema de beneficios de la estrategia se muestra en la Figura 9.6. Un diferencial mariposa produce beneficios si el precio de las acciones permanece cerca de X_2 pero genera una pequeña pérdida si hay un movimiento significativo en el precio de las acciones en cualquier dirección. Es, por lo tanto, una estrategia apropiada para un inversor que siente que grandes movimientos del precio de las acciones son improbables. La estrategia necesita una pequeña inversión inicial. El beneficio bruto de un diferencial mariposa se muestra en la Tabla 9.3.

Supongamos que ciertas acciones valen actualmente 61 dólares. Consideremos un inversor que piensa que es improbable que vaya a haber un movimiento significativo en el precio durante los seis meses siguientes. Supongamos que los precios de mercado para las opciones de compra a seis meses son los siguientes:

Precio de ejercicio ($)	Precio de la opción de compra ($)
55	10
60	7
65	5

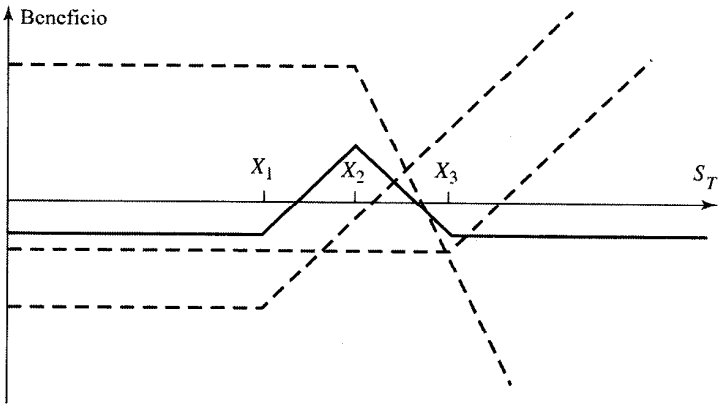


Figura 9.6. Diferencial mariposa (*butterfly spread*) creada con opciones de compra.

Tabla 9.3. Beneficio bruto de un diferencial mariposa.

Rango del precio de las acciones	Beneficio bruto de la primera compra de una opción de compra	Beneficio bruto de la segunda compra de una opción de compra	Beneficio bruto de la venta de las opciones de compra	Beneficio bruto total*
$S_T < X_1$	0	0	0	0
$X_1 < S_T < X_2$	$S_T - X_1$	0	0	$S_T - X_1$
$X_2 < S_T < X_3$	$S_T - X_1$	0	$-2(S_T - X_2)$	$X_3 - S_T$
$S_T > X_3$	$S_T - X_1$	$S_T - X_3$	$-2(S_T - X_2)$	0

* Estos cálculos se han realizado utilizando la relación $X_2 = 0{,}5(X_1 + X_3)$.

Tabla 9.4. Utilización de un diferencial mariposa.

Fuente: Mesa del operador

Unas acciones se venden actualmente por 61 dólares. Los precios de las opciones de compra que vencen dentro de seis meses se cotizan como sigue:

Precio de ejercicio = \$55, precio de la opción de compra = \$10
Precio de ejercicio = \$60, precio de la opción de compra = \$7
Precio de ejercicio = \$65, precio de la opción de compra = \$5

Un inversor cree que es improbable que el precio de las acciones se mueva significativamente en los próximos seis meses.

Estrategia

El inversor establece un diferencial mariposa:

1. Compra una opción de compra con un precio de ejercicio de 55 dólares.
2. Compra una opción de compra con un precio de ejercicio de 65 dólares.
3. Vende dos opciones de compra con un precio de ejercicio de 60 dólares.

El coste es \$10 + \$5 − (2 × \$7) = \$1. La estrategia produce una pérdida neta (no más de 1 dólar) si el precio de las acciones se mueve fuera del intervalo comprendido entre 56 dólares y 64 dólares, pero produce un beneficio si permanece dentro del mismo. El máximo beneficio de 4 dólares se obtiene si el precio de las acciones es 60 dólares en la fecha del vencimiento.

El inversor podría crear un diferencial mariposa comprando una opción de compra con un precio de ejercicio de 55 dólares, comprando una opción de compra con un precio de ejercicio de 65 dólares y vendiendo dos opciones de compra con un precio de ejercicio de 60 dólares. Crear el diferencial cuesta \$10 + \$5 − (2 × \$7) = \$1. Si el precio de las acciones dentro de seis meses es mayor que 65 dólares o menor que 55 dólares, no hay ningún beneficio bruto y el inversor obtiene una pérdida neta de 1 dólar. Si el precio de las acciones está entre 56 dólares y 64 dólares, obtiene un beneficio. El máximo beneficio, 5 dólares, se consigue cuando el precio de las acciones dentro de seis meses es 60 dólares. Este ejemplo está resumido en la Tabla 9.4.

Los diferenciales mariposa pueden crearse utilizando opciones de venta. El inversor compra una opción de venta con un precio de ejercicio bajo, otra con un precio de ejercicio alto, y vende dos opciones de venta con un precio de ejercicio intermedio. Esto está ilustrado en la Figura 9.7. El diferencial mariposa en el ejemplo que acabamos de considerar se habría creado comprando una opción de venta con un precio de ejercicio de 55 dólares, comprando otra opción de venta con un precio de ejercicio de 65 dólares y vendiendo dos opciones de venta con un precio de ejercicio de 60 dólares. Si todas las opciones son Europeas, la utilización de opciones de venta da los mismos resultados que la utilización de opciones de compra. La ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) puede utilizarse para demostrar que la inversión inicial es la misma en ambos casos.

Un diferencial mariposa puede venderse o venderse a corto siguiendo la estrategia contraria a la que describimos anteriormente. Se venden opciones con precios de ejercicio X_1 y X_3, y se compran las dos opciones con el precio de ejercicio medio X_2. Esta estrategia produce un modesto beneficio si se produce un movimiento significativo en el precio de las acciones.

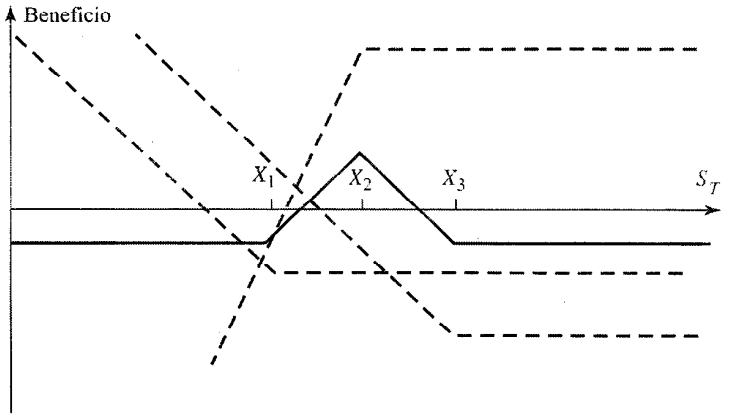


Figura 9.7. Diferencial mariposa (*butterfly spread*) utilizando opciones de venta.

Diferencial temporal *(calendar spreads)*

Hasta ahora hemos considerado que las opciones utilizadas para crear diferenciales vencían todas al mismo tiempo. Ahora vamos a hablar de los *calendar spread* en los que las opciones utilizadas tienen el mismo precio de ejercicio y diferentes fechas de vencimiento.

Un diferencial temporal puede crearse vendiendo una opción de compra con cierto precio de ejercicio y comprando una opción de compra con un vencimiento superior y el mismo precio de ejercicio. Una opción con mayor vencimiento suele ser más cara. Un diferencial temporal, por lo tanto, necesita una inversión inicial. Suponiendo que la opción de vencimiento más largo se vende cuando la opción de vencimiento corto vence, el esquema de beneficio dado por un diferencial temporal se muestra en la Figura 9.8. Éste es similar al esquema de beneficios del diferencial mariposa de la Figura 9.6. El inversor obtiene beneficios si el precio de las acciones al vencimiento de la opción con menor vencimiento es similar al precio de ejercicio de la opción con menor vencimiento. Sin embargo, se incurre en una pérdida cuando el precio de las acciones está claramente por encima o por debajo del precio de ejercicio.

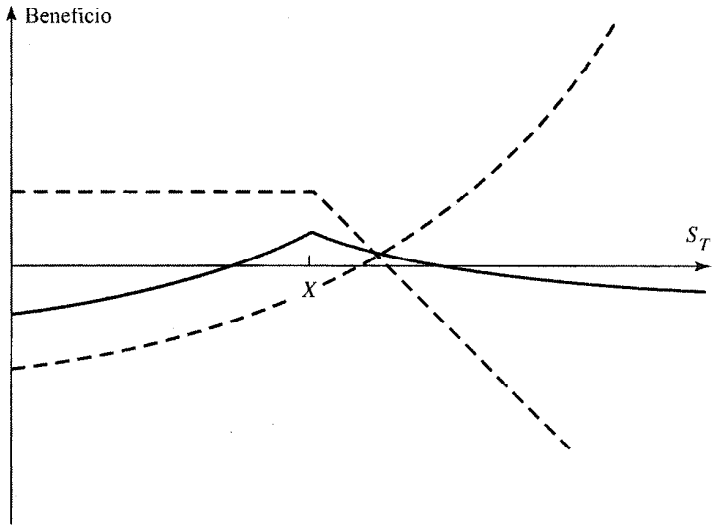


Figura 9.8. Diferencial temporal (*calendar spread*) creado con dos opciones de compra.

Para entender el esquema de beneficios de un diferencial temporal, primero consideraremos lo que sucede si el precio de las acciones es muy bajo cuando la opción con menor vencimiento vence. La opción de vencimiento corto no tiene valor y el precio de la opción de vencimiento largo es cercano a cero. El inversor, por lo tanto, incurre en una pérdida cercana al coste de establecer el diferencial inicialmente. Consideremos ahora lo que sucede si el precio de las acciones, S_T, es muy alto cuando vence la opción de menor vencimiento. Ésta cuesta al inversor $S_T - X$ y la opción de vencimiento largo (asumiendo que el ejercicio antes del vencimiento no es lo mejor) tiene un valor ligeramente superior a $S_T - X$, donde X es el precio de ejercicio de las opciones. De nuevo, el inversor obtiene una pérdida neta que es cercana al coste de establecer el diferencial inicialmente. Si S_T es cercano a X, la opción con vencimiento corto le cuesta al inversor o una pequeña cantidad o nada. No obstante, la opción de vencimiento largo es aún bastante valiosa. En este caso se obtiene un beneficio neto significativo.

En un diferencial temporal neutral se elige un precio de ejercicio similar al precio actual de las acciones. Un diferencial temporal alcista implicaría un precio de ejercicio más alto, mientras que un diferencial temporal bajista implicaría un precio de ejercicio más bajo.

Los diferenciales temporales pueden crearse tanto con opciones de venta como con opciones de compra. El inversor compra una opción de venta de vencimiento largo y vende una opción de venta con vencimiento corto. Como se muestra en la Figura 9.9, el esquema de beneficio es similar al que se obtiene utilizando opciones de compra.

Un diferencial temporal contrario es lo contrario de las Figuras 9.8 o 9.9. El inversor compra una opción de vencimiento corto y vende una opción con vencimiento largo. Esto produce un pequeño beneficio si el precio de las acciones al vencimiento de la opción de vencimiento corto está muy por encima o muy por debajo del precio de ejercicio de la opción de vencimiento corto. No obstante, produce una pérdida significativa si es similar al precio de ejercicio.

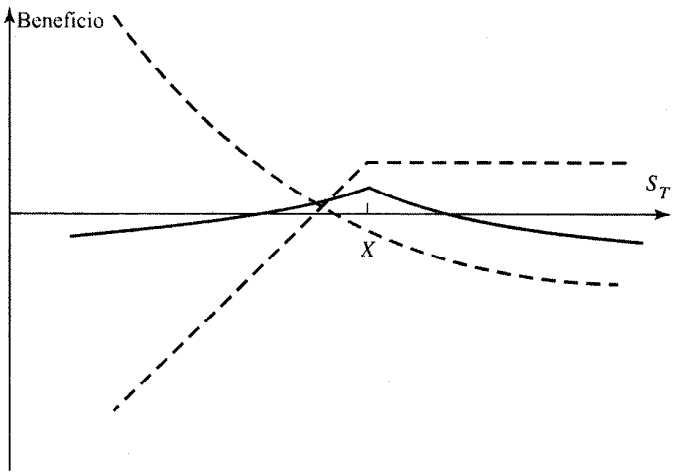


Figura 9.9. Diferencial calendario (*diferencial temporal*) creado con dos opciones de venta.

Diferencial diagonal *(diagonal spreads)*

Los diferenciales alcistas, bajistas y temporales pueden crearse a partir de una posición larga en una opción de compra y una posición corta en otra opción de compra. En el caso de los diferenciales alcista y bajista, las opciones de compra tienen precios de ejercicio distintos y de

igual vencimiento. En el caso de los diferenciales temporales, las opciones de compra tienen igual precio de ejercicio y vencimiento distinto. Un diferencial diagonal es un diferencial en el cual tanto la fecha de vencimiento como el precio de ejercicio de las opciones de compra son diferentes. Esto incrementa el rango de esquemas de beneficios posibles.

9.3. COMBINACIONES

Una *combinación* es una estrategia especulativa utilizando opciones que consiste en tomar una posición tanto en opciones de compra como en opciones de venta sobre la misma acción. Consideraremos las que se conocen como *straddles*, *strips*, *straps* y *strangles*.

Cono *(straddle)*

Una de las combinaciones más populares es conocida como *straddle* consistente en comprar una opción de compra y una opción de venta con igual precio de ejercicio y vencimiento. El esquema de beneficios se muestra en la Figura 9.10. El precio de ejercicio se denota por X. Si el precio de la acción es similar a este precio de ejercicio al vencimiento de las opciones, el cono produce una pérdida. Sin embargo, si hay un movimiento suficientemente grande en cualquier dirección, resultará un beneficio significativo. El beneficio bruto de un cono está calculado en la Tabla 9.5.

Un cono es apropiado cuando un inversor espera un movimiento grande en el precio de las acciones pero no sabe en qué dirección va a ser éste. Consideremos un inversor que cree que

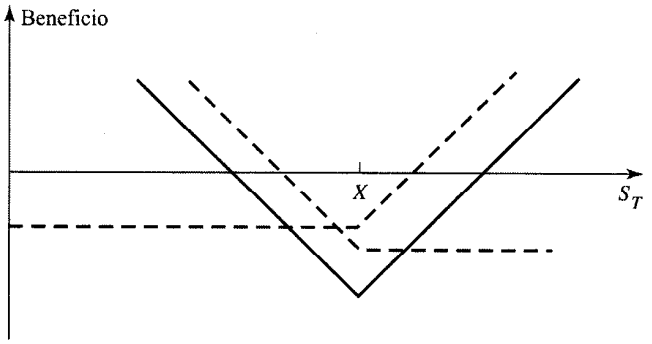


Figura 9.10. Un cono.

Tabla 9.5. Beneficio bruto de un cono.

Rango del precio de las acciones	Beneficio bruto de la opción de compra	Beneficio bruto de la opción de venta	Beneficio bruto total
$S_T \leqslant X$	0	$X - S_T$	$X - S_T$
$S_T > X$	$S_T - X$	0	$S_T - X$

el precio de ciertas acciones, actualmente valoradas por el mercado a 69 dólares, se moverá de manera significativa en los próximos tres meses. El inversor podría crear un cono comprando una opción de compra y una opción de venta con un precio de ejercicio de 70 dólares y un vencimiento dentro de tres meses. Supongamos que la opción de compra cuesta 4 dólares y la opción de venta cuesta 3 dólares. Si el precio de las acciones permanece a 69 dólares, es fácil ver que la estrategia cuesta al inversor 6 dólares. (Se necesita una inversión inicial de 7 dólares, la opción de compra vence sin valor, y la opción de venta vence con valor de 1 dólar.) Si el precio de las acciones se mueve hasta 70 dólares, se experimenta una pérdida de 7 dólares. (Esto es lo peor que puede suceder.) No obstante, si el precio de las acciones sube hasta 90 dólares, se obtiene un beneficio de 13 dólares; si el precio de las acciones baja hasta 55 dólares, se obtiene un beneficio de 8 dólares; y así sucesivamente. Este ejemplo está resumido en la Tabla 9.6.

Un cono parece ser una estrategia de negociación adecuada si se espera un gran salto en el precio de la acción de una empresa, por ejemplo, si existe una oferta de adquisición sobre la empresa o se espera que se anuncie pronto el resultado de una decisión judicial. Sin embargo, esto no siempre es así. Para que un cono sea una estrategia efectiva, el inversor debe creer que hay altas posibilidades de grandes movimientos en el precio de la acción y estas creencias deben ser diferentes de las de otros participantes en el mercado.

A veces, el cono de la Figura 9.10 se llama *botton straddle* o cono comprado. La posición contraria es un *top straddle* o cono vendido. Éste se crea vendiendo una opción de compra y una opción de venta con igual precio de ejercicio y fecha de vencimiento. Se trata de una estrategia muy arriesgada. Si el precio de las acciones en la fecha de vencimiento es similar al precio de ejercicio, se produce un beneficio significativo. No obstante, la pérdida que surge de un gran movimiento en cualquier dirección es ilimitada.

Tabla 9.6. Uso de un *straddle*.

Fuente: Mesa del operador

Actualmente unas acciones se negocian a 69 dólares. Una opción de compra a tres meses con un precio de ejercicio de 70 dólares cuesta 4 dólares mientras que una opción de venta a tres meses con el mismo precio de ejercicio cuesta 3 dólares. Un inversor cree que es probable que el precio de las acciones experimente un salto significativo (hacia arriba o hacia abajo) en los próximos tres meses.

La Estrategia

El operador compra la opción de venta y la opción de compra. Lo peor que puede suceder es que el precio de las acciones sea 70 dólares dentro de tres meses. En este caso la estrategia costaría 7 dólares. Cuanto más lejos de 70 dólares esté el precio de las acciones, más provechosa será la estrategia. Por ejemplo, si el precio de las acciones es 90 dólares, la estrategia producirá un beneficio de 13 dólares. Si el precio de las acciones es 55 dólares, la estrategia produce un beneficio de 8 dólares.

Bandos *(strips)* y coreas *(straps)*

Un *strip* consiste en una posición larga en una opción de compra y dos opciones de venta con igual precio de ejercicio y fecha de vencimiento. Un *strap* consiste en una posición larga en

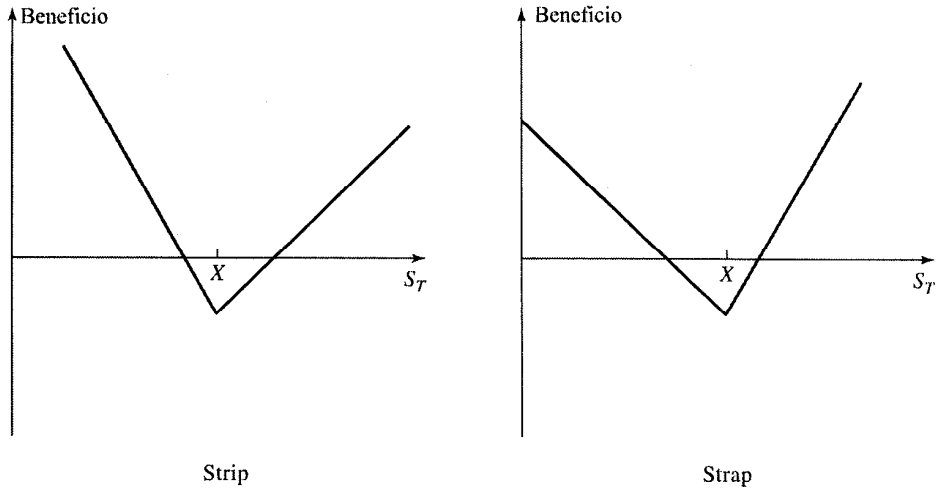


Figura 9.11. Beneficios obtenidos a partir de un *strip* y un *strap*.

dos opciones de compra y una opción de venta con igual precio de ejercicio y vencimiento. Los esquemas de beneficios de los *strips* y los *straps* se muestran en la Figura 9.11. En un *strip* el inversor está apostando a que habrá un gran movimiento en el precio de las acciones y considera que es más probable una disminución en el precio de las acciones que una subida. En un *strap* el inversor también apuesta a que habrá un gran movimiento en el precio de las acciones. Sin embargo, en este caso, considera que es más probable una subida del precio que no una disminución de éste.

Cunas *(strangles)*

En una cuna, a veces llamado una combinación vertical, un inversor compra una opción de compra y una opción de venta con iguales vencimientos y diferentes precios de ejercicio. El esquema de beneficio que se obtiene se muestra en la Figura 9.12. El precio de ejercicio de la opción de compra, X_2, es mayor que el precio de ejercicio de la opción de venta, X_1. La función de beneficio bruto para una cuna se calcula en la Tabla 9.7.

Una cuna es una estrategia parecida a un cono. El inversor está apostando a que habrá un gran movimiento en el precio pero no está seguro si será un incremento o una disminución

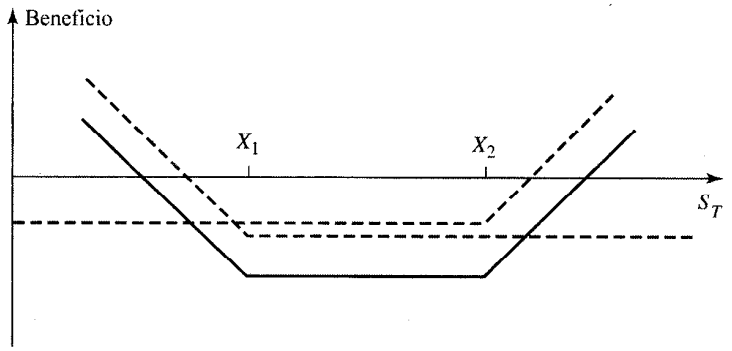


Figura 9.12. *Strangle.*

Tabla 9.7. Beneficio bruto de una cuna.

Rango del precio de acciones	Beneficio bruto de la opción de compra	Beneficio bruto de la opción de venta	Beneficio bruto total
$S_T \leqslant X_1$	0	$X_1 - S_T$	$X_1 - S_T$
$X_1 < S_T < X_2$	0	0	0
$S_T \geqslant X_2$	$S_T - X_2$	0	$S_T - X_2$

Comparando las Figuras 9.12 y 9.10, vemos que los precios de las acciones tienen que moverse más en una cuna que en un cono para que el inversor obtenga beneficios. Sin embargo, el riesgo de pérdida si el precio de las acciones finaliza en el valor central es menor en la cuna.

El esquema de beneficios obtenido con una cuna depende de los precios de ejercicio. Cuanto más separados estén, menor será el riesgo de pérdida y más debe moverse el precio de las acciones para poder obtener un beneficio.

A veces la venta de una cuna a veces se llama *top vertical combination*. Puede ser apropiada para un inversor que piensa que es improbable un gran movimiento del precio de las acciones. No obstante, al igual que la venta de un cono, es una estrategia arriesgada porque la pérdida potencial del inversor es ilimitada.

9.4. OTROS RESULTADOS

Este capítulo ha demostrado sólo unas pocas formas en las que se pueden utilizar opciones para producir una relación interesante entre beneficios y el precio de las acciones. Si las opciones Europeas que vencen en el momento T están disponibles para cada precio de ejercicio posible, en teoría puede obtenerse cualquier función de beneficio en el momento T. La forma más fácil de ver esto es en términos de diferenciales mariposa. Volvemos a decir que un diferencial mariposa se crea comprando opciones con precios de ejercicio X_1 y X_3 y vendiendo dos opciones con precio de ejercicio X_2 donde $X_1 < X_2 < X_3$ y $X_3 - X_2 = X_2 - X_1$. La Figura 9.13 muestra la función de beneficio de un diferencial mariposa. Éste podría describirse como un *spike*. Cuanto más juntos estén X_1 y X_3, el *spike* es más pequeño. Combinando prudentemente un gran número de *spikes* muy pequeños, se puede aproximar cualquier función de beneficio.

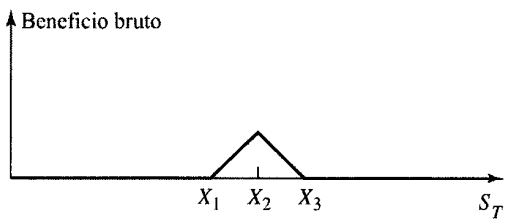


Figura 9.13. Beneficio bruto obtenido a partir de un diferencial mariposa (*butterfly spread*).

9.5. RESUMEN

Varias estrategias especulativas integran una sola opción y la acción subyacente. Por ejemplo, la emisión de una opción de compra cubierta consistente en comprar la acción y vender la opción de compra sobre las acciones; una opción de venta protectora consiste en comprar una opción de venta y comprar las acciones. La primera estrategia es similar a vender una opción de venta; la segunda es similar a comprar una opción de compra.

Los diferenciales implican tomar una posición tanto en dos o más opciones de compra como tomar una posición en dos o más opciones de venta. Un diferencial alcista puede crearse comprando una opción de compra (de venta) con un precio de ejercicio bajo y vender una opción de compra (de venta) con un precio de ejercicio alto. Un diferencial bajista puede crearse comprando una opción de compra (de venta) a un precio de ejercicio alto y vendiendo una opción de compra (de venta) con un precio de ejercicio bajo. Un diferencial mariposa implica comprar dos opciones de compra (de venta) con precios de ejercicio alto y bajo y vender dos opciones de compra (de venta) con un precio de ejercicio intermedio. Un diferencial temporal implica vender una opción de compra (de venta) con un período corto de tiempo hasta el vencimiento y comprar una opción de compra (de venta) con un período de tiempo más largo hasta el vencimiento. Un diagonal diferencial implica una posición larga en una opción y una posición corta en otra opción donde tanto el precio de ejercicio como la fecha de vencimiento son diferentes.

Las combinaciones implican tomar una posición tanto en opciones de compra como en opciones de venta sobre las mismas acciones. Un cono implica tomar una posición larga en una opción de compra y una en una opción de venta con el mismo precio de ejercicio e igual fecha de vencimiento. Un *strip* consiste en una posición larga en una opción de compra y dos opciones de venta con igual precio de ejercicio y vencimiento. Un *strap* consiste en una posición larga en dos opciones de compra y en una opción de venta con igual precio de ejercicio y fecha de vencimiento. Una cuna consiste en una posición larga en una opción de compra y de venta con diferentes precios de ejercicio e igual fecha de vencimiento. Hay otras muchas maneras en las que pueden utilizarse las opciones para producir interesantes beneficios. No es sorprendente que los negociadores de opciones hayan incrementado su popularidad constantemente y continúen fascinando a los inversores.

Lecturas recomendadas

Bokkstaber, R. M., *Option Pricing and Strategies in Investing*. Reading MA: Addison-Wesley, 1981

Degler, W. H. and H. P. Becker, «19 Option Strategies and When to Use Them», *Futures* (junio 1984)

McMillan, L. G., *Options as a Strategic Investment*, 2.ª ed. New York: New York Institute of Finance, 1982

Slivka, R., «Call Option Spreading», *Journal of Portfolio Management*, 7 (primavera 1981): 71-76

Welch, W. W., *Strategies for Put and Call Option Trading*. Cambridge, MA: Winthrop, 1982

Yates, J. W., y R. W. Kopprasch, «Writing Covered Call Options: Profits and Risks», *Journal of Portfolio Management*, 6 (otoño 1980), 74-80

Test (respuestas al final del libro)

9.1. ¿Qué significa una opción de venta protectora? ¿Qué posición en opciones de compra es equivalente a una opción de venta protectora?
9.2. Explique dos maneras en las que se puede crear un diferencial bajista.
9.3. ¿Cuándo es apropiado para un inversor comprar un diferencial mariposa?
9.4. Hay disponibles opciones de compra sobre acciones con precios de ejercicio de 15 dólares, 17 dólares y 20 dólares y vencimientos dentro de tres meses. Sus precios son 4 dólares, 2 dólares y 1 dólar, respectivamente. Explique cómo pueden utilizarse las opciones para crear un diferencial mariposa. Construya una tabla mostrando cómo varía el beneficio con el precio para el diferencial mariposa.
9.5. ¿Qué estrategia especulativa crea un diferencial temporal contrario?
9.6. ¿Cuál es la diferencia entre una cuna y un cono?
9.7. Una opción de compra con un precio de ejercicio de 50 dólares cuesta 2 dólares. Una opción de venta con un precio de ejercicio de 45 dólares cuesta 3 dólares. Explique cómo puede crearse una cuna a partir de estas dos opciones. ¿Cuál es el esquema de beneficios de la cuna?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

9.8. Use la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) para relacionar la inversión inicial para un diferencial alcista creado a partir de opciones de venta y un diferencial bajista creado a partir de opciones de compra.
9.9. Explique cómo puede crearse un diferencial bajista agresivo utilizando opciones de venta.
9.10. Supongamos que las opciones de venta sobre acciones con precios de ejercicio de 30 dólares y 35 dólares cuestan 4 y 7 dólares, respectivamente. ¿Cómo pueden utilizarse las opciones para crear (a) un diferencial alcista y (b) un diferencial bajista? Construya una tabla que muestre el beneficio y el beneficio bruto para ambos diferenciales.
9.11. Utilice la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) para demostrar que el coste de un diferencial mariposa creado a partir de opciones de venta Europeas es idéntico al coste de un diferencial mariposa creado a partir de opciones Europeas de compra.
9.12. Una opción de compra con precio de ejercicio de 60 dólares cuesta 6 dólares. Una opción de venta con igual precio de ejercicio y vencimiento cuesta 4 dólares. Construya una tabla que muestre los beneficios de un cono. ¿Para qué rango de precios de acciones tendríamos una pérdida con el cono?
9.13. Construya una tabla que muestre el beneficio bruto de un diferencial alcista cuando se utilizan opciones de venta con precios de ejercicio X_1 y X_2 ($X_2 > X_1$).
9.14. Un inversor cree que habrá un gran salto en el precio de las acciones pero no está seguro en qué dirección. Identifique seis estrategias diferentes que el inversor puede seguir y explique las diferencias entre ellas.
9.15. ¿Cómo puede crearse un contrato a plazo sobre acciones con cierto precio y fecha de entrega a partir de opciones?
9.16. Un *box spread* es una combinación de un *bull call spread* con precios de ejercicio de X_1 y X_2 y un *bear put spread* con iguales precios de ejercicio. Las fechas de vencimiento de todas las opciones coinciden. ¿Cuáles son las características de un *box spread*?

9.17. ¿Cuál es el resultado si el precio de ejercicio de una opción de venta es mayor que el precio de ejercicio de una opción de compra en una cuna?

9.18. Un dólar australiano vale en la actualidad 0,64 dólares USA. Creamos un diferencial mariposa a un año usando opciones Europeas de compra con precios de ejercicio de 0,60 dólares; 0,65 dólares y 0,70 dólares. Los tipos de interés libres de riesgo en los Estados Unidos y Australia son 5 por ciento y 4 por ciento respectivamente y la volatilidad del tipo de cambio es del 15 por ciento. Utilice el software DerivaGem para calcular el coste de establecer una posición de diferencial mariposa. Muestre que el coste es el mismo si se usan opciones Europeas de venta en lugar de opciones Europeas de compra.

Preguntas de repaso

9.19. Tres opciones de venta sobre acciones tienen la misma fecha de vencimiento y precios de ejercicio de 55, 60, y 65 dólares. Los precios de mercado son 3, 5, y 8 dólares, respectivamente. Explique cómo puede crearse un diferencial mariposa. Construya una tabla que muestre el beneficio de la estrategia. ¿Para qué rango de precios de acciones produce una pérdida el diferencial mariposa?

9.20. Se crea un diferencial diagonal comprando una opción de compra con un precio de ejercicio X_2 y vencimiento T_2, y vendiendo una opción de compra con un precio de ejercicio de X_1 y vencimiento $T_1 (T_2 > T_1)$. Dibuje un diagrama que muestre el beneficio cuando (a) $X_2 > X_1$ y (b) $X_2 < X_1$.

9.21. Dibuje un diagrama mostrando la variación de las pérdidas y ganancias de un inversor con el precio final de una cartera consistente en:

a) Una acción y posición corta en una opción de compra.
b) Dos acciones y posición corta sobre una opción de compra.
c) Una acción y posición corta en dos opciones de compra.
d) Una acción y posición corta sobre cuatro opciones de compra.

En cada caso suponga que la opción de compra tiene un precio de ejercicio igual al precio actual de las acciones.

CAPÍTULO 10

Introducción a los árboles binomiales

Una técnica muy útil y utilizada para valorar opciones sobre acciones se basa en construir lo que se conoce como *árbol binomial*. Éste es un esquema en árbol que representa diferentes trayectorias posibles que puede seguir el precio de las acciones subyacentes durante la vida de la opción. En este capítulo haremos una primera aproximación a los árboles binomiales y explicaremos su relación con un principio importante conocido como de *valoración neutral al riesgo* (*risk-neutral valuation*). El planteamiento general que tomaremos es similar al de un importante artículo publicado por Cox, Ross, y Rubinstein en 1979.

Pretendemos que el material de este capítulo sea introductorio. En el Capítulo 17 se dan más detalles sobre procedimientos numéricos que utilizan árboles binomiales que pueden ser implementados en la práctica.

10.1. MODELO BINOMIAL DE UN PERÍODO

Empezaremos considerando una situación muy sencilla donde el precio actual de las acciones es de 20 dólares y se sabe que al final de tres meses será o 22 o 18 dólares. Supongamos que estamos interesados en valorar una opción Europea de compra sobre las acciones por 21 dólares dentro de tres meses. Esta opción tendrá uno de los dos valores al final de los tres meses. Si el precio de las acciones termina siendo 22 dólares, el valor de la opción será 1 dólar; si el precio de las acciones resulta de 18 dólares, el valor de la opción será cero. La situación está ilustrada en la Figura 10.1.

Resulta que podemos utilizar un procedimiento relativamente sencillo para poner precio a la opción en este ejemplo. El único supuesto que necesitamos es el de que no haya oportunidades de arbitraje para un inversor. Consideramos una cartera compuesta por acciones y la

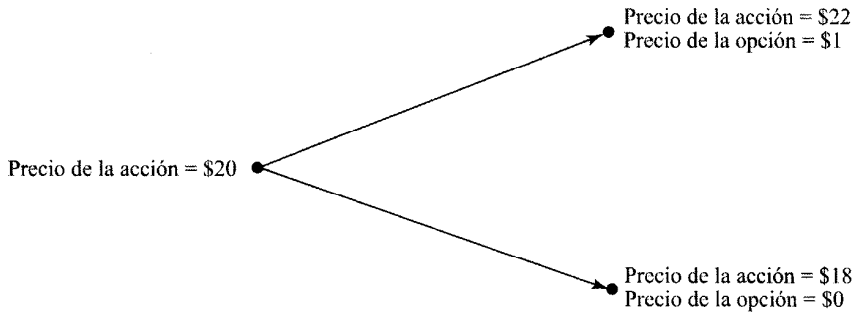


Figura 10.1. Movimientos de los precios de las acciones en el ejemplo numérico.

opción de manera que no haya incertidumbre sobre el valor de la cartera al final de los tres meses. Entonces, dado que la cartera no tiene riesgo, el rendimiento generado por ella debe ser igual al tipo de interés libre de riesgo. Esto nos permite deducir el coste inicial de la cartera y, por lo tanto, el precio de la opción. Si hay dos activos financieros (las acciones y la opción sobre acciones) y sólo dos resultados posibles, siempre es posible construir la cartera libre de riesgo.

Consideremos una cartera consistente en una posición larga en Δ acciones y una posición corta en una opción de compra. Calcularemos el valor de Δ que hace que la cartera sea libre de riesgo. Si el precio de las acciones pasa de 20 a 22, el valor de las acciones será 22Δ y el valor de la opción es 1 con lo que el valor total de la cartera es $22\Delta - 1$. Si el precio de las acciones baja de 20 a 18, el valor de las acciones es 18Δ y el valor de la opción es cero con lo que el valor total de la cartera es 18Δ. La cartera será libre de riesgo si el valor de Δ se elige de forma que el valor final de la cartera sea igual en ambas alternativas. Esto significa que

$$22\Delta - 1 = 18\Delta$$

o

$$\Delta = 0{,}25$$

La cartera libre de riesgo será, por lo tanto:

Posición larga: 0,25 acciones
Posición corta: 1 opción

Si el precio de las acciones sube a 22, el valor de la cartera será

$$22 \times 0{,}25 - 1 = 4{,}5$$

Si el precio de las acciones baja a 18, el valor de la cartera ahora será

$$18 \times 0{,}25 = 4{,}5$$

Sin importar si el precio de las acciones sube o baja, el valor de la cartera siempre es 4,5 al final de la vida de la opción.

Las carteras libres de riesgo, en ausencia de oportunidades de arbitraje, ganan el tipo de interés libre de riesgo. Supongamos que en este caso el tipo de interés libre de riesgo es el 12 por ciento anual. Deducimos que el valor de la cartera hoy debe ser el valor actual de 4,5 o

$$4{,}5e^{-0{,}12 \times 0{,}25} = 4{,}367$$

Se sabe que el valor actual del precio de las acciones es 20. Supongamos que el precio de la opción se denota por f. El valor de la cartera hoy será, por tanto,

$$20 \times 0{,}25 - f = 5 - f$$

A ello sigue que

$$5 - f = 4{,}367$$

o

$$f = 0{,}633$$

Esto demuestra que en ausencia de oportunidades de arbitraje el valor actual de la opción debe ser de 0,633 dólares. Si el valor de la opción fuese mayor que 0,633, la cartera en el instante inicial costaría menos que 4,367 y ganaría más que el tipo de interés libre de riesgo. Si el valor de la opción fuese menor que 0,633, vender a corto la cartera proporcionaría un préstamo a un tipo de interés menor que el libre de riesgo.

Una generalización

Podemos generalizar el argumento que acabamos de presentar considerando acciones cuyo precio es S_0 y una opción sobre las acciones cuyo precio actual es f. Supongamos que la opción durase un tiempo T y que durante la vida de la opción el precio de las acciones pudiera tanto moverse por encima de S_0 hasta un nuevo nivel S_0u, o moverse hacia abajo hasta un nuevo nivel S_0d ($u > 1$; $d < 1$). El incremento proporcional en el precio de las acciones cuando hay un movimiento hacia arriba es $u - 1$; el descenso proporcional en el precio de las acciones cuando hay un movimiento hacia abajo es $1 - d$. Si el precio de las acciones sube hasta S_0u, suponemos que el beneficio bruto (*payoff*) de la opción es fu; si el precio baja hasta S_0d, suponemos que el beneficio bruto (*payoff*) de la opción es fa. La situación está ilustrada en la Figura 10.2.

Al igual que antes, imaginemos una cartera que consiste un una posición larga en Δ acciones y una posición corta en una opción. Calculamos el valor de Δ que hace que la cartera sea libre de riesgo. Si hay un movimiento de subida en el precio de las acciones, el valor de la cartera al final de la vida de la opción será

$$S_0u\Delta - f_u$$

Si hay un movimiento de bajada en el precio de las acciones, éste es

$$S_0d\Delta - f_d$$

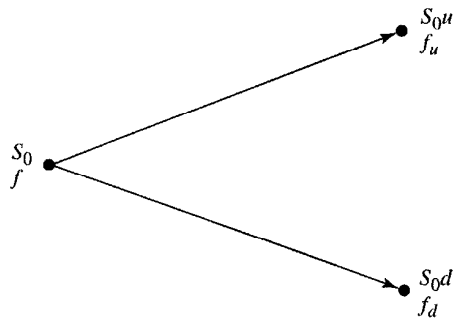


Figura 10.2. Precios de acciones y opciones en el modelo general binomial de un período.

Los dos valores de cartera son iguales cuando

$$S_0 u\Delta - f_u = S_0 d\Delta - f_d$$

o

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d} \tag{10.1}$$

En este caso la cartera es libre de riesgo y debe ganar el tipo de interés libre de riesgo. La Ecuación (10.1) muestra que Δ es el ratio entre el incremento en el precio de la opción y la variación en el precio de las acciones cuando nos movemos entre nodos.

Denotando al tipo de interés libre de riesgo r, el valor actual de la cartera debe ser

$$(S_0 u\Delta - f_u)e^{-rT}$$

El coste de establecimiento de la cartera será:

$$S_0\Delta - f$$

A ello sigue que

$$S_0\Delta - f = (Su\Delta - f_u)e^{-rT}$$

o

$$f = S_0 - P(Su\Delta - f_u)e^{-rT}$$

Sustituyendo la Ecuación (10.1) para Δ y simplificando, esta ecuación se reduce a

$$f = e^{-rT}[pf_u + (1 - p)f_d] \tag{10.2}$$

donde

$$p = \frac{e^{rT} - d}{u - d} \tag{10.3}$$

Las Ecuaciones (10.2) y (10.3) permiten valorar una opción utilizando un modelo binomial de un período.

En el ejemplo numérico considerado anteriormente (véase Figura 10.1), $u = 1{,}1$, $d = 0{,}9$, $r = 0{,}12$, $T = 0{,}25$, $f_u = 1$, y $f = 0$. A partir de la Ecuación (10.3),

$$p = \frac{e^{0{,}12 \times 0{,}25} - 0{,}9}{1{,}1 - 0{,}9} = 0{,}6523$$

y a partir de la Ecuación (10.2),

$$f = e^{-0{,}12 \times 0{,}25}(0{,}6523 \times 1 + 0{,}3477 \times 0) = 0{,}633$$

El resultado concuerda con la respuesta obtenida anteriormente en esta sección.

La irrelevancia del rendimiento esperado de las acciones

La fórmula de valoración de opciones en la Ecuación (10.2) no incluye las probabilidades de movimiento de subida o bajada del precio de las acciones. Por ejemplo, obtenemos el mismo precio para la opción cuando la probabilidad de una subida es 0,5 o cuando es 0,9. Esto es

sorprendente y parece contraintuitivo. Es natural pensar que, cuando aumenta la probabilidad de una subida en el precio de las acciones, el valor de la opción de compra sobre las acciones se incremente y el valor de una opción de venta sobre las acciones disminuya. Éste no es el caso.

La razón clave para esto es que no estamos valorando la opción en términos absolutos. Estamos calculando su valor en relación al precio de las acciones subyacentes. Las probabilidades de futuros movimientos hacia arriba o hacia abajo ya están incorporadas en el precio de las acciones. Resulta, por tanto, que no necesitamos tomarlas en cuenta de nuevo cuando valoramos la opción en términos del precio de las acciones.

10.2. VALORACIÓN NEUTRAL AL RIESGO

A pesar de que no necesitamos hacer ningún supuesto sobre las probabilidades de subidas y bajadas para obtener la Ecuación (10.2), es natural interpretar la variable p en la Ecuación (10.2) como la probabilidad de una subida en el precio de las acciones. La variable $1 - p$ es entonces la probabilidad de una bajada y la expresión

$$pf_u + (1 - p)f_d$$

es el beneficio bruto esperado de la opción. A partir de esta interpretación de p, la Ecuación (10.2) establece que el valor de la opción hoy es su valor futuro esperado descontado al tipo de interés libre de riesgo.

Ahora investigamos el rendimiento esperado de las acciones cuando suponemos que la probabilidad de una subida es p. El precio esperado de las acciones en el momento T, $E(S_T)$, t viene dado por

$$E(S_T) = pS_0u + (1 - p)S_0d$$

o

$$E(S_T) = pS_0(u - d) + S_0d$$

Sustituyendo en la Ecuación (10.3) por p, ésta se reduce a

$$E(S_T) = S_0e^{rT} \tag{10.4}$$

demostrando que el precio de las acciones crece en proporción al tipo de interés libre de riesgo. Establecer la probabilidad de una subida igual a p es, por lo tanto, equivalente a suponer que el rendimiento de las acciones es igual al tipo de interés libre de riesgo.

Nos referiremos a un mundo donde los particulares son neutrales al riesgo como un *mundo neutral al riesgo*. En este mundo los inversores no necesitan compensaciones por el riesgo y el rendimiento esperado sobre todos los activos es el tipo de interés libre de riesgo. La Ecuación (10.4) muestra que estamos suponiendo un mundo neutral al riesgo cuando fijamos la probabilidad de movimiento al alza igual a p. La Ecuación (10.2) muestra que el precio de la opción es su beneficio bruto esperado en un entorno neutral al riesgo descontado al tipo de interés libre de riesgo.

Esto resulta en un ejemplo de un principio general importante en la valoración de opciones conocido como *principio de valoración neutral al riesgo*. Éste establece que podemos suponer con completa impunidad que el mundo es neutral al riesgo cuando valoramos opciones. Los

precios que conseguimos son correctos no sólo en un mundo neutral al riesgo, sino también en otros entornos.

Revisión del modelo binomial de un período

Para ilustrar el principio de la valoración neutral al riesgo de forma más amplia, consideremos de nuevo el ejemplo de la Figura 10.1. El precio de las acciones actualmente es 20 dólares y se moverá o bien hasta 22 dólares o hasta 18 dólares al final de los tres meses. La opción considerada es una opción Europea de compra con un precio de ejercicio de 21 dólares y fecha de vencimiento dentro de tres meses. El tipo de interés libre de riesgo es el 12 por ciento anual.

Llamaremos p a la probabilidad de una subida en el precio de las acciones en un mundo neutral al riesgo. En este mundo el rendimiento esperado de las acciones debe ser el tipo de interés libre de riesgo del 12 por ciento. Esto significa que p debe satisfacer

$$22p + 18(1 - p) = 20e^{0,12 \times 0,25}$$

o

$$4p = 20e^{0,12 \times 0,25} - 18$$

Esto es, p debe ser 0,6523.

Al final de los tres meses la opción de compra tiene una probabilidad de 0,6523 de valer uno y una probabilidad de 0,3477 de tener valor cero. Su valor esperado es, por lo tanto,

$$0,6523 \times 1 + 0,3477 \times 0 = 0,6523$$

Descontando al tipo de interés libre de riesgo, el valor de la opción hoy será

$$0,6523e^{-0,12 \times 0,25}$$

o 0,633 dólares. Éste es el mismo valor obtenido anteriormente, demostrando que los argumentos de no arbitraje y valoración neutral al riesgo dan igual resultado.

El mundo real vs. un mundo neutral al riesgo

Debemos enfatizar el hecho de que p es la probabilidad de una subida en un mundo neutral al riesgo. En general no es la misma probabilidad que en el mundo real. En nuestro ejemplo $p = 0,6523$. Cuando la probabilidad de una subida es 0,6253 el rendimiento esperado de las acciones es el tipo libre de riesgo del 12 por ciento. Suponga que en el mundo real el rendimiento esperado sobre las acciones es el 16 por ciento y q es la probabilidad de un alza en el mundo real. A esto sigue que

$$22q + 18(1 - q) = 20e^{0,16 \times 3/12}$$

es decir $q = 0,7041$.

El beneficio bruto esperado de la opción en el mundo real es por tanto

$$q \times 1 + (1 - q) \times 0$$

Es decir 0,7041. Desafortunadamente no es fácil saber cuál es el tipo de descuento correcto a aplicar al beneficio bruto esperado en el mundo real. Una posición en una opción de compra es más arriesgada que una posición en acciones. Como resultado el tipo de descuento a aplicar a un beneficio bruto (*payoff*) procedente de una opción de compra es superior al 16 por ciento. Sin conocer el valor de la opción, no sabemos en cuánto debería superar el 16 por ciento[1]. El uso de la valoración neutral al riesgo es conveniente porque sabemos que en un mundo neutral al riesgo el rendimiento esperado de todos los activos (y, por lo tanto el tipo de descuento a usar para todos los rendimientos brutos esperados) es el tipo libre de riesgo.

10.3. ÁRBOLES BINOMIALES DE DOS PERÍODOS

Podemos extender el análisis a un árbol binomial de dos períodos semejante al que se muestra en la Figura 10.3. Aquí el precio de las acciones empieza en 20 dólares y en cada uno de los dos períodos puede subir un 10 por ciento o bajar un 10 por ciento. Supongamos que cada período es de tres meses de duración y el tipo de interés libre de riesgo es el 12 por ciento anual. Al igual que antes, consideremos una opción con un precio de ejercicio de 21 dólares.

El objetivo de nuestro análisis es calcular el precio de la opción en el nodo inicial del árbol. Esto puede hacerse aplicando repetidamente los principios establecidos al inicio de este capítulo. La Figura 10.4 muestra el mismo árbol que la Figura 10.3, pero con el precio de ejercicio y de la opción en cada nodo. (El precio de las acciones es el número de arriba y el precio de la opción es el número de abajo.) Los precios de las opciones en los nodos finales del árbol pueden calcularse fácilmente. Son los beneficios brutos (*payoffs*) de la opción. En el nodo D el precio de las acciones es 24,2 y el precio de la opción es 24,2 − 21 = 3,2; en los nodos E y F la opción está fuera de dinero (*out of the money*) y su valor es cero.

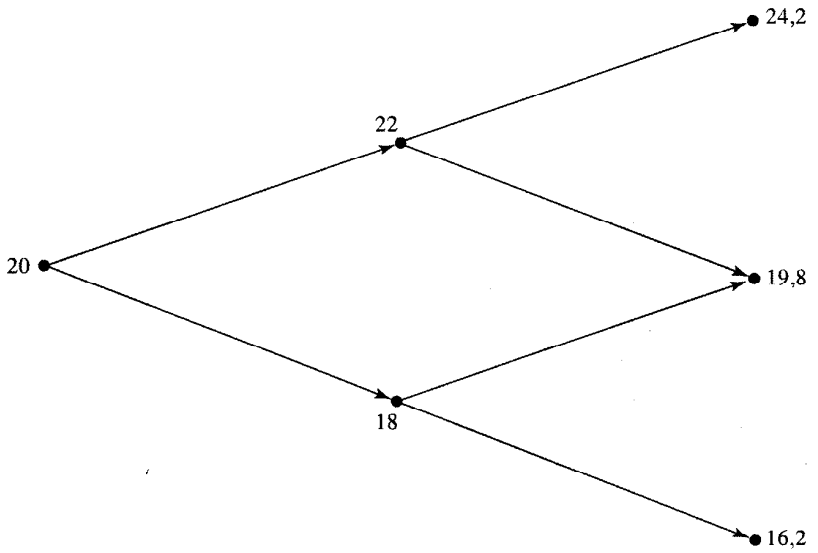


Figura 10.3. Precios de acciones y opciones en el árbol de dos períodos.

[1] Como el valor correcto de la opción es 0,633, podemos deducir que el tipo de descuento correcto es 42,58 por ciento. Esto es porque $0{,}633 = 0{,}7041 \times e^{-0{,}4258 \times 3/12}$.

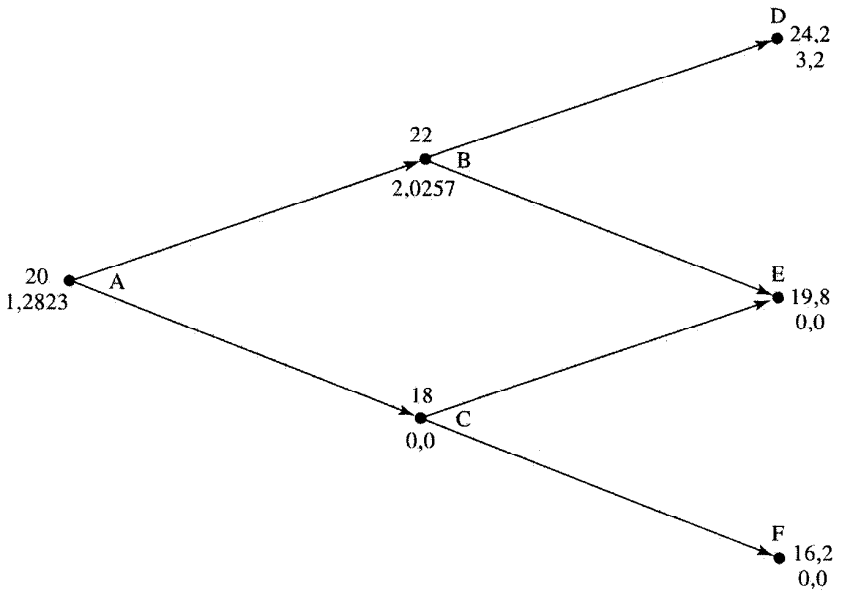


Figura 10.4. Precios de acciones y opciones en un árbol de dos períodos. El número superior en cada nodo es el precio de la acción; el número inferior es el precio de la opción.

En el nodo C el precio de la opción es cero, porque el nodo C conduce al nodo E o al nodo F y en ambos nodos el precio de la opción es cero. Calculamos el precio de la opción en el nodo B centrando nuestra atención en la parte del árbol mostrada en la Figura 10.5. Utilizando la notación introducida anteriormente en el capítulo, $u = 1{,}1$, $d = 0{,}9$, $r = 0{,}12$, $T = 0{,}25$ con lo cual $q = 0{,}6523$ y la Ecuación (10.2) da el valor de la opción en el nodo B como

$$e^{-0{,}12 \times 0{,}25}(0{,}6523 \times 3{,}2 + 0{,}3477 \times 0) = 2{,}0257$$

Falta calcular el precio de la opción en el nodo inicial A. Lo haremos centrándonos en el primer período del árbol. Sabemos que el valor de la opción en el nodo B es 2,0257 y que el valor en el nodo C es cero. La Ecuación (10.2), por lo tanto, da el valor en el nodo A como

$$e^{-0{,}12 \times 0{,}25}(0{,}6523 \times 2{,}0257 + 0{,}3477 \times 0) = 1{,}2823$$

El precio de la opción es 1,2823 dólares.

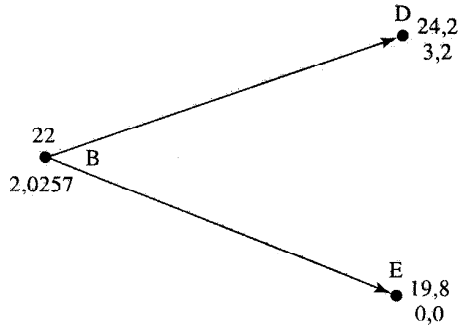


Figura 10.5. Cálculo del precio de la opción en el nodo B.

Nótese que este ejemplo se ha construido de manera que u y d (las subidas y bajadas proporcionales) fuesen iguales en cada nodo del árbol y de manera que los períodos de tiempo fuesen de igual duración. Esto lleva a que la probabilidad neutral al riesgo, p, como la hemos calculado mediante la Ecuación (10.3), es igual en cada nodo.

Una generalización

Podemos generalizar el caso de los dos períodos considerando la situación que se muestra en la Figura 10.6. El precio inicial de las acciones es S_0. Durante cada período de tiempo este precio se mueve tanto hacia arriba u veces su valor inicial o hacia abajo d veces su valor inicial. La notación para el valor de la opción se ve en el árbol. (Por ejemplo, después de dos movimientos el valor de la opción es f_{uu}.) Suponemos que el tipo de interés libre de riesgo es r y que la duración del período es δt años.

Aplicando repetidamente la Ecuación (10.2) da

$$f_u = e^{-r\delta t}[pf_{uu} + (1-p)f_{ud}] \tag{10.5}$$

$$f_d = e^{-r\delta t}[pf_{ud} + (1-p)f_{dd}] \tag{10.6}$$

$$f = e^{-r\delta t}[pf_u + (1-p)f_d] \tag{10.7}$$

Sustituyendo las Ecuaciones (10.5) y (10.6) en la (10.7), obtenemos

$$f = e^{-2r\delta t}[p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}] \tag{10.8}$$

Esto es consistente con el principio de valoración neutral al riesgo mencionado anteriormente. Las variables p^2, $2p(1-p)$, y $(1-p)^2$ son las probabilidades de obtener los nodos alto, medio y bajo finales. El precio de la opción es igual a su beneficio bruto esperado en un mundo neutral al riesgo descontado al tipo de interés libre de riesgo.

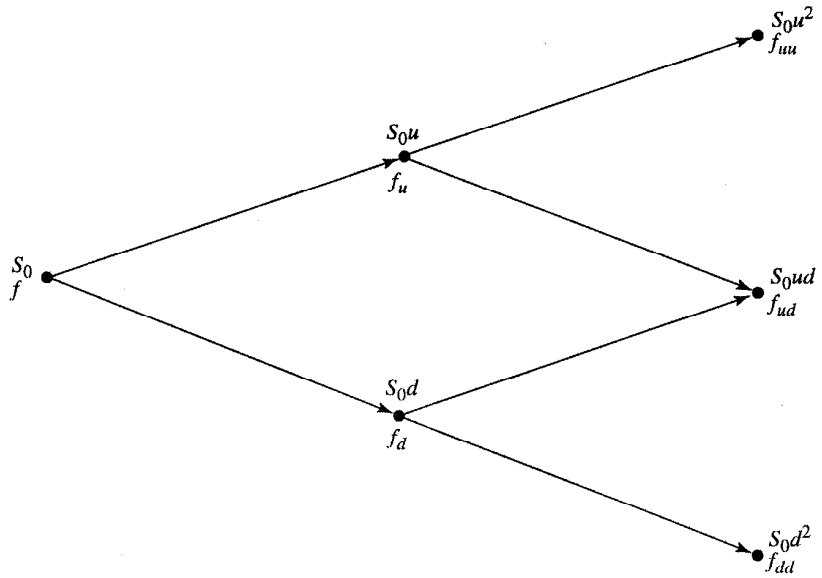


Figura 10.6. Precios de acciones y opciones en el modelo general binomial con dos períodos.

Si generalizamos el uso de árboles binomiales aún más extensamente añadiendo más períodos al árbol, encontraremos que el principio de valoración neutral al riesgo continúa siendo válido. El precio de la opción es siempre igual a su beneficio bruto esperado en un mundo neutral al riesgo, descontado al tipo de interés libre de riesgo.

10.4. UN EJEMPLO DE OPCIÓN DE VENTA

Los procedimientos descritos en este capítulo pueden utilizarse para valorar cualquier derivado dependiente de unas acciones cuyos cambios de precio son binomiales. Consideremos por ejemplo una opción Europea de venta a dos años con un precio de ejercicio de 52 dólares sobre unas acciones cuyo precio actual es 50 dólares. Suponemos que hay dos períodos anuales y en cada uno el precio de las acciones se mueve tanto hacia arriba como hacia abajo en una cantidad proporcional del 20 por ciento. También suponemos que el tipo de interés libre de riesgo es el 5 por ciento.

El árbol se muestra en la Figura 10.7. El valor de la probabilidad neutral al riesgo, p, viene dada por

$$p = \frac{e^{0,05 \times 1} - 0,8}{1,2 - 0,8} = 0,6282$$

Los posibles precios finales de las acciones son: 72, 48, y 32. En este caso $f_{uu} = 0$, $f_{ud} = 4$, y $f_{dd} = 20$. Utilizando la Ecuación (10.8),

$$f = e^{-2 \times 0,05 \times 1}(0,6282^2 \times 0 + 2 \times 0,6282 \times 0,3718 \times 4 + 0,3718^2 \times 20) = 4,1923$$

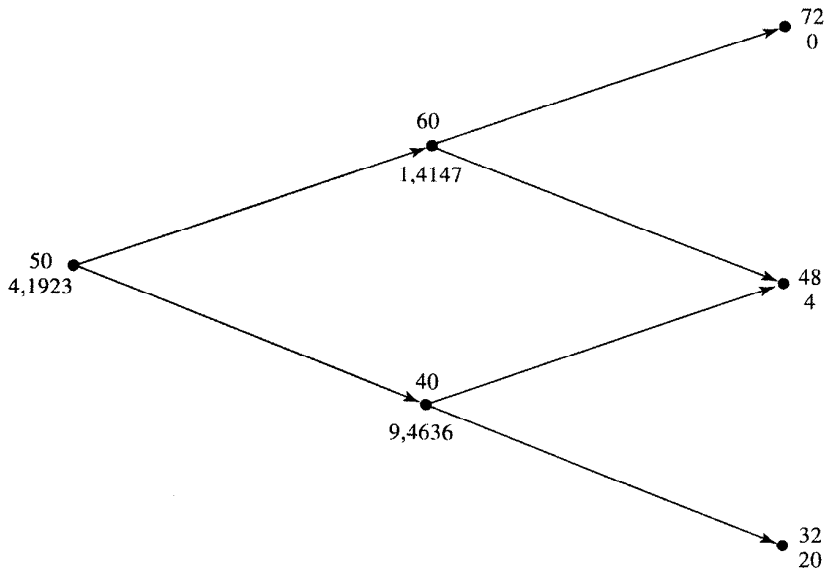


Figura 10.7. Uso de árboles de dos períodos para la valoración de opciones Europeas de venta. En cada nodo el número superior es el precio de la acción; el número inferior es el precio de la opción.

El precio de la opción de venta es 4,1923 dólares. Este resultado también puede obtenerse utilizando la Ecuación (10.2) y trabajando un período de tiempo atrás en el árbol. La Figura 10.7 muestra los precios intermedios de la opción que se han calculado.

10.5. OPCIONES AMERICANAS

Hasta ahora todas las opciones que hemos considerado han sido Europeas. Ahora consideraremos cómo pueden valorarse las opciones Americanas utilizando árboles binomiales semejantes a los de la Figuras 10.4 o 10.7. El procedimiento es el de trabajar hacia atrás en el árbol, desde el final hasta el principio, estudiando en cada nodo si es óptimo el ejercicio antes del vencimiento. El valor de la opción en los nodos finales es el mismo que para la opción Europea. En los nodos iniciales el valor de la opción es el mayor entre

1. El valor dado por la Ecuación (10.2); y
2. El beneficio bruto (*payoff*) del ejercicio antes del vencimiento.

La Figura 10.8 muestra cómo afecta a la Figura 10.7 si la opción que consideramos es Americana en vez de Europea. Los precios de las acciones y sus probabilidades no cambian. Los valores para la opción en los nodos finales tampoco cambian. En el nodo B, la Ecuación (10.2) da el valor de la opción como 1,4147 mientras el beneficio bruto (*payoff*) del ejercicio antes del vencimiento es negativo ($= -8$). Claramente el ejercicio antes del vencimiento no es lo mejor en el nodo B y el valor de la opción en este nodo es 1,4147. En el nodo C, la Ecuación (10.2) da el valor de la opción como 9,4636, mientras que el beneficio bruto (*payoff*) del ejercicio antes del vencimiento es 12,0. En este caso, es óptimo el ejercicio antes del vencimiento y el valor de la opción es 12,0. En el nodo inicial A, el valor dado por la Ecuación (10.2) es

$$e^{-0,05 \times 1}(0,6282 \times 1,4147 + 0,3718 \times 12,0) = 5,0894$$

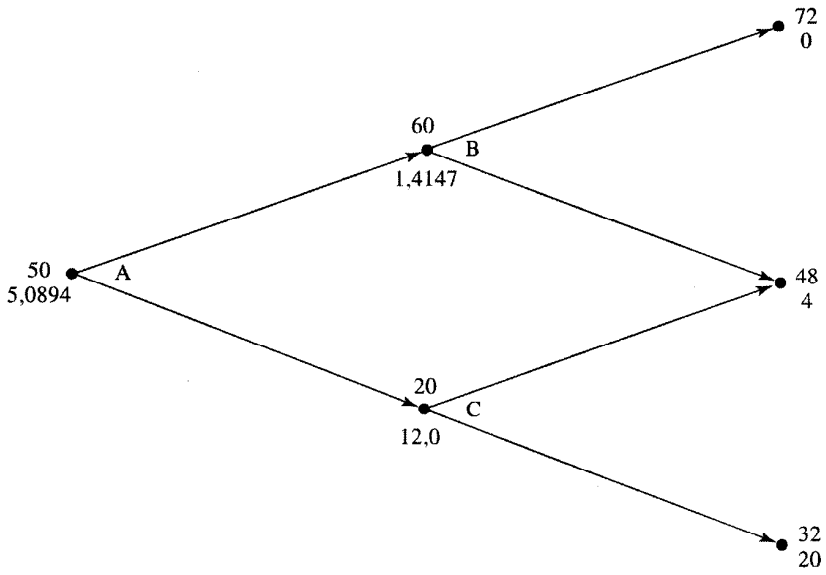


Figura 10.8. Uso de árboles de dos períodos para la valoración de opciones de venta Americanas. En cada nodo, el número superior es el precio de la acción; el número inferior es el precio de la opción.

mientras que el beneficio bruto (*payoff*) del ejercicio antes del vencimiento es 2,0. En este caso, el ejercicio antes del vencimiento no es óptimo. El valor de la opción es, por lo tanto, 5,0894 dólares.

En el Capítulo 17 daremos más detalles del uso de los árboles binomiales para valorar opciones Americanas.

10.6. DELTA

En este momento es apropiado hablar de *delta*, un parámetro importante en la valoración y la cobertura con opciones.

La delta de una opción sobre acciones es el ratio entre la variación en el precio de la opción sobre acciones y la variación en el precio de las acciones subyacentes. Es el número de acciones que deberíamos mantener por cada opción emitida para crear una cobertura libre de riesgo. Es lo mismo que el Δ introducido anteriormente en este capítulo. A veces, a la construcción de una cobertura libre de riesgo se le llama como *cobertura delta* (*delta hedging*). La delta de una opción de compra es positiva, mientras que la delta de una opción de venta es negativa.

A partir de la Figura 10.1 podemos calcular el valor de la delta de la opción de compra considerada como

$$\frac{1-0}{22-18}=0{,}25$$

Esto es porque cuando el precio de las acciones varía de 18 a 22 dólares, el precio de la opción varía de 0 a 1 dólar.

En la Figura 10.4 la delta correspondiente a los movimientos del precio de las acciones durante el primer período es

$$\frac{2{,}0257-0}{22-18}=0{,}5064$$

La delta para los movimientos del precio de las acciones durante el segundo período es

$$\frac{3{,}2-0}{24{,}2-19{,}8}=0{,}7273$$

si hay una subida durante el primer período y

$$\frac{0-0}{19{,}8-16{,}2}=0$$

si hay una bajada durante el primer período.

De la Figura 10.7, delta es

$$\frac{1{,}4147-9{,}4636}{60-40}=-0{,}4024$$

para el primer período y tanto

$$\frac{0-4}{72-48} = -0{,}1667$$

como

$$\frac{4-20}{48-32} = -1{,}0000$$

durante el segundo período.

Los ejemplos de dos períodos demuestran que la delta varía con el tiempo. (En la Figura 10.4 delta varía de 0,5064 hasta 0,7272 o 0; en la Figura 10.7 varía de $-0{,}4024$ hasta $-0{,}1667$ o $-1{,}0000$.) Esto significa que, en lugar de mantener una cobertura libre de riesgo utilizando una opción y las acciones subyacentes, necesitamos ajustar nuestras carteras de acciones periódicamente. A esta característica de las opciones volveremos más adelante en los Capítulos 11 y 15.

10.7. EL USO DE ÁRBOLES BINOMIALES EN LA PRÁCTICA

Los modelos binomiales presentados hasta ahora han sido mucho más sencillos que en la realidad. Claramente, un analista puede esperar obtener sólo una aproximación del precio de una opción suponiendo que los movimientos del precio de las acciones durante la vida de la opción consistente en uno o dos períodos binomiales.

Cuando los árboles binomiales se utilizan en la práctica, la vida de la opción se suele dividir en 30 o más períodos. En cada período hay un movimiento binomial del precio de las acciones. Con 30 períodos esto significa que se consideran 31 precios finales de acciones y 2^{30}, o cerca de un billón, trayectorias de los precios de las acciones.

Los valores de u y d vienen determinados a partir de la volatilidad del precio de las acciones, σ. El método de Cox, Ross y Rubinstein establece

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}}$$

y

$$d = \frac{1}{u}$$

La serie completa de ecuaciones que definen el árbol es entonces

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}}, \qquad d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}}$$

$$p = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d}$$

En el Capítulo 17 comentaremos más extensamente estas fórmulas y los temas prácticos implicados en la construcción y utilización de árboles binomiales.

10.8. RESUMEN

Este capítulo ha proporcionado una primera visión de la valoración de las opciones sobre acciones. Si los movimientos del precio de las acciones durante la vida de una opción están gobernados por un modelo binomial de un período, es posible establecer una cartera libre de riesgo consistente en una opción sobre acciones y acciones. En un mundo sin oportunidades de arbitraje, las carteras libres de riesgo deben ganar el tipo de interés libre de riesgo. Esto permite valorar opciones sobre acciones en términos de las acciones. Es interesante notar que no se necesitan supuestos adicionales sobre las probabilidades de movimientos de subida y de bajada en el precio de las acciones en cada nodo.

Cuando los movimientos en el precio de las acciones están gobernados por un modelo binomial de muchos períodos, podemos tratar cada período binomial por separado y trabajar hacia atrás desde el final de la vida de la opción hasta el principio para obtener su valor actual. De nuevo sólo se utilizan argumentos de no arbitraje y no se necesitan supuestos sobre las probabilidades de subidas y bajadas en el precio de las acciones en cada nodo.

Otro enfoque para valorar las opciones sobre acciones conlleva el uso de lo que se conoce como valoración neutral al riesgo. Éste es un principio muy importante que establece que es lícito suponer que el mundo es neutral al riesgo cuando valoramos una opción en términos de las opciones subyacentes. En este capítulo hemos demostrado, utilizando ejemplos numéricos y álgebra, que los argumentos de no arbitraje y la valoración neutral al riesgo siempre llevan a los mismos precios de opciones.

La delta de una opción sobre acciones, Δ, considera el efecto de una pequeña variación en el precio de las acciones subyacentes sobre la variación en el precio de la opción. Es el cociente entre el cambio en el precio de la opción y el cambio en el precio de la acción. Para una posición libre de riesgo, un inversor debe comprar Δ acciones por cada opción vendida. Una inspección de un modelo binomial típico muestra que la delta cambia durante la vida de la opción. Esto significa que para cubrir una cierta posición en opciones, el número de acciones subyacentes debe ajustarse periódicamente.

En el próximo capítulo hablaremos del planteamiento analítico Black-Scholes para valorar opciones sobre acciones. En los Capítulos 12 y 13 hablaremos de otros tipos de opciones. En el Capítulo 15 consideraremos parámetros de cobertura como la delta. En el Capítulo 17 volveremos a los modelos binomiales y proporcionaremos información más completa sobre cómo pueden utilizarse en la práctica.

Lecturas recomendadas

Cox, J., S. Ross, y M. Rubinstein, «Option Pricing a Simplified Approach», *Journal of Financial Economics*, 7 (octubre 1979), 229-264

Rendleman, R., y B. Bartter, «Two State Option Pricing». *Journal of Finance* 34 (1979): 1092-1110

Test (respuestas al final del libro)

10.1. El precio de una acción es actualmente de 40 dólares. Se sabe que al cabo de un mes será 42 ó 38 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es el 8 por ciento anual compuesto continuo. ¿Cuál es el valor de una opción Europea de compra a un mes con un precio de ejercicio de 39 dólares?

10.2. Explique los enfoques de no arbitraje y de valoración neutral al riesgo para valorar una opción Europea utilizando un modelo binomial de un período.

10.3. ¿Qué significa la delta de una opción sobre acciones?

10.4. El precio actual de las acciones es de 50 dólares. Se sabe que dentro de seis meses será 45 o 55 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual compuesto continuo. ¿Cuál es el valor de una opción Europea de venta a seis meses con un precio de ejercicio de 50 dólares?

10.5. El precio actual de las acciones es de 100 dólares. Durante cada uno de los próximos dos períodos de seis meses se espera que suba o baje un 10 por ciento. El tipo de interés libre de riesgo es el 8 por ciento anual compuesto continuo. ¿Cuál es el valor de una opción Europea de compra a un año con un precio de ejercicio de 100 dólares?

10.6. Para la situación considerada en la pregunta anterior, ¿cuál es el valor de una opción Europea de venta a un año con un precio de ejercicio de 100 dólares? Verifique que los precios de la opción Europea de compra y de la opción Europea de venta satisfacen la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*).

10.7. Considere la situación en la que los movimientos del precio de las acciones durante la vida de una opción Europea siguen un modelo binomial de dos períodos. Explique por qué no es posible establecer una posición en acciones y en la opción que esté libre de riesgo durante toda la vida de la opción.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

10.8. El precio actual de una acción es de 50 dólares. Se sabe que dentro de dos meses estará en 53 o en 48 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual compuesto continuo. ¿Cuál es el valor de una opción Europea de compra a dos meses con un precio de ejercicio de 49 dólares? Utilice argumentos de no arbitraje.

10.9. El precio de una acción es actualmente de 80 dólares. Se sabe que dentro de cuatro meses estará en 75 o en 85 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es el 5 por ciento anual compuesto continuo. ¿Cuál es el valor de una opción Europea de venta a cuatro meses con un precio de ejercicio de 80 dólares? Utilice argumentos de no arbitraje.

10.10. El precio de una acción es actualmente de 40 dólares. Se sabe que dentro de tres meses estarán en 45 o en 35 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es el 8 por ciento anual compuesto trimestral. Calcule el precio de una opción Europea de venta a tres meses con un precio de ejercicio de 40 dólares. Verifique que los argumentos de no arbitraje y de valoración neutral al riesgo dan los mismos resultados.

10.11. El precio de unas acción es actualmente de 50 dólares. Durante cada uno de los dos próximos períodos de tres meses se espera que suba un 6 por ciento o que baje un 5 por ciento. El tipo de interés libre de riesgo es el 5 por ciento anual compuesto continuo. ¿Cuál es el valor de una opción Europea de compra a seis meses con un precio de ejercicio de 51 dólares?

10.12. En la situación considerada en el Problema 10.11, ¿cuál es el valor de una opción Europea de venta a seis meses con un precio de ejercicio de 51 dólares? Verifique que los precios de la opción Europea de compra y de la opción Europea de venta satisfacen la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*). Si la opción de venta fuese Americana, ¿habría sido óptimo el ejercicio antes del vencimiento en cualquiera de los nodos del árbol?

10.13. El precio de una acción es actualmente de 25 dólares. Se sabe que dentro de dos meses será 23 o 27 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual compuesto continuo. Supongamos que S_T es el precio de las acciones al final de los dos meses. ¿Cuál es el valor de un derivado que paga S_T^2 en este momento?

Preguntas de repaso

10.14. El precio de una acción es actualmente de 50 dólares. Se sabe que dentro de seis meses estará en 60 o 42 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es el 12 por ciento compuesto anual. Calcule el valor de una opción Europea de compra a seis meses sobre las acciones con un precio de ejercicio de 48 dólares. Verifique que los argumentos de no arbitraje y de valoración neutral al riesgo dan los mismos resultados.

10.15. El precio de una acción es actualmente 40 dólares. Durante cada uno de los dos próximos períodos de tres meses se espera que suba o que baje en un 10 por ciento. El tipo de interés libre de riesgo es el 12 por ciento anual compuesto continuo.

a) ¿Cuál es el valor de una opción Europea de venta a seis meses con un precio de ejercicio de 42 dólares?

b) ¿Cuál es el valor de una opción Americana de venta a seis meses con un precio de ejercicio de 42 dólares?

10.16. Utilizando un procedimiento de prueba y error, estime cuál debe ser el precio de ejercicio en el Problema 10.16 para que sea óptimo el ejercicio inmediato de la opción.

" INTRODUCCIÓN A LOS MERCADOS DE FUTUROS Y OPCIONES "

Contiene: Caps. 11-14

AUTOR	**: Hull, J. C. (John C.).**
FOTOCOPIADO DE	**: Introducción a los mercados de futuros y opciones / John C. Hull. -- 4a. ed. -- Madrid : Prentice Hall, 2002**
CÁTEDRA	**: Finanzas II**
PROFESOR	**: Eduardo Acuña**
SEMESTRE	**:**

" USO EXCLUSIVO ALUMNOS FACEA , PARA FINES DE DOCENCIA E INVESTIGACIÓN "

CAPÍTULO 11

Valoración de opciones sobre acciones: el modelo Black-Scholes

A principios de los setenta, Fischer Black, Myron Scholes y Robert Merton hicieron una contribución fundamental en la valoración de las opciones sobre acciones[1]. Esto ha supuesto el desarrollo de lo que se ha conocido como el modelo Black-Scholes. Este modelo ha tenido una enorme influencia en la forma en la que los operadores del mercado valoran y realizan coberturas con opciones. También ha sido una pieza clave en el crecimiento y éxito de la ingeniería financiera en los años ochenta y noventa del siglo XX. Un reconocimiento a la importancia del modelo llegó en 1997 cuando Myron Scholes y Robert Merton fueron galardonados con el premio Nóbel de Economía. Lamentablemente Fischer Black murió en 1995. De no haber sido así, indudablemente también habría sido uno de los galardonados.

En este capítulo, presentamos el modelo de Black-Scholes para la valoración de opciones Europeas de compra y de venta sobre acciones que no pagan dividendos y comentamos los supuestos sobre los que se basa. También hablaremos más extensamente que en capítulos anteriores del significado de la volatilidad. Explicaremos cómo puede ser estimada a partir de

[1] Véase F. Black y M. Scholes, «The Pricing of Options and Corporate Liabilities», *Journal of Political Economy* 81 (mayo-junio 1973): 637-59; y R. C. Merton, «Theory of Rational Option Pricing», *Bell Journal of Economics and Management Science* 4 (primavera 1973): 141-83.

datos históricos u obtenida a partir de los precios de opciones. Hacia el final del capítulo demostraremos cómo los resultados de Black-Scholes pueden extenderse las opciones Europeas de compra y de venta sobre acciones que pagan dividendos.

11.1. SUPUESTOS SOBRE LA EVOLUCIÓN DE LOS PRECIOS DE LAS ACCIONES

Un modelo de valoración de opciones sobre acciones debe hacer varios supuestos sobre cómo evolucionan los precios de las acciones a lo largo del tiempo. Si el precio actual de unas acciones es de 100 dólares, ¿cuál es la distribución de probabilidad para el precio dentro de un día, de una semana o de un año?

El supuesto subyacente al modelo Black-Scholes es que (en ausencia de dividendos) el precio de las acciones sigue un *paseo aleatorio* (*random walk*). Esto significa que los cambios porcentuales en el precio de las acciones en un período corto de tiempo siguen una distribución normal. Definimos

μ: El rendimiento esperado de las acciones
σ: La volatilidad del precio de las acciones

El porcentual medio en el período δt es $\mu\delta t$. La desviación estándar del cambio porcentual es $\sigma\sqrt{\delta t}$. El supuesto subyacente al Modelo Black-Scholes es, por lo tanto

$$\frac{\delta S}{\delta} \sim \phi(\mu\delta t, \sigma\sqrt{\delta t}) \tag{11.1}$$

donde δS es el cambio en el precio de la acción, S, en el período δt, y $\phi(m, s)$ denota una distribución mormal con media m y desviación estándar s.

La distribución lognormal

Puede demostrarse que el supuesto de paseo aleatorio implica que el precio de las acciones en cualquier momento del futuro sigue lo que se conoce como una distribución *lognormal*. La forma general de una distribución lognormal se muestra en la Figura 11.1. Puede contrastarse con la distribución normal más familiar en la Figura 11.2. Mientras una variable con distribución normal puede tomar valor positivo o negativo, una variable distribuida lognormalmente

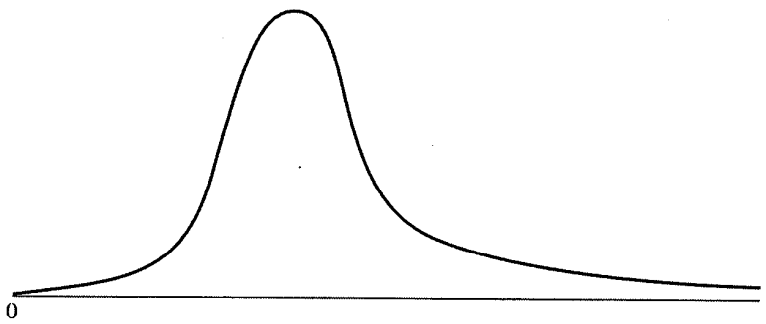


Figura 11.1. Distribución lognormal.

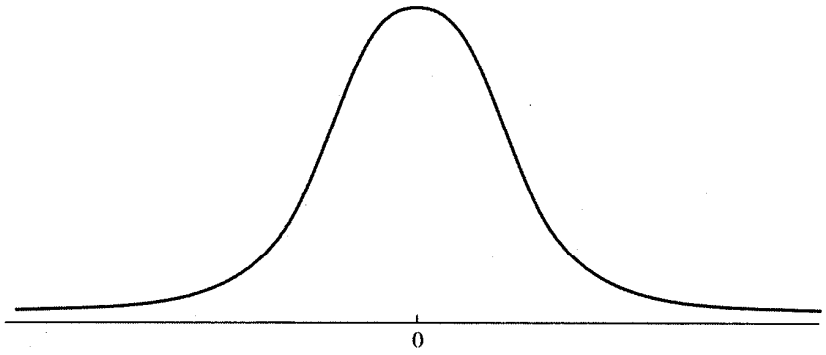


Figura 11.2. Distribución normal.

sólo puede ser positiva. Una distribución normal es simétrica; una distribución lognormal no lo es, siendo la media, la mediana y la moda todas ellas diferentes.

Una variable con una distribución lognormal tiene la propiedad que su logaritmo neperiano está distribuido normalmente. El supuesto de Black-Scholes para los precios de las acciones implica por tanto que $\ln S_T$ es normal donde S_T es el precio de las acciones en un tiempo futuro T. Puede demostrarse que la media y la desviación estándar de $\ln S_T$ son

$$\ln S_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T$$

y

$$\sigma\sqrt{T}$$

donde S_0 es el precio actual de las acciones. Podemos expresar este resultado como

$$\ln S_T \sim \phi\left[\ln S_0 + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T,\ \sigma\sqrt{T}\right] \tag{11.2}$$

El valor esperado o valor medio de S_T, $E(S_T)$, viene dado por

$$E(S_T) = Se^{\mu T} \tag{11.3}$$

Esto concuerda con la definición de μ como la tasa de rendimiento esperado. Puede demostrarse que la varianza de S_T, var(S_T), viene dada por

$$\text{var}(S_T) = S_0^2 e^{2\mu T}(e^{\sigma^2 T} - 1)$$

Ejemplo

Consideremos una acción con un precio inicial de 40 dólares, un rendimiento esperado del 16 por ciento anual, y una volatilidad del 20 por ciento anual. De la Ecuación (11.2), la

distribución de probabilidad del precio de las acciones S_T en un período de seis meses, viene dada por

$$\ln S_T \sim \phi\left[\ln 40 + \left(0{,}16 - \frac{0{,}2^2}{2}\right)0{,}5,\ 0{,}2\sqrt{0{,}5}\right]$$

o

$$\ln S_T \sim \phi(3{,}759;\ 0{,}141)$$

Hay un 95 por ciento de probabilidad que una variable normalmente distribuida tenga un valor alejado de dos desviaciones estándar de su media. De ahí que, con un 95 por ciento de confianza,

$$3{,}759 - 1{,}96 \times 0{,}141 < \ln S_T < 3{,}759 + 1{,}96 \times 0{,}141$$

Esto puede expresarse como

$$e^{3{,}759 - 1{,}96 \times 0{,}141} < S_T < e^{3{,}759 + 1{,}96 \times 0{,}141}$$

o

$$32{,}55 < S_T < 56{,}56$$

Hay un 95 por ciento de probabilidad de que el precio de las acciones dentro de seis meses esté entre 32,55 y 56,56. La media y la varianza de S_T son

$$40e^{0{,}16 \times 0{,}5} = 43{,}33$$

y

$$40^2 e^{2 \times 0{,}16 \times 0{,}5}(e^{0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}5} - 1) = 37{,}93$$

A partir de la Ecuación (11.1), puede demostrarse que

$$\ln \frac{S_T}{S_0} \sim \phi\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T,\ \sigma\sqrt{T}\right] \qquad \textbf{(11.4)}$$

Cuando $T = 1$, la expresión $\ln(S_T/S_0)$ es el rendimiento compuesto continuo proporcionado por las acciones en un año[2]. La media y la desviación estándar del rendimiento compuesto continuo dentro de un año son $\mu - \sigma^2/2$ y σ, respectivamente.

Ejemplo

Consideremos unas acciones con un rendimiento esperado del 17 por ciento anual y una volatilidad del 20 por ciento anual. La distribución de probabilidad para la tasa de rendimiento (compuesto continuo) obtenida durante un año es normal con media

$$0{,}17 - \frac{0{,}2^2}{2} = 0{,}15$$

[2] Como explicamos en el Capítulo 3, es importante distinguir entre el rendimiento compuesto continuo y el rendimiento no compuesto. Este último es $(S_T - S_0)/S_0$, siendo el primero $\ln(S_T/S_0)$.

o 15 por ciento y desviación estándar de 20 por ciento. Si hay un 95 por ciento de probabilidad de que una variable normalmente distribuida esté alejada 1,96 desviaciones estándar de su media, podemos tener un 95 por ciento de confianza de que el rendimiento obtenido durante un año estará entre −24,2 por ciento y +54,2 por ciento.

Ahora estudiaremos con más detalle la naturaleza del rendimiento esperado y el parámetro de la volatilidad en el modelo lognormal del precio de las acciones.

11.2. TASA DE RENTABILIDAD ESPERADA

La tasa de rentabilidad esperada, μ, que requiere un inversor en acciones depende del riesgo de éstas. A mayor riesgo, mayor rendimiento. También depende del nivel de tipos de interés en la economía. A mayor tipo de interés libre de riesgo, mayor es la tasa de rentabilidad esperada que se pide a cualquier acción. Afortunadamente, no tenemos que preocuparnos de los determinantes de μ. Esto es porque el valor de una opción sobre acciones, cuando se expresa en términos de las acciones subyacentes, no depende de μ. Sin embargo, hay un aspecto del rendimiento esperado de unas acciones que frecuentemente causa confusión y vale la pena explicar.

La Ecuación (11.1) muestra que $\mu\delta t$ es el cambio porcentual esperado en el precio de las acciones en un período muy corto de tiempo δt. Esto quiere decir que μ es el rendimiento esperado en un período muy corto de tiempo δt y, en el límite, cuando δt tiende a cero será el tipo compuesto continuo. Es natural suponer que μ es también la rentabilidad esperada de la acción compuesta continuamente durante un período relativamente largo de tiempo. Sin embargo éste no es el caso. La rentabilidad compuesta continuamente a lo largo de T años es

$$\frac{1}{T}\ln\frac{S_T}{S_0}$$

y la Ecuación (11.4) establece que su valor esperado es $\mu - \sigma^2/2$.

La razón para la distinción entre μ en la Ecuación (11.1) y $\mu - \sigma^2/2$ en la Ecuación (11.4) es sutil pero importante. Comenzamos con la Ecuación (11.3)

$$E(S_T) = S_0 e^{\mu T}$$

Tomando logaritmos obtenemos

$$\ln[E(S_T)] = \ln(S_0) + \mu T$$

Ahora resultaría tentador fijar $\ln[E(S_T)] = E[\ln(S_T)]$ de donde $\ln[E(S_T)] - \ln(S) = \mu T$. Sin embargo no podemos hacer esto porque el logaritmo no es una función lineal. De hecho $\ln[E(S_T)] > E[\ln(S_T)]$ de forma que $E[\ln(S_T/S)] < \mu T$. Esto es consistente con la Ecuación (11.4).

Suponga que consideramos un gran número de períodos de tiempo muy cortos de duración δt. Definimos S_i como el precio de la acción al acabar el intervalo i-ésimo y δS_i como $S_{i+1} - S_i$. Bajo los supuestos que estamos haciendo sobre la evolución de los precios de las

acciones, la media de las rentabilidades de las acciones en cada intervalo estará cerca de μ. En otras palabras, μ está cerca de la media aritmética de los $\delta S_i/S_i$. Sin embargo, el rendimiento esperado sobre todo el período cubierto por los datos expresado con un período de composición de δt, está cerca de $\mu - \sigma^2/2$, no μ[3]. El siguiente ejemplo sencillo ilustra lo que está ocurriendo.

Ejemplo

Supongamos la siguiente serie de rendimientos anuales sobre unas acciones, medidas utilizando composición anual:

$$15\%, \quad 20\%, \quad 30\%, \quad -20\%, \quad 25\%$$

La media aritmética de los rendimientos, calculada tomando la suma de los rendimientos y dividiendo por 5, es el 14 por ciento. No obstante, un inversor actualmente ganaría menos de un 14 por ciento anual si él o ella dejase el dinero invertido en las acciones durante cinco años. El valor de 100 dólares dentro de cinco años sería

$$100 \times 1{,}15 \times 1{,}20 \times 1{,}30 \times 0{,}80 \times 1{,}25 = 179{,}40 \text{ dólares}$$

Por otro lado un rendimiento del 14 por ciento compuesto anual daría

$$100 \times 1{,}14^5 = 192{,}54 \text{ dólares}$$

El rendimiento medio real ganado por el inversor, con composición anual, es

$$(1{,}7940)^{1/5} - 1 = 0{,}124$$

o 12,4 por ciento anual.

Los argumentos de esta sección muestra que el término *rendimiento esperado* es ambiguo. Puede referirse tanto a μ como $\mu - \sigma^2/2$. A menos que se indique lo contrario, a lo largo de este libro lo utilizaremos refiriéndonos a μ.

11.3. VOLATILIDAD

La volatilidad de unas acciones, σ, es una medida de nuestra incertidumbre sobre los rendimientos proporcionados por las mismas. Las acciones de la «vieja economía» suelen tener una volatilidad entre 20 y 40 por ciento. Las acciones de la «nueva economía» suelen tener una volatilidad entre 40 y 60 por ciento.

[3] Si definimos el *rendimiento bruto* (*gross return*) como 1 más el rendimiento, el rendimiento bruto sobre todo el período cubierto es la media geométrica de los rendimientos brutos en cada intervalo de tiempo de duración δt, no la media aritmética. La media geométrica de un conjunto de números siempre es inferior a la media aritmética excepto cuando los números son iguales.

La Ecuación (11.4) sugiere que la volatilidad del precio de unas acciones puede ser definida como la desviación estándar del rendimiento proporcionado por las acciones en un año cuando el rendimiento se expresa utilizando la composición continua. A partir de la Ecuación (11.2), sabemos que $\sigma\sqrt{T}$ es la desviación estándar del $\ln S_T$.

Cuando T es pequeño, la Ecuación (11.1) muestra que $\sigma\sqrt{T}$ es aproximadamente igual a la desviación estándar de la variación porcentual en el precio de las acciones en el tiempo T. Supongamos que $\sigma = 0{,}3$, o 30 por ciento anual, y el precio actual de las acciones es 50 dólares. La desviación estándar del cambio porcentual en el precio de las acciones en una semana es aproximadamente

$$30 \times \sqrt{\frac{1}{52}} = 4{,}16\,\%$$

Un movimiento de una desviación estándar en el precio de las acciones en una semana supone por lo tanto $50 \times 0{,}0416$ o 2,08 dólares.

La Ecuación (11.1) muestra que nuestra incertidumbre sobre los precios futuros de las acciones, medida por su desviación estándar, aumenta —al menos aproximadamente— con la raíz cuadrada de nuestro horizonte de predicción. Por ejemplo, la desviación estándar en el precio de las acciones en cuatro semanas es aproximadamente dos veces la desviación estándar de una semana.

11.4. ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD MEDIANTE DATOS HISTÓRICOS

Para estimar la volatilidad se puede utilizar un registro de los movimientos del precio de las acciones. El precio de las acciones se suele observar en intervalos fijos de tiempo (por ejemplo, cada día, cada semana, o cada mes). Definimos

$n + 1$: Número de observaciones

S_i: Precio de las acciones al final del intervalo i ($i = 0, 1, \ldots, n$)

τ: Duración del intervalo del tiempo en años

y hagamos

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

Una estimación, s, de la desviación estándar de u_i viene dada por

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2}$$

o

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)}\left(\sum_{i=1}^{n}u_i\right)^2}$$

donde $\bar{u}$ es la media de u_i.

A partir de la Ecuación (11.4), la desviación estándar de u_i es $\sigma\sqrt{\tau}$. La variable, s, es por lo tanto una estimación de $\sigma\sqrt{\tau}$. A ello sigue que σ puede estimarse como $\hat{\sigma}$, donde

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\tau}}$$

Puede demostrarse que el error estándar de esta estimación es, aproximadamente, $\hat{\sigma}/\sqrt{2n}$.

Escoger un valor apropiado para n no es fácil. Más datos generalmente nos llevan a mayor exactitud. No obstante, σ varía a lo largo del tiempo y los datos que son demasiado antiguos pueden no ser relevantes para predecir el futuro. Un compromiso que parece funcionar razonablemente bien es el de utilizar precios de cierre de los datos diarios durante los 90 a 180 días anteriores. Una regla usada frecuentemente es hacer n igual al número de días al que se aplica la volatilidad. Por lo tanto si la volatilidad va a usarse para valorar una opción a dos años, deberían utilizarse datos históricos correspondientes a dos años.

Hay una cuestión importante en lo que se refiere a si el tiempo debe medirse en días de calendario o en días de negociación cuando estimamos y utilizamos los parámetros de volatilidad. De esto hablaremos más extensamente más adelante.

Ejemplo

La Tabla 11.1 muestra una posible serie de precios de acciones durante 21 días de negociación consecutivos. En este caso,

$$\sum u_i = 0{,}09531 \quad \text{y} \quad \sum u_i^2 = 0{,}00326$$

una estimación de la desviación estándar del rendimiento diario es

$$\sqrt{\frac{0{,}00326}{19} - \frac{0{,}09531^2}{380}} = 0{,}01216$$

o el 1,216 por ciento. Suponiendo que hay 252 días de negociación al año, $\tau = 1/252$, y los datos dan una estimación para la volatilidad anual de $0{,}01216\sqrt{252} = 0{,}193$ o el 19,3 por ciento. El error estándar de esta estimación es

$$\frac{0{,}194}{\sqrt{2 \times 20}} = 0{,}031$$

o 3,1 por ciento anual.

El anterior análisis considera que las acciones no pagan dividendos. Puede adaptarse para acomodarse a acciones que pagan dividendos. El rendimiento u_i durante un intervalo de tiempo que incluye un día ex-dividendo viene dado por

$$u_i = \ln \frac{S_i + D}{S_{i-1}}$$

Tabla 11.1. Cálculo de la volatilidad.

Día	Precio de ejercicio de cierre (dólares)	Precio relativo S_i/S_{i-1}	Rendimiento diario $u_i = \ln (S_i/S_{i-1})$
0	20,00		
1	20,10	1,00500	0,00499
2	19,90	0,99005	−0,01000
3	20,00	1,00503	0,00501
4	20,50	1,02500	0,02469
5	20,25	0,98780	−0,01227
6	20,90	1,03210	0,03159
7	20,90	1,00000	0,00000
8	20,90	1,00000	0,00000
9	20,75	0,99282	−0,00720
10	20,75	1,00000	0,00000
11	21,00	1,01205	0,01198
12	21,10	1,00476	0,00475
13	20,90	0,99052	−0,00952
14	20,90	1,00000	0,00000
15	21,25	1,01675	0,01661
16	21,40	1,00706	0,00703
17	21,40	1,00000	0,00000
18	21,25	0,99299	−0,00703
19	21,75	1,02353	0,02326
20	22,00	1,01149	0,01143

donde D es el valor de los dividendos. El rendimiento en otros intervalos de tiempo continúa siendo

$$u_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}$$

Sin embargo, como los factores fiscales son importantes para determinar los rendimientos en las proximidades de una fecha ex-dividendo, es probable que lo mejor sea descartar el conjunto de fechas para intervalos que incluyan una fecha ex-dividendo cuando se usen datos diarios o semanales.

1.5. SUPUESTOS DEL MODELO BLACK-SCHOLES

Los supuestos hechos por Black y Scholes cuando derivaron su fórmula de valoración de opciones fueron los siguientes:

1. El comportamiento del precio de las acciones corresponde al modelo lognormal desarrollado anteriormente en este capítulo con μ y σ constantes.

2. No hay costes de transacción o impuestos. Todos los activos financieros son perfectamente divisibles.
3. No hay dividendos sobre las acciones durante la vida de la opción.
4. No hay oportunidades de arbitraje libres de riesgo.
5. La negociación de valores financieros es continua.
6. Los inversores pueden prestar o pedir prestado al mismo tipo de interés libre de riesgo.
7. El tipo de interés libre de riesgo a corto plazo, r, es constante.

Algunos de estos supuestos han sido modificados por otros investigadores. Por ejemplo, se pueden utilizar variaciones de la fórmula de Black-Scholes cuando r y σ son funciones del tiempo y, como veremos en este capítulo, la fórmula puede ajustarse para tener en cuenta los dividendos.

11.6. EL ANÁLISIS BLACK-SCHOLES/MERTON

El análisis Black-Scholes es análogo al análisis de no arbitraje que utilizamos en el Capítulo 10 para valorar opciones cuando los cambios en el precio de las acciones son binomiales. Se establece una cartera libre de riesgo consistente en una posición en la opción y una posición en las acciones subyacentes. En ausencia de oportunidades de arbitraje, el rendimiento de la cartera debe ser el tipo de interés libre de riesgo, r. Esto nos lleva a una ecuación diferencial que debe ser satisfecha por la opción.

La razón por la que puede establecerse una cartera libre de riesgo es que el precio de las acciones y el precio de la opción están afectados por la misma fuente de incertidumbre: los movimientos del precio de las acciones. En cualquier período corto de tiempo, el precio de una opción de compra está perfecta y positivamente correlacionado con el precio de las acciones subyacentes; el precio de una opción de venta está perfecta y negativamente correlacionado con el precio de las acciones subyacentes. En ambos casos, cuando se establece una cartera apropiada de las acciones y de la opción, el beneficio o pérdida de la posición de las acciones siempre compensa el beneficio o la pérdida de la posición de la opción de modo que se conoce con seguridad el valor total de la cartera al final del período corto de tiempo.

Supongamos, por ejemplo, que, en un momento determinado, la relación entre un cambio pequeño en el precio de las acciones, δS, y la pequeña variación resultante en el precio de la opción Europea de compra, δc, viene dado por

$$\delta c = 0{,}4\delta S$$

Esto significa que la pendiente de la línea que representa la relación entre c y S es 0,4 como se indica en la Figura 11.3. La cartera libre de riesgo consistiría en

1. Una posición larga en 0,4 acciones.
2. Una posición corta en 1 opción de compra.

Hay una diferencia importante entre el análisis Black-Scholes/Merton y el análisis que utiliza el modelo binomial del Capítulo 10. En Black-Scholes/Merton la posición que se establece es libre de riesgo sólo para un período de tiempo muy corto. (Teóricamente, permanece libre de riesgo sólo por un instante.) Para permanecer libre de riesgo debe ajustarse frecuentemente o *redefinirse*[4]. Por ejemplo, la relación entre δc y δS puede cambiar de $\delta c = 0{,}4\ \delta S$ hoy a

[4] Examinaremos la redefinición de carteras con mayor detalle en el Capítulo 15.

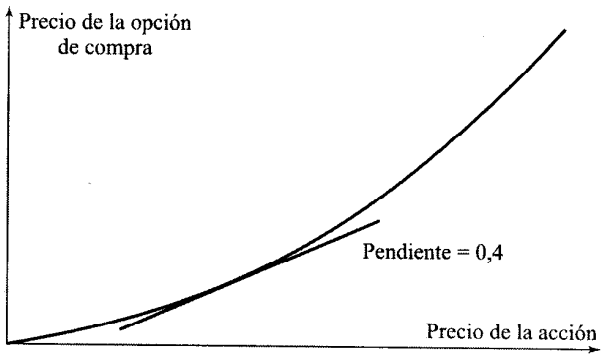


Figura 11.3. Relación entre c y S.

$\delta c = 0{,}5\ \delta S$ en dos semanas. (Si eso ocurre, deberían comprarse 0,1 acciones extra por cada opción vendida para mantener la cartera libre de riesgo.) Es cierto, sin embargo, que el rendimiento de una cartera libre de riesgo en cualquier período corto de tiempo debe ser el tipo de interés libre de riesgo. Éste es el elemento clave en los argumentos de Black-Scholes/Merton y conduce a sus fórmulas de valoración.

Las fórmulas de valoración

Las fórmulas de Black-Scholes para los precios de opciones Europeas de compra y de venta sobre acciones que no pagan dividendos son[5]

$$c = S_0 N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2) \tag{11.5}$$

$$p = Xe^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \tag{11.6}$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

La función $N(x)$ es la función de distribución de probabilidad para una variable normal estandarizada. En otras palabras, es la probabilidad de que una variable aleatoria con una distribución normal estándar, $\phi(0, 1)$, sea menor que x. Está ilustrado en la Figura 11.4. Por ahora, el lector debe estar familiarizado con la otra notación utilizada en las Ecuaciones (11.5) y (11.6). Las variables c y p son los precios de las opciones Europeas de compra y de venta, S_0 es el precio de las acciones, X es el precio de ejercicio, r es el tipo de interés libre de riesgo, T es el tiempo hasta el vencimiento, y σ es la volatilidad del precio de las acciones. Dado que el precio de una opción Americana de compra, C, es igual al precio de la opción Europea de compra, c, para unas acciones que no pagan dividendos, la Ecuación (11.5) también da el precio

[5] El software que acompaña este texto puede utilizarse para llevar a cabo cálculos con las fórmulas de Black-Scholes para opciones sobre acciones, divisas, índices y contratos de futuros.

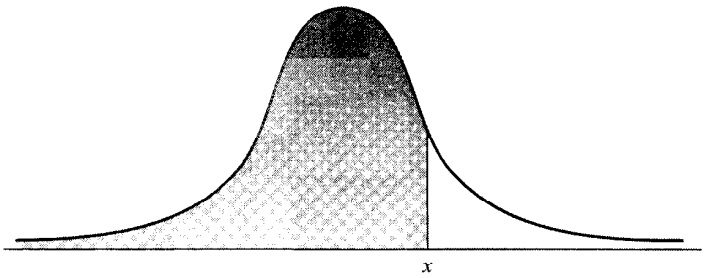


Figura 11.4. El área sombreada representa $N(x)$.

de una opción Americana de compra. Desafortunadamente no se ha obtenido ninguna fórmula analítica exacta para el precio de una opción Americana de venta sobre acciones que no pagan dividendos. De los procedimientos numéricos para valorar opciones Americanas hablaremos en el Capítulo 17.

En teoría, la fórmula Black-Scholes sólo es correcta si el tipo de interés a corto plazo, r, es constante. En la práctica, normalmente se utiliza con el tipo de interés, r, igual al tipo de interés libre de riesgo sobre una inversión que dura un tiempo T.

Propiedades de las fórmulas de Black-Scholes

Una demostración completa de las fórmulas de Black-Scholes está fuera del alcance de este libro. En este momento, nosotros demostramos que las fórmulas tienen propiedades generales correctas estudiando lo que sucede cuando algunos parámetros toman valores extremos.

Cuando el precio de las acciones, S_0, es muy grande, es casi seguro que una opción de compra se ejercerá. Entonces es muy similar a un contrato a plazo con precio de entrega X. A partir de la Ecuación (3.9), por lo tanto, esperamos que el precio de la opción de compra sea

$$S_0 - Xe^{-rT}$$

Éste es de hecho el precio de la opción de compra dado por la Ecuación (11.5) pues, cuando S_0 es muy grande, tanto d_1 como d_2 son muy grandes y $N(d_1)$ y $N(d_2)$ son cercanos a 1,0.

Cuando el precio de las acciones es muy grande, el precio de una opción Europea de venta, p, se acerca a cero. Este resultado es consistente con la Ecuación (11.6), dado que $N(-d_1)$ y $N(-d_2)$ son ambos cercanos a cero cuando S_0 es grande.

Cuando el precio de las acciones se hace muy pequeño, tanto d_1 como d_2 se hacen muy grandes y negativos. $N(d_1)$ y $N(d_2)$ son en ese caso muy cercanos a cero, y la Ecuación (11.5) da un precio cercano a cero para la opción de compra. Esto es como se esperaba. También, $N(-d_1)$ y $N(-d_2)$ están muy cerca de 1, por lo tanto el precio de la opción de venta dada por la Ecuación (11.6) está cercano a $Xe^{-rT} - S$. Esto también es como se esperaba.

La función de distribución normal

El único problema al aplicar las Ecuación (11.5) y (11.6) es el cálculo de la función de distribución de distribución normal, N. Las Tablas de N se proporcionan al final de este libro. La función también puede obtenerse utilizando una aproximación polinomial. Una de estas aproximaciones que dé un buen ajuste hasta el sexto decimal es

$$N(x) = \begin{cases} 1 - N'(x)(a_1k + a_2k^2 + a_3k^3 + a_4k^4 + a_5k^5) & \text{cuando } x \geqslant 0 \\ 1 - N(-x) & \text{cuando } x < 0 \end{cases}$$

donde

$$k = \frac{1}{1 + \gamma x}$$

$$\gamma = 0{,}2316419$$
$$a_1 = 0{,}319381530$$
$$a_2 = -0{,}356563782$$
$$a_3 = 1{,}781477937$$
$$a_4 = -1{,}821255978$$
$$a_5 = 1{,}330274429$$

y

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

Ejemplo

El precio de las acciones seis meses antes del vencimiento de una opción es de 42 dólares, el precio de ejercicio de la opción es de 40 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual, y la volatilidad es el 20 por ciento anual. Esto significa que $S_0 = 42$, $X = 40$, $r = 0{,}1$, $\sigma = 0{,}2$, $T = 0{,}5$,

$$d_1 = \frac{\ln(42/40) + (0{,}1 + 0{,}2^2/2) \times 0{,}5}{0{,}2\sqrt{0{,}5}} = 0{,}7693$$

$$d_2 = \frac{\ln(42/40) + (0{,}1 - 0{,}2^2/2) \times 0{,}5}{0{,}2\sqrt{0{,}5}} = 0{,}6278$$

y

$$Xe^{-rT} = 40e^{-0{,}1 \times 0{,}5} = 38{,}049$$

De ahí que, si la opción de compra es Europea, su valor, c, viene dado por

$$c = 42N(0{,}7693) - 38{,}049N(0{,}6278)$$

Si la opción de venta es Europea, su valor, p, viene dado por

$$p = 38{,}049N(-0{,}6278) - 42N(-0{,}7693)$$

Utilizando la aproximación polinómica que acabamos de dar o las tablas al final del libro,

$$N(0{,}7693) = 0{,}7791, \qquad N(-0{,}7693) = 0{,}2209$$
$$N(0{,}6278) = 0{,}7349, \qquad N(-0{,}6278) = 0{,}2651$$

con lo cual

$$c = 4{,}76, \qquad p = 0{,}81$$

Ignorando el valor temporal del dinero, el precio de las acciones tiene que subir 2,76 dólares para que comprador de la opción de compra se quede igual. De forma similar, el precio de las acciones tiene que bajar 2,81 dólares para que el comprador de la opción de venta esté también indiferente.

11.7. LA VALORACIÓN NEUTRAL AL RIESGO

Un resultado muy importante en la valoración de activos financieros derivados se conoce como la valoración neutral al riesgo. Este principio fue presentado en el Capítulo 10 y puede establecerse como:

> Cualquier activo financiero dependiente de otros activos financieros negociados puede valorarse bajo el supuesto de que los inversores son neutrales al riesgo.

Nótese que la valoración neutral al riesgo no establece que los inversores sean neutrales al riesgo. Lo que establece es que los activos financieros derivados como las opciones pueden valorarse bajo el supuesto de que los inversores son neutrales al riesgo. Lo que significa es que las preferencias sobre el riesgo de los inversores no influyen sobre el precio de la opción sobre acciones cuando se expresa como función del precio de las acciones subyacentes. Esto explica por qué las Ecuaciones (11.5) y (11.6) no incluyen el rendimiento esperado, μ.

La valoración neutral al riesgo es una herramienta poderosa porque, en un mundo neutral al riesgo, se mantienen dos resultados particularmente sencillos:

1. El rendimiento esperado de todos los activos financieros es el tipo de interés libre de riesgo.
2. El tipo de interés libre de riesgo es el tipo de descuento apropiado para aplicar a cualquier futuro flujo de caja esperado.

Pueden valorarse opciones y otros derivados que generan ingresos (*payoffs*) en un momento determinado utilizando la valoración neutral al riesgo. El procedimiento es:

1. Suponga que el rendimiento esperado del activo subyacente es el tipo de interés libre de riesgo r (es decir, suponga que $\mu = r$).
2. Calcule el pago esperado de la opción en su vencimiento.
3. Descuente el pago esperado al tipo de interés libre de riesgo.

Aplicación a los contratos a plazo

Este procedimiento puede utilizarse para derivar las fórmulas de Black-Scholes, pero las matemáticas son bastante complicadas y no las presentaremos aquí. En su lugar, a modo de ilustración, mostraremos cómo se utiliza en la valoración de un contrato a plazo sobre unas acciones que no pagan dividendos. (Este contrato ya ha sido valorado en el Capítulo 3 utilizando un planteamiento distinto.) Supondremos que los tipos de interés son constantes e iguales a r.

Consideremos una posición larga en un contrato a plazo que vence en el momento T con un precio de entrega K. El valor del contrato a su vencimiento es

$$S_T - K$$

Se demostró anteriormente en este capítulo que el valor esperado de S_T es $S_0 e^{\mu T}$. En un mundo neutral al riesgo, este valor pasa a ser $S_0 e^{rT}$. El pago esperado del contrato al vencimiento en un mundo neutral al riesgo es, por lo tanto,

$$S_0 e^{rT} - K$$

Descontándolo al tipo de interés libre de riesgo r durante un tiempo T, se obtiene que el valor f del contrato a plazo hoy es

$$f = e^{-rT}(S_0 e^{rT} - K) = S_0 - Ke^{-rT}$$

Esto concuerda con el resultado de la Ecuación (3.9).

11.8. VOLATILIDADES IMPLÍCITAS

El parámetro en las fórmulas de valoración de Black-Scholes que no puede observarse directamente es la volatilidad del precio de las acciones. Anteriormente en este capítulo vimos cómo puede estimarse ésta a partir de datos históricos. En este momento es apropiado mencionar un planteamiento alternativo que utiliza lo que se llama *volatilidad implícita*. Ésta es la volatilidad implícita en un precio de una opción observado en el mercado[6].

Para ilustrar la idea básica, supongamos que el precio de una opción de compra sobre acciones que no pagan dividendos es 1,90 cuando $S_0 = 21$, $X = 20$, $r = 0{,}1$, y $T = 0{,}25$. La volatilidad implícita es el valor de σ que, sustituido en la Ecuación (11.5) genera $c = 1{,}90$. No es posible invertir la Ecuación (11.5) con lo cual se expresaría como una función de S_0, X, r, T y c. Sin embargo, puede utilizarse un procedimiento de búsqueda iterativa para encontrar la σ implícita. Podríamos empezar intentando $\sigma = 0{,}20$. Éste da un valor de c igual a 1,76, que es demasiado bajo. Si c es una función creciente de σ, se necesitará un valor más alto de σ. Luego podríamos intentarlo con un valor de 0,30 para σ. Éste da un valor de c igual a 2,10, demasiado alto y significa que debe estar entre 0,20 y 0,30. Luego, puede intentarse con un valor de $\sigma = 0{,}25$. Este valor también es demasiado alto, demostrando que está entre 0,20 y 0,25. Procediendo de esta manera, el rango para σ puede partirse en cada iteración y el valor correcto de σ puede calcularse con la exactitud requerida[7]. En este ejemplo, la volatilidad implícita es 0,242 o 24,2 por ciento anual.

Las volatilidades implícitas pueden utilizarse para controlar la opinión del mercado sobre la volatilidad de unas acciones determinadas. A menudo los analistas calculan volatilidades implícitas a partir de opciones negociadas frecuentemente sobre ciertas acciones y las utilizan para calcular los precios de opciones menos negociadas sobre las mismas acciones. Este procedimiento se describe en el Capítulo 14. Es importante notar que los precios de opciones

[6] Las volatilidades implícitas en las opciones Europeas y Americanas sobre acciones, índices de acciones, divisas y futuros pueden calcularse usando el software DerivaGem que se incluye en este libro.

[7] Este método se ha presentado como ilustración. En la práctica se suelen utilizar procedimientos más potentes.

deep-in-the-money y *deep-out-the-money* son relativamente insensibles a la volatilidad. Las volatilidades implícitas calculadas a partir de estas opciones tienden a ser poco fiables.

11.9. CAUSAS DE LA VOLATILIDAD

Ahora consideramos las causas de la volatilidad. Algunos analistas han argumentado que la volatilidad del precio de las acciones se debe exclusivamente a la llegada aleatoria de nueva información sobre los rendimientos futuros de las acciones. Otros mantienen que la volatilidad está causada en gran medida por la negociación de acciones. Una pregunta interesante es, por tanto, si se tiene la misma volatilidad con mercados abiertos o cerrados.

Fama y French han contrastado esta cuestión empíricamente. (Véase las referencias del final del capítulo.) Recogieron precios de acciones al cierre de cada día de negociación durante un largo período de tiempo y, a partir de ahí, calcularon:

1. La varianza de los rendimientos del precio de las acciones entre el cierre de un día y el cierre del día siguiente cuando entre ellos no hay días de no negociación.
2. La varianza de los rendimientos del precio de las acciones al cierre de un viernes y al cierre del lunes siguiente.

Si los días de negociación y de no negociación son equivalentes, la varianza en la situación 2 debe ser tres veces la varianza de la situación 1. Fama encontró que era sólo un 22 por ciento mayor. Los resultados de French fueron similares, pues encontró que era un 19 por ciento mayor.

Estos resultados sugieren que la volatilidad es mucho mayor cuando el mercado está abierto que cuando está cerrado. Defensores de la visión tradicional de que la volatilidad se debe sólo a la información nueva pueden estar tentados a argumentar que la mayoría de la nueva información sobre las acciones llega durante las horas de negociación[8]. No obstante, los estudios del precio de futuros de los productos agrarios, que dependen en gran medida de la climatología, han mostrado el mismo comportamiento que los precios de las acciones; esto es, son mucho más volátiles durante las horas de negociación. Presumiblemente, las noticias sobre el tiempo tienen la misma probabilidad de surgir en cualquier día. La única conclusión razonable parece ser que la volatilidad está causada en gran medida por la propia negociación[9].

¿Cuáles son las implicaciones de todo lo anterior para la medida de la volatilidad y el modelo Black-Scholes? Los resultados sugieren que debemos ignorar los días en que el mercado está cerrado cuando se calcula la volatilidad mediante datos históricos y cuando la volatilidad se utiliza para valorar opciones. Por ejemplo, la volatilidad anual debe calcularse a partir de la volatilidad por día de negociación utilizando la fórmula

$$\text{Volatilidad anual} =$$

$$= \text{Volatilidad por día de negociación} \times \sqrt{\text{Número de días de negociación por año}}$$

[8] De hecho, este argumento es cuestionable. Se hacen a menudo anuncios importantes (véase, por ejemplo, aquéllos relacionados con ventas y ganancias) cuando los mercados están cerrados.

[9] Para más detalles, véase el artículo de French y Roll referenciado al final del capítulo. Consideraremos una manera en que la negociación puede generar volatilidad cuando comentemos los esquemas de gestión de carteras en el Capítulo 15.

Éste es el planteamiento que utilizamos anteriormente en este capítulo en conexión con los datos de la Tabla 11.1 y es el utilizado normalmente por los operadores. Suele considerarse que el número de días de negociación en un año es 252 para las acciones.

11.10. DIVIDENDOS

Hasta ahora hemos considerado que las acciones sobre las que se emitió la opción no pagan dividendos. En la práctica, éste puede no ser el caso. Ahora extenderemos nuestros resultados considerando que los dividendos pagados sobre las acciones durante la vida de una opción puede predecirse con exactitud. Como las opciones vencen en períodos cortos de tiempo (menos de un año), éste es un supuesto bastante razonable.

La fecha en la que se paga el dividendo debería asumirse como la fecha ex-dividendo. En esta fecha el precio de la acción baja en la cuantía del dividendo[10]. El efecto será reducir el valor de las opciones de compra e incrementar el de las opciones de venta.

Opciones Europeas

Las opciones Europeas pueden analizarse considerando que el precio de las acciones es la suma de dos componentes: un componente libre de riesgo que se utilizará para pagar los dividendos conocidos durante la vida de la opción y un componente con riesgo. El componente libre de riesgo en cualquier momento dado es el valor presente de todos los dividendos durante la vida de la opción descontados de las fechas ex-dividendo al presente al tipo de interés libre de riesgo. La fórmula de Black-Scholes es entonces correcta si S_0 es igual que el componente arriesgado. Operacionalmente, esto significa que la fórmula de Black-Scholes puede utilizarse sabiendo que el precio de las acciones está reducido en el valor presente de todos los dividendos durante la vida de la opción, haciéndose el descuento a partir de las fechas ex-dividendo al tipo de interés libre de riesgo. Los dividendos se incluyen en los cálculos sólo si sus fechas ex-dividendo ocurren durante la vida de la opción.

Ejemplo

Consideremos una opción Europea de compra sobre acciones cuando hay fechas ex-dividendo en dos y cinco meses. Se espera que los dividendos en cada fecha ex-dividendo sean 0,50 dólares. El precio actual por acción es de 40 dólares, el precio de ejercicio es 40 dólares, la volatilidad del precio de las acciones es del 30 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo es el 9 por ciento anual, y el tiempo que falta para el vencimiento es de seis meses. El valor presente de los dividendos es

$$0{,}5e^{-0{,}1667\times 0{,}09} + 0{,}5e^{0{,}4167\times 0{,}09} = 0{,}9741$$

[10] Por razones fiscales el precio de la acción podría bajar algo menos del valor líquido del dividendo. Para tener en cuenta este fenómeno, tenemos que interpretar el término dividendo en el contexto de la valoración de opciones como la reducción en el valor del precio de la acción en la fecha ex-dividendo causado por el pago del dividendo. Por lo tanto, si se anticipa un dividendo de un dólar por acción y el precio de la acción baja normalmente sobre un 80 por ciento del dividendo en la fecha ex-dividendo, el dividendo debería suponerse igual a 0,80 dólares a efectos del análisis.

El precio de la opción, por lo tanto, puede calcularse a partir de la fórmula de Black-Scholes con $S_0 = 39{,}0259$, $X = 40$, $r = 0{,}09$, $\sigma = 0{,}3$, y $T = 0{,}5$.

$$d_1 = \frac{\ln(39{,}0259/40) + (0{,}09 + 0{,}3^2/2) \times 0{,}5}{0{,}3\sqrt{0{,}5}} = 0{,}2017$$

$$d_2 = \frac{\ln(39{,}0259/40) + (0{,}09 - 0{,}3^2/2) \times 0{,}5}{0{,}3\sqrt{0{,}5}} = -0{,}0104$$

Utilizando la aproximación polinomial obtenemos

$$N(d_1) = 0{,}5800, \quad \text{y} \quad N(d_2) = 0{,}4959$$

y, a partir de la Ecuación (11.5), el precio de la opción de compra es

$$39{,}0259 \times 0{,}5800 - 40e^{-0{,}09 \times 0{,}5} \times 0{,}4959 = 3{,}67$$

o 3,67 dólares.

Cuando utilizamos este procedimiento, σ en la fórmula de Black-Scholes debe ser la volatilidad del componente con riesgo del precio de las acciones —no la volatilidad del precio de las acciones en sí. En la práctica, las dos se consideran iguales. En teoría, la volatilidad del componente arriesgado es aproximadamente $S_0/(S_0 - D)$ veces la volatilidad del precio de las acciones donde D es el valor actual de los dividendos y S_0 es el precio de la acción.

Opciones de compra Americanas

En el Capítulo 8 demostramos que las opciones Americanas de compra nunca deben ejercerse antes del vencimiento cuando las acciones subyacentes no pagan dividendos. Cuando se pagan dividendos a veces es mejor ejercerlas antes del vencimiento. La razón de ello es fácil de entender. El dividendo hará que tanto las acciones como la opción de compra tengan menos valor. Si los dividendos son suficientemente grandes y la opción de compra está suficientemente *in-the-money*, puede merecer la pena ejercerla para evitar los efectos negativos de los dividendos sobre el precio de las acciones.

En la práctica, es más probable que las opciones de compra se ejerzan antes del vencimiento inmediatamente antes de la última fecha ex-dividendo. En el apéndice al final del capítulo se proporciona un análisis que indica por qué esto es así y se exponen condiciones bajo las que el ejercicio antes del vencimiento tiende a ser óptimo. Aquí describiremos un procedimiento aproximado sugerido por Fischer Black para valorar opciones Americanas de compra sobre acciones que pagan dividendos.

Aproximación de Black

La aproximación de Black implica el calcular de los precios de dos opciones Europeas:

1. Una opción que vence en el mismo momento que la opción Americana.

2. Una opción que vence justo antes de la última fecha ex-dividendo durante la vida de la opción.

El precio de ejercicio, el precio inicial de las acciones, el tipo de interés libre de riesgo, y la volatilidad coinciden con los de la opción considerada. El precio de la opción Americana es igual al mayor de los precios de estas dos opciones Europeas.

Ejemplo

Volvamos a la situación de nuestro ejemplo anterior pero supongamos que la opción es Americana en lugar de Europea. El valor presente del primer dividendo viene dado por

$$0{,}5e^{-0.09\times 2/12} = 0{,}4926$$

El valor de la opción bajo el supuesto de que vence justo antes de la última fecha ex-dividendo puede calcularse utilizando la fórmula de Black-Scholes con $S_0 = 39{,}5074$, $X = 40$, $r = 0{,}09$, $\sigma = 0{,}30$, y $T = 0{,}4167$. Éste resulta ser de 3,52 dólares. La aproximación de Black implica tomar el mayor entre éste y el precio de la opción cuando sólo pudiera ejercerse en un plazo de seis meses. A partir del ejemplo anterior, sabemos que éste es de 3,67 dólares. La aproximación de Black, por lo tanto da un precio para la opción Americana de compra de 3,67 dólares.

11.11. RESUMEN

El supuesto habitual que se hace en la valoración de opciones sobre acciones es que, conocido el precio actual de las acciones, su precio en el futuro es lognormal. Esto implica que el rendimiento compuesto continuo de unas acciones en un período de tiempo está distribuido normalmente. Nuestra incertidumbre sobre el precio de las acciones futuro aumenta a medida que crece el horizonte de estimación. Como una aproximación, podemos decir que la desviación estándar del precio de las acciones es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de dicho horizonte.

Para estimar empíricamente la volatilidad, σ, del precio de unas acciones, el precio de las acciones se observa a intervalos fijos de tiempo (por ejemplo, cada día, cada semana, o cada mes). Para cada período de tiempo se calcula el logaritmo neperiano del precio de las acciones al final del período de tiempo dividido por el precio de las acciones al principio del período de tiempo. La volatilidad se estima como la desviación estándar de esta serie temporal dividida por la raíz cuadrada de la duración del período de tiempo en años. Normalmente los días de cierre de mercado se ignoran al medir el tiempo para calcular la volatilidad.

La valoración de opciones sobre acciones implica establecer una posición libre de riesgo con la opción y las acciones subyacentes. Dado que el precio de las acciones y el precio de la opción dependen de la misma fuente de incertidumbre subyacente, esto siempre puede hacerse. La posición que se establece permanece libre de riesgo sólo durante un período de tiempo muy corto. No obstante, el rendimiento de una posición libre de riesgo siempre debe ser el tipo de interés libre de riesgo para evitar oportunidades de arbitraje. De hecho esto permite que el precio de la opción se valore en términos del precio de las acciones. La ecuación origi-

nal de Black-Scholes nos proporciona el precio de una opción Europea de compra o de venta sobre acciones que no pagan dividendos en términos de cinco variables: el precio de las acciones, el precio de ejercicio, el tipo de interés libre de riesgo, la volatilidad, y el tiempo hasta el vencimiento.

Sorprendentemente el rendimiento esperado sobre las acciones no forma parte de la ecuación de Black-Scholes. Hay un principio general conocido como valoración neutral al riesgo. Éste establece que cualquier valor financiero dependiente de otros activos financiero negociados puede valorarse sobre el supuesto de que el mundo es neutral al riesgo. Este resultado es muy útil en la práctica. En un mundo neutral al riesgo, el rendimiento esperado de todos los activos financieros es el tipo de interés libre de riesgo y el tipo de descuento correcto para los flujos de caja esperados es también el tipo de interés libre de riesgo.

Una volatilidad implícita es la volatilidad que, sustituida en la ecuación de Black-Scholes o sus extensiones, da el precio de mercado de la opción. Los operadores controlan las volatilidades implícitas y a veces utilizan la volatilidad implícita del precio de una opción sobre acciones para calcular el precio de otra opción sobre las mismas acciones. Los resultados empíricos demuestran que la volatilidad de unas acciones es mucho mas alta cuando los mercados están abiertos que cuando están cerrados. Esto sugiere que, hasta cierto punto, la propia negociación produce volatilidad en el precio de las acciones.

Los resultados de Black-Scholes puede extenderse fácilmente a opciones Europeas de compra y de venta sobre acciones que pagan dividendos. Un procedimiento es el de utilizar la fórmula de Black-Scholes con el precio de las acciones reducido en el valor presente de los dividendos anticipados durante la vida de la opción, y la volatilidad igual a la volatilidad de las acciones netas de dividendos (calculados en valor presente). Fisher Black ha sugerido una forma aproximada de valorar las opciones Americanas de compra sobre acciones que pagan dividendos. Su enfoque implica establecer el precio igual al precio más alto entre dos opciones Europeas. La primera opción Europea vence en el mismo momento que la opción americana; la segunda vence inmediatamente antes de la última fecha ex-dividendo.

Lecturas recomendadas

Sobre la fórmula de Black-Scholes y sus extensiones

Black, F., «Fact and Fantasy in the Use of Options and Corporate Liabilities», *Financial Analysts Journal*, 31 (julio-agosto 1975), 36-41, 61-72

Black, F., y M. Scholes, «The Pricing of Options and Corporate Liabilites», *Journal of Political Economy*, 81 (mayo-junio 1973), 637-659

Hull, J., *Options, Futures, and Other Derivative Securities*, Englewood cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989

Merton, R. C., «Theory or Rational Option Pricing», *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (primavera 1973), 141-183

Smith, C. W., «Option Pricing: A Review», *Journal of Financial Economics*, 3 (marzo 1796), 3-51

Sobre las causas de la volatilidad

Fama, E. E., «The Behavior of Stock Market Prices», *Journal of Business*, 38 (enero 1965), 34-105

French, K. R., «Stock Returns and the Weekend Effect», *Journal of Financial Economics*, 8 (marzo 1980), 55-69

French, K. R., y R. Roll, «Stock Return Variances: The Arrival of Information and the Reaction of Traders», *Journal of Financial Economics*, 17 (septiembre 1986), 5-26

Test (respuestas al final del libro)

11.1. ¿Qué supone el modelo Black-Scholes de valoración de opciones sobre acciones acerca de la distribución de probabilidad del precio de las acciones en un año? ¿Qué considera sobre el rendimiento compuesto continuo de las acciones durante el año?

11.2. La volatilidad del precio de unas acciones es 30 por ciento anual. ¿Cuál es la desviación estándar del cambio porcentual del precio en un día de negociación?

11.3. Explique cómo puede utilizarse la valoración neutral al riesgo para derivar las fórmulas de Black-Scholes.

11.4. Calcule el precio de una opción Europea de venta a tres meses sobre acciones que no pagan dividendos con un precio de ejercicio de 50 dólares cuando el precio actual de las acciones es 50 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual, y la volatilidad es el 30 por ciento anual.

11.5. ¿Qué diferencia habría en los cálculos de la cuestión anterior si se espera un dividendo de 1,50 dólares en dos meses?

11.6. ¿Qué significa el término volatilidad implícita? ¿Cómo calcularía la volatilidad implícita en el precio de una opción Europea de venta?

11.7. ¿Qué es la aproximación de Black para valorar una opción Americana de compra sobre acciones que pagan dividendos?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

11.8. El precio de una acción es actualmente 40 dólares. Suponga que el rendimiento esperado de las acciones es el 15 por ciento anual y su volatilidad es el 25 por ciento anual. ¿Cuál es la distribución de probabilidad para la tasa de rendimiento (compuesta continua) para un período anual?

11.9. El precio de unas acciones tiene un rendimiento esperado de un 16 por ciento y una volatilidad del 35 por ciento. Su precio actual es 38 dólares.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se ejerza una opción Europea de compra sobre las acciones con un precio de ejercicio de 40 dólares y un vencimiento a seis meses?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se ejerza una opción Europea de venta sobre las acciones con igual precio de ejercicio y vencimiento?

11.10. Demuestre que, siguiendo la notación del capítulo, un intervalo de confianza del 95 por ciento para S_T está entre

$$S_0 e^{(\mu-\sigma^2/2)T-1{,}96\sigma\sqrt{T}} \quad \text{y} \quad S_0 e^{(\mu-\sigma^2/2)T+1{,}96\sigma\sqrt{T}}$$

11.11. El gestor de una cartera anuncia que la media de los rendimientos obtenidos en cada uno de los últimos diez años es el 20 por ciento anual. ¿En qué sentido es esta afirmación confusa?

11.12. Considere que unas acciones que no pagan dividendos tienen un rendimiento esperado de μ y una volatilidad de σ. Una institución financiera innovadora acaba de anunciar que negociará un activo financiero que paga una cantidad en dólares igual a

$$\frac{1}{T}\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)$$

en el momento T. Las variables S_0 y S_T denotan los valores del precio de las acciones en los momentos cero y T.

a) Describa los ingresos obtenidos de este activo financiero.
b) Utilice la valoración neutral al riesgo para calcular el precio del activo en el momento t cuando $0 \leqslant t \leqslant T$.

11.13. ¿Cuál es el precio de una opción Europea de compra sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es de 52 dólares, el precio de ejercicio es de 50 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 12 por ciento anual, la volatilidad es del 30 por ciento anual, y el vencimiento es dentro de tres meses?

11.14. ¿Cuál es el precio de una opción Europea de venta sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es de 69 dólares, el precio de ejercicio es de 70 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento anual, la volatilidad es del 35 por ciento anual, y el vencimiento es dentro de seis meses?

11.15. Una opción de compra sobre una acción que no paga dividendos tiene un precio de mercado de 2,50 dólares. El precio de la acción es de 15 dólares, el precio de ejercicio es 13 dólares, el tiempo para el vencicmiento es tres meses y el tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento anual. ¿Cuál será la volatilidad implícita?

11.16. Demuestre que la fórmula de Black-Scholes para una opción de compra da un precio que tiende al $\max(S_0 - X, 0)$ cuando $T \to 0$.

11.17. Explique con detalle por qué el enfoque de Black en la valoración de una opción Americana de compra sobre una acción que pagase dividendos puede dar una respuesta aproximada incluso cuando sólo se anticipa un dividendo. La aproximación de Black, ¿sobrevalora o infravalora el valor auténtico de la opción? Explique su respuesta.

11.18. Considere una opción Americana de compra sobre acciones. El precio de las acciones es de 70 dólares, el vencimiento es ocho meses, el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual, el precio de ejercicio es de 65 dólares, y la volatilidad es del 32 por ciento. Se esperan dividendos de 1 dólar después de tres y seis meses. Utilice los resultados del apéndice para demostrar que nunca puede ser óptimo el ejercicio de la opción en ninguna de las dos fechas de dividendos. Use DerivaGem para calcular el precio de la opción.

11.19. El precio de una acción es en la actualidad de 50 dólares y el tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento. Use el software DerivaGem para traducir la siguiente tabla de opciones Europeas de compra sobre las acciones en una tabla de volatilidades implícitas, suponiendo que no hay dividendos. ¿Son los precios de las opciones coherentes con Black-Scholes?

	Vencimiento (meses)		
Precio ejercicio (dólares)	**3**	**6**	**12**
45	7,00	8,30	10,50
50	3,50	5,20	7,50
55	1,60	2,90	5,10

11.20. Muestre que las fórmulas de Black-Scholes para opciones de compra y de venta satisfacen la ecuación fundamental de las opciones Europeas.

11.21. Muestre que la probabilidad de que se ejerza una opción Europea de compra en un mundo neutral al riesgo es, con la notación introducida en este capítulo, $N(d_2)$. ¿Cuál

el precio de un derivado que pagase 100 dólares si el precio de la acción en el momento T fuese mayor que X?

Preguntas de repaso

11.22. El precio de una acción es en la actualidad de 50 dólares. Suponga que el rendimiento esperado de estas acciones fuese el 18 por ciento y su volatilidad del 30 por ciento anual. ¿Cuál sería la distribución de probabilidad para el precio de las acciones en dos años? Calcule la media y la desviación estándar de la distribución. Determine el intervalo de confianza al 95 por ciento.

11.23. Suponga que las observaciones del precio de unas acciones (en dólares) al final de 15 semanas consecutivas son las siguientes:

30,2 32,0 31,1 30,1 30,2 30,3 30,6 33,0 32,9 33,0 33,5 33,5 33,7 33,5 33,2

Estime la volatilidad del precio de las acciones. ¿Cuál es el error estándar de su estimación?

11.24. Una institución financiera planea ofrecer un derivado que paga un valor en dólares igual a S_T^2 en el momento T donde S_T es el precio de las acciones en el momento T. Suponga que no hay dividendos. Definiendo otras variables si fuese necesario use la valoración neutral al riesgo para calcular el precio del derivado en el momento cero. (*Sugerencia*: El valor esperado de S_T^2 puede calcularse a partir de la media y la varianza de S_T dadas en la Sección 11.1.)

11.25. Considere una opción sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es de 30 dólares, el precio de ejercicio es de 29 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento anual, la volatilidad es del 25 por ciento anual, y el vencimiento es dentro de cuatro meses.

a) ¿Cuál es el precio de la opción si es una opción Europea de compra?
b) ¿Cuál es el precio de la opción si es una opción Americana de compra?
c) ¿Cuál es el precio de la opción si es una opción Europea de venta?
d) Verifique que se mantiene la ecuación fundamental de las opciones Europeas.

11.26. Suponga que las acciones del Problema 11.25 van a estar ex-dividendo en 1,5 meses. Los dividendos esperados son 50 centavos.

a) ¿Cuál es el precio de la opción si es una opción Europea de compra?
b) ¿Cuál es el precio de la opción si es una opción Europea de venta?
c) Utilice los resultados del Apéndice de este capítulo para determinar si se dan circunstancias bajo las que la opción se ejerza antes de su vencimiento.

11.27. Considere una opción Americana de compra cuando el precio de las acciones es de 18 dólares, el precio de ejercicio es de 20 dólares, el vencimiento es a seis meses, la volatilidad es del 30 por ciento anual, y el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual. Se esperan dos dividendos iguales de 40 centavos durante la vida de la opción con fechas ex-dividendo dentro de dos y cinco meses. Utilice la aproximación de Black y el software DerivaGem para valorar la opción. Suponga ahora que el dividendo fuese D en cada fecha ex-dividendo. Utilice los resultados en el Apéndice para determinar el valor máximo de D que hace que la opción Americana no se ejerce antes de su vencimiento.

APÉNDICE

Ejercicio antes del vencimiento de las opciones americanas de compra sobre acciones que pagan dividendos

En el Capítulo 8 demostramos que nunca es óptimo ejercer una opción Americana de compra sobre acciones que no pagan dividendos antes del vencimiento. Un argumento parecido demuestra que una opción de compra sobre acciones que pagan dividendos sólo se ejerce antes del vencimiento en el momento inmediatamente antes de una fecha ex-dividendo. Suponemos que se anticipan n fechas ex-dividendo y que $t_1, t_2, \ldots, t_n$ son momentos inmediatamente previos a que la acción esté ex-dividendo con $t_1 < t_2 < \cdots < t_n$. Denotamos los dividendos en estos momentos por $D_1, D_2, \ldots, D_n$, respectivamente.

Empezaremos considerando la posibilidad de ejercer antes del vencimiento inmediatamente antes de la última fecha ex-dividendo (es decir, en el momento t_n). Si la opción se ejerce en el momento t_n, el inversor recibe

$$S(t_n) - X$$

Si la opción no se ejerce, el precio de las acciones cae a $S(t_n) - D_n$. Como mostramos en el Capítulo 8, una cota inferior para el precio de la opción es

$$S(t_n) - D_n - Xe^{-r(T-t_n)}$$

A ello sigue que

$$S(t_n) - D_n - Xe^{-r(T-t_n)} \geqslant S(t_n) - X$$

es decir,

$$D_n \leqslant X(1 - e^{-r(T-t_n)}) \qquad \textbf{(11A.1)}$$

no puede ser óptimo ejercer en el momento t_n. Por otro lado, si

$$D_n > X(1 - e^{-r(T-t_n)}) \qquad \textbf{(11A.2)}$$

puede demostrarse que siempre es óptimo ejercer en el momento t_n para un valor suficientemente alto de $S(t_n)$. Es más probable que la desigualdad en (11A.2) se satisfaga cuando la última fecha ex-dividendo sea bastante cercana al vencimiento de la opción (es decir, cuando $T - t_n$ es pequeño) y los dividendos son grandes.

Consideremos ahora el momento t_{n-1}, la penúltima fecha ex-dividendo. Si la opción se ejerce en el momento t_{n-1}, el inversor recibe

$$S(t_{n-1}) - X$$

Si la opción no se ejerce en el momento t_{n-1}, el precio de las acciones cae hasta $S(t_{n-1}) - D_{n-1}$ y el siguiente momento de posible ejercicio es t_n. Una cota inferior para el precio de la opción si no se ejerce en el momento t_{n-1} es

$$S(t_{n-1}) - D_{n-1} - Xe^{-r(t_n - t_{n-1})}$$

A ello sigue que si

$$S(t_{n-1}) - D_{n-1} - Xe^{-r(t_n - t_{n-1})} \geqslant S(t_{n-1}) - X$$

o

$$D_{n-1} \leqslant X(1 - e^{-r(t_n - t_{n-1})})$$

no es óptimo ejercer en el momento t_{n-1}. De manera similar, para cualquier $i < n$, si

$$D_i \leqslant X(1 - e^{-r(t_{i+1} - t_i)}) \qquad \textbf{(11A.3)}$$

no es óptimo ejercer en el momento t_i.

La desigualdad en (11A.3) es aproximadamente equivalente a

$$D_i \leqslant Xr(t_{i+1} - t_i)$$

Considerando que X es bastante cercano al precio actual de las acciones, el rendimiento por dividendo sobre las acciones tendría que ser parecido a/o superior al tipo de interés libre de riesgo para que esta desigualdad no se satisfaga. Este no es un caso habitual.

Podemos concluir de este análisis que, en la mayoría de las circunstancias, el único momento que debe considerarse para el ejercicio antes del vencimiento de una opción Americana de compra es la última fecha ex-dividendo, t_n. Además, si la desigualdad (11A.3) se mantiene para $i = 1, 2, \ldots, n - 1$ y la desigualdad (11A.1) se mantiene, podemos estar seguros que el ejercicio antes del vencimiento nunca es óptimo.

Ejemplo

Consideremos el ejemplo que utilizamos en este capítulo para valorar opciones Europeas sobre acciones que pagan dividendos: $S_0 = 40$, $X = 40$, $r = 0{,}09$, $\sigma = 0{,}30$, $t_1 = 0{,}1667$, $t_2 = 0{,}4167$, $T = 0{,}5$ y $D_1 = D_2 = 0{,}5$. Supongamos que la opción es Americana en vez de Europea. En este caso,

$$X(1 - e^{-r(t_2 - t_1)}) = 40(1 - e^{-0{,}09 \times 0{,}25}) = 0{,}89$$

Como éste es mayor que 0,5, a ello sigue a partir de la Ecuación (11A.3), que la opción nunca debe ejercerse en la primera fecha ex-dividendo. También

$$X(1 - e^{-r(T - t_2)}) = 40(1 - e^{-0{,}09 \times 0{,}08333}) = 0{,}30$$

Como éste es menor que 0,5 a ello sigue, a partir de la Ecuación (11A.1), que cuando la opción está suficientemente «en dinero», la opción debe ejercerse en la segunda fecha ex-dividendo.

CAPÍTULO 12

Opciones sobre índices bursátiles y divisas

En este capítulo, nos centramos en el problema de valorar opciones sobre índices bursátiles y divisas. Como un primer paso, extendemos algunos de los resultados de los Capítulos 8, 10, y 11 a opciones Europeas sobre acciones que pagan un rendimiento por dividendo conocido. Entonces argumentamos que los índices bursátiles y las divisas son análogos a acciones que pagan dividendo de modo continuo. Los resultados básicos para opciones sobre acciones que pagan dividendos compuestos continuos pueden, por lo tanto, utilizarse también para estos tipos de opciones.

12.1. UNA REGLA SENCILLA

En esta sección presentamos una regla sencilla que permite extender los resultados obtenidos para opciones Europeas sobre acciones que no pagan dividendos a opciones Europeas sobre acciones que pagan un rendimiento por dividendo conocido.

Consideremos la diferencia entre unas acciones que pagan una tasa de dividendo compuesta continua q anual y unas acciones similares que no pagan dividendos. Ambas acciones deberían generar el mismo rendimiento global (dividendos más ganancias de capital). El pago de un dividendo causa una caída en el precio de las acciones en una cantidad igual al dividendo. El pago de una tasa de dividendo compuesta continua de tipo q hace, por tanto, que la tasa de crecimiento en el precio de las acciones sea inferior de lo que habría sido en una cuantía q. Si, con una tasa de dividendo compuesta continua de q, el precio de las acciones sube de S_0 hoy a S_T en el momento T, entonces en ausencia de dividendos, crecería de S_0 hoy a $S_T e^{qT}$ en el momento T. Alternativamente, en ausencia de dividendos habría crecido desde Se^{-qT} hoy hasta S_T en el momento T.

Este argumento demuestra que conseguimos la misma distribución de probabilidad para el precio de las acciones en el momento T en cada uno de los dos casos siguientes:

1. Las acciones empiezan en un precio S_0 y pagan un dividendo compuesto continuo a tasa q; y
2. Las acciones empiezan en un precio S_0e^{-qT} y no pagan dividendo.

Esto nos lleva a una sencilla regla. Cuando valoramos una opción Europea que dura un tiempo T sobre acciones que pagan una tasa conocida de dividendo se reduce q, reducimos el precio actual de las acciones de S_0 a S_0e^{-qT} y entonces valoramos la opción como si las acciones no pagasen dividendos.

Cotas inferiores para los precios de las opciones

Como primera aplicación de esta regla, consideremos el problema de determinar cotas para el precio de una opción Europea sobre acciones que pagan una tasa de dividendo q. Sustituyendo S_0e^{-qT} por S_0 en la Ecuación (8.1), vemos que una cota inferior para el precio de la opción Europea, c, viene dado por

$$c \geqslant S_0e^{-qT} - Xe^{-rT} \tag{12.1}$$

También se puede demostrar directamente considerando las dos carteras siguientes:

Cartera A: una opción Europea de compra más una cantidad en metálico igual a Xe^{-rT}.
Cartera B: e^{-qT} acciones con dividendos reinvertidos en acciones adicionales.

En la cartera A, si invertimos el efectivo al tipo de interés libre de riesgo, crecerá hasta X en el momento T. Si $S_T > X$, la opción de compra se ejercerá en el momento T y la cartera A tendrá un valor de S_T. Si $S_T < X$, la opción de compra vence sin valor y la cartera tiene un valor de X. De ahí que, en el momento T, la cartera A tenga un valor igual a

$$\max(S_T, X)$$

Debido a la reinversión de los dividendos, la cartera B se transforma en una acción en el momento T. En este momento, por lo tanto, tiene un valor de S_T. A ello sigue que la cartera A nunca vale menos que la cartera B en el momento T. En ausencia de oportunidades de arbitraje, esto también debe ser cierto en el momento presente. De ahí que,

$$c + Xe^{-rT} \geqslant S_0e^{-qT}$$

o

$$c \geqslant S_0e^{-qT} - Xe^{-rT}$$

Para obtener una cota inferior para una opción Europea de venta, podemos reemplazar de forma similar S_0 por S_0e^{-qT} en la Ecuación (8.2) para conseguir

$$p \geqslant Xe^{-rT} - S_0e^{-qT} \tag{12.2}$$

Este resultado también puede comprobarse directamente considerando:

Cartera C: Una opción Europea de venta más e^{-qT} acciones con dividendos sobre las acciones que se reinvierten en acciones adicionales.
Cartera D: Una cantidad en metálico igual a Xe^{-rT}.

Ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*)

Reemplazando S_0 por S_0e^{-qT} en la Ecuación (8.3) obtenemos la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) para una opción sobre acciones que pagan una tasa de dividendo compuesta continua a tasa q:

$$c + Xe^{-rT} = p + S_0e^{-qT} \tag{12.3}$$

Este resultado también puede comprobarse directamente considerando las dos carteras siguientes:

Cartera A: Una opción Europea de compra más una cantidad en metálico igual a Xe^{-rT}.
Cartera B: Una opción Europea de venta más e^{-qT} acciones. Los dividendos sobre las acciones se reinvierten en acciones adicionales.

Ambas carteras tienen un valor de $\max(S_T, X)$ en el momento T. Por lo tanto, hoy deben tener igual valor y el resultado de la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) de la Ecuación (12.3) se cumple. Para las opciones Americanas, la ecuación fundamental es (véase Problema 12.12)

$$S_0e^{-qT} - X \leqslant C - P \leqslant S_0 - Xe^{-rT}$$

12.2. FÓRMULAS DE VALORACIÓN

Reemplazando S_0 por S_0e^{-qT} en las fórmulas de Black-Scholes, Ecuaciones (11.5) y (11.6), obtenemos el precio, c, de una opción Europea de compra y el precio, p, de una opción Europea de venta sobre acciones que pagan una tasa de dividendo compuesta continua de tasa q como:

$$c = S_0e^{-qT}N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2) \tag{12.4}$$

$$p = Xe^{-rT}N(-d_2) - S_0e^{-qTY}N(-d_1) \tag{12.5}$$

Como

$$\ln\frac{S_0e^{-qT}}{X} = \ln\frac{S_0}{X} - qT$$

d_1 y d_2 vienen dados por

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

y

$$d_2 = \frac{\ln(S_0/X) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Estos resultados fueron encontrados inicialmente por Merton[1]. Como señalamos en el Capítulo 11, la palabra *dividendo*, en el contexto de la valoración de opciones, debe definirse como la reducción en el precio de las acciones en la fecha ex-dividendo que surge de cualquier dividendo declarado. Si la tasa de dividendo no es constante durante la vida de la opción, las Ecuaciones (12.4) y (12.5) siguen siendo correctas, con q igual a la media anual de la tasa de dividendo.

12.3. ÁRBOLES BINOMIALES

Ahora vamos a examinar el efecto de una tasa de dividendo igual a q sobre los resultados del modelo binomial del Capítulo 10.

Consideremos la situación de la Figura 12.1 donde el precio de las acciones empieza en S_0 y se mueva tanto hacia arriba hasta S_0u como hacia abajo hasta S_0d. Al igual que en el Capítulo 10, definimos p como la probabilidad de un movimiento de subida en un mundo neutral al riesgo. El rendimiento total obtenido en un mundo neutral al riesgo debe ser el tipo de interés libre de riesgo, r. Los dividendos generan un rendimiento igual a q. El rendimiento en forma de ganancias de capital deber ser $r - q$. Esto quiere decir que p debe satisfacer

$$pS_0u + (1 - p)S_0d = S_0e^{(r-q)T} \tag{12.6}$$

o

$$p = \frac{e^{(r-q)T} - d}{u - d} \tag{12.7}$$

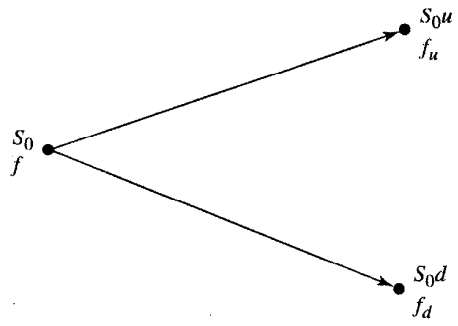


Figura 12.1. Precio de la acción y precio de la opción en un árbol binomial de un período.

[1] Véase Merton, R. C. «Theory of Rational Option Pricing», *Bell Journal of Economics and Management Science* 4 (primavera 1973): 141-83.

Tal como se señaló en el Capítulo 10, el precio del derivado en el momento inicial es el valor esperado en un mundo neutral al riesgo descontado al tipo de interés libre de riesgo.

$$f = e^{-rT}[pf_u + (1 - p)f_d] \tag{12.8}$$

Ejemplo

Suponga que el precio inicial de las acciones es de 30 dólares y que puede subir hasta 36 o bajar a 24 dólares durante los seis meses siguientes. El tipo de interés libre de riesgo a seis meses es del 5 por ciento y se espera que las acciones generen un rendimiento por dividendo del 3 por ciento durante el período de seis meses. En este caso $u = 1{,}2$; $d = 0{,}8$ y

$$p = \frac{e^{(0{,}05 - 0{,}03) \times 6/12} - 0{,}8}{1{,}2 - 0{,}8} = 0{,}5251$$

Considere una opción de venta a seis meses sobre la acción con un precio de ejercicio de 28 dólares. Si el precio de la acción sube, el beneficio bruto (*payoff*) será cero; si baja el beneficio bruto será 4. El valor de la opción será por tanto

$$e^{-0{,}05 \times 0{,}5}[0{,}5251 \times 0 + 0{,}4749 \times 4] = 1{,}85$$

12.4. OPCIONES SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES

Como dijimos en el Capítulo 7, algunos mercados negocian opciones sobre índices bursátiles. Algunos de los índices utilizados siguen los movimientos globales del mercado. Otros están basados en el comportamiento de un cierto sector (por ejemplo, tecnología informática, petróleo y gas, transporte, o teléfonos).

Cotizaciones

La Tabla 12.1 muestra las cotizaciones para opciones sobre los índices 'Dow Jones Industrial Average' (DJX), Nasdaq (NDX), Russell 2000 (RUT), S&P 100 (OEX, y S&P 500 (SPX) tal como aparecen en la 'Money and Investment Section' del *Wall Street Journal* el viernes 16 de marzo del 2001. Todas las opciones se negocian en el 'Chicago Board Options Exchange' y son Europeas, excepto el contrato sobre el S&P 100, que es de tipo americano. Las cotizaciones se refieren al precio al que se efectuó la última transacción el martes 15 de marzo del 2001. Los precios de cierre del DJX, NDX, RUT, OEX y SPX el 15 de marzo del 2001 fueron 100,31 1.697,92 452,16 600,71 y 1173,56 respectivamente.

Una opción sobre un índice es sobre 100 veces el índice. (Nótese que el índice Dow Jones que se utiliza para opciones sobre índices es 0,01 veces el índice Dow Jones que normalmente se publica). Las opciones sobre índices se liquidan en metálico. Por ejemplo, en el ejercicio de la opción, el propietario de una opción de compra recibe $S - X$ en metálico y el emisor de la opción paga esta cantidad en efectivo, donde S es el valor del índice al final del día en el

Tabla 12.1. Cotizaciones de opciones sobre índices de acciones del *Wall Street Journal* del 16 de marzo de 2001.

Thursday, March 15, 2001

Volume, last, net change and open interest for all contracts. Volume figures are unofficial. Open interest reflects previous trading day. p-Put c-Call

CHICAGO

DJ INDUS AVG(DJX)

STRIKE		VOL.	LAST	NET CHG.	OPEN INT.
Jun	72 p	57	.30	– .05	115
Jun	80 p	10	.65	– .15	4,999
Apr	84 p	10	.25	...	...
Jun	84 p	20	1	– .10	1,016
Jun	88 p	5	1.25	– .15	227
Apr	90 p	40	.50	...	...
Jun	90 p	126	1.60	...	5,080
Sep	90 p	93	2.60	– .15	203
Apr	92 p	1,787	.85	– .15	5,604
Jun	92 p	45	1.90	– .25	2,381
Sep	92 p	59	3	+ .35	503
Mar	96 c	8	4.50	+ .40	114
Mar	96 p	170	.05	– .15	12,199
Apr	96 c	6	5.80	– .90	3
Apr	96 p	572	1.75	– .10	5,670
Jun	96 c	3	7.80	– 1.90	489
Jun	96 p	628	3.10	– .40	4,967
Sep	96 p	23	4.20	...	6,374
Mar	98 c	20	1.90	– .10	32
Mar	98 p	746	.05	– .35	1,502
Apr	98 c	49	4.40	– .10	8,116
Apr	98 p	836	2.20	...	6,469
Mar	100 c	2,323	.70	– .30	3,849
Mar	100 p	4,550	.30	– .70	14,425
Apr	100 c	463	3.60	+ .20	8,549
Apr	100 p	1,502	2.85	– .15	10,208
Jun	100 c	1,125	5	...	1,292
Jun	100 p	3,119	4.10	– .30	7,207
Sep	100 c	2	7.50	+ .50	30
Sep	100 p	934	5.70	...	4,295
Mar	102 c	478	.10	– .15	3,901
Mar	102 p	1,638	1.65	– .60	5,648
Apr	102 c	148	2.60	– .05	629
Apr	102 p	103	3.80	– .40	9,441
Jun	102 c	29	4.10	– .40	2,295
Jun	102 p	513	5	+ .70	2,313
Mar	103 c	49	.05	– .15	470
Mar	103 p	305	2.80	– .30	1,577
Mar	104 p	740	3.80	– .70	8,693
Apr	104 c	77	1.60	+ .10	1,698
Apr	104 p	197	5.10	– .50	13,625
Jun	104 c	2	3.70	+ .50	2,484
Jun	104 p	230	6.20	+ .20	5,149
Sep	104 p	1	7.40	+ .40	996
Mar	105 p	127	4.80	– .10	1,536
Mar	106 p	181	6	+ .30	5,792
Apr	106 c	637	1	– .20	679
Apr	106 p	41	6.10	+ .30	43,208
Jun	106 c	82	2.50	+ .20	243
Jun	106 p	61	7.30	+ .30	698
Mar	107 p	2	6.60	– .10	652
Mar	108 p	214	8	...	3,962
Apr	108 c	15	.95	+ .40	1,226
Apr	108 p	20	8	– .60	70,397
Jun	108 p	53	8.40	– .60	1,917
Sep	108 p	11	9.30	+ .30	746
Mar	110 p	107	9.50	– .10	8,010
Apr	110 c	1,022	.35	...	7,752
Apr	110 p	58	9.60	– .10	376
Jun	110 p	34	9.80	– .40	1,253
Mar	112 p	11	12	– 1.40	1,166
Apr	112 c	900	.25	+ .05	5,217
Jun	112 p	1	10.10	– 1.90	622
Sep	112 p	1	12	– .20	390
Call Vol.		9,262	Open Int.		178,509
Put Vol.		22,787	Open Int.		361,587

NASDAQ-100(NDX)

Apr	1200 p	17	7	– 1.10	980
May	1200 p	17	18	– 1	891
Apr	1300 p	26	12	– 6	144
Apr	1400 p	62	29.10	– .90	1,827
May	1400 p	45	48	– 4	1,261
Apr	1500 p	104	53	+ 3	517
Mar	1550 p	20	.25	– 1.75	252
Apr	1550 p	6	42	– 16.40	228
Mar	1600 p	685	1.25	– 2.95	603
Apr	1600 p	51	58	– 12	940
Jun	1600 p	1	130.40	+ 10.40	832
Mar	1650 c	17	42.20	– 46.80	...
Mar	1650 p	388	15	– 1.20	1,284
Apr	1650 p	2	75	– 12	597
Mar	1700 c	217	20	– 55	263
Mar	1700 p	1,358	25	...	2,149
Apr	1700 p	10	133	– 1.80	844
May	1700 p	10	135	– 10	21
Jun	1700 c	2	203	– 17	26
Jun	1700 p	3	180	...	799
Mar	1750 c	105	4	– 30.40	157
Mar	1750 p	191	65	+ 23.20	541
Apr	1750 c	6	110	– 15	6
Apr	1750 p	363	152	+ 30	30
Mar	1800 c	248	1	– 20.90	330
Mar	1800 p	209	100	+ 15	784
Apr	1800 c	1	120	+ 23	87
Apr	1800 p	80	170	+ 15	421
Jun	1800 c	3	195	+ 15	36
Jun	1800 p	16	230	+ 8	929
Mar	1850 c	536	1.25	– 7.25	177
Mar	1850 p	2	158.30	+ 33.30	227
Apr	1850 c	29	73.80	– 38.20	118
Apr	1850 p	6	199	– 1	91
Mar	1900 c	359	.50	– 3	520
Mar	1900 p	39	190	+ 60	1,270
Apr	1900 c	292	69.30	– 18.50	938
Apr	1900 p	56	241	+ 16	120
May	1900 c	1	142	+ 33.90	44
Jun	1900 c	26	120	– 30	163
Mar	1950 c	113	.10	– 1.85	725
Mar	1950 p	82	200	+ 30	1,862
Apr	1950 c	5	80	+ 15	767
Apr	1950 p	23	245	– 5	525
Mar	2050 c	10	.25	– .25	578
Mar	2050 p	103	350	+ 85	2,315
Apr	2050 c	280	30	– 11.50	271
Apr	2050 p	107	308	– 34.50	52
May	2050 c	1	86	– 2	461
Mar	2100 p	3	395	+ 45	1,439
Apr	2100 c	240	33	– 1	462
Apr	2100 p	100	395	+ 15	305
Jun	2100 c	1	78.60	– 31.40	51
Mar	2150 c	1	.20	– .30	425
Mar	2150 p	98	370	+ 70	256
Apr	2150 p	4	455	+ 40.90	14
Mar	2200 c	6	.15	– .35	1,356
Mar	2200 p	12	435	– 60.80	579
Apr	2200 c	3	15.80	– 4.90	53
Apr	2200 p	1	470	+ 185	18
May	2200 p	300	435	– 47	600
Jun	2200 c	1	61	+ 5	61
Jun	2200 p	52	455	+ 2.40	283
Mar	2250 c	15	.05	– .05	412
Mar	2250 p	7	544	+ 26	170
Apr	2250 c	57	10	– 8.20	13
Mar	2300 c	3	1.50	+ 1	1,184
Mar	2300 p	1	525	+ 237	1,138
Apr	2300 c	23	7	– 3.80	438
Apr	2300 p	4	583.10	+ 188	240
Jun	2300 p	1	555.90	+ 0.90	93
Mar	2350 p	51	659.40	+ 220	575
Mar	2400 p	5	685	+ 10	1,338
Apr	2400 c	2	8.60	+ 2.60	163
Jun	2400 c	27	33	– 2	1,016
Jun	2400 p	4	615.90	– 68.10	500
Apr	2450 p	2	685	– 25	...
Mar	2500 p	3	805	+ 5	542
Apr	2500 c	12	2.70	– 1.80	1,268
May	2500 c	39	9.50	...	2
May	2500 p	3	696.20	...	...
Mar	2600 c	10	.05	– .45	760
Mar	2600 p	8	900	+ 66.80	785
Apr	2600 c	5	1.70	– .95	799
Apr	2600 p	3	8.05	– 30	87
Mar	2700 p	1	9.10	– 75	332
Apr	2800 c	1	1	– .30	2,726
May	2900 c	7	3	+ .50	216
Jun	2900 c	7	7	+ 1.10	1,067
Apr	2950 c	12	.70	– 2.40	973
Jun	3050 c	10	3	+ .30	143
Call Vol.		2,732	Open Int.		66,026
Put Vol.		4,605	Open Int.		52,260

RUSSELL 2000(RUT)

Mar	450 c	10	3.60	– 31.70	10
Mar	450 p	460	1.40	– .85	1,243
Apr	450 p	1,644	17	– 3	500
Mar	460 c	15	1.90	– 4.90	406
Mar	460 p	29	9.10	+ 2.90	498
Apr	460 c	100	13.50	– 2.50	651
Apr	460 p	201	22.60	+ 1.20	401
Mar	470 c	10	.50	– 9.90	11
Apr	470 p	500	24.50	+ 1	1,000
Mar	500 p	100	48	+ 2.80	456
May	500 c	10	7.50	– 1.10	298
Apr	510 c	13	3	...	...
Call Vol.		158	Open Int.		7,706
Put Vol.		2,397	Open Int.		15,139

S & P 100(OEX)

Apr	500 p	311	2	– .07	1,515
May	500 p	24	3.50	– 1	186
Jun	500 p	1	5.50	– .30	180
Apr	510 p	14	2.75	– .95	1,233
Mar	540 p	847	.10	– .15	3,610
Apr	540 p	288	5	– 1.70	4,208
Jun	540 p	10	11.10	– 2.40	538
Mar	550 c	5	52	+ 6.10	7
Mar	550 p	749	.05	– .45	5,503
Apr	550 p	147	7.10	– 1.30	806
Apr	555 p	25	7.20	...	...
Mar	560 p	857	.10	– .70	8,327
Apr	560 c	1	55.50	...	...
Apr	560 p	124	8.20	– 1.10	2,851
Jun	560 p	122	15.10	+ 1.10	794
Mar	570 p	2,136	.30	– 1.30	4,696
Apr	570 c	10	47	+ 6.60	10
Apr	570 p	159	10.70	– 1.80	1,802
Apr	575 p	4	11.50	...	...
Mar	580 p	2,164	1	– 1.50	7,552
Apr	580 p	320	13.40	– 2.60	3,252
May	580 p	14	18.70	– 1.30	3,418
Jun	580 c	122	48.50	– 1.50	5
Jun	580 p	123	21	– 3.40	248
Apr	585 p	1	14.30	...	...
Mar	590 c	157	11	– 1	772
Mar	590 p	3,264	1.70	– 3.10	3,765
Apr	590 c	26	29.80	+ 1.40	34
Apr	590 p	46	15	– 3.50	1,431
May	590 p	2	21	...	...
Apr	595 p	27	18.20	...	...
Mar	600 c	6,508	5.70	– 1.20	3,563
Mar	600 p	8,644	4.70	– 4.30	7,950
Apr	600 c	393	23.90	+ 2.90	465
Apr	600 p	828	20.50	– 3.30	3,411
May	600 p	105	24	– 5	370
Jun	600 c	1	35.40	+ 0.10	3
Jun	600 p	19	28	– 2.50	316
Mar	605 c	4,300	2.35	– 1.95	2,019
Mar	605 p	1,901	7.30	– 4.70	2,035
Apr	605 c	281	20	+ 0.10	47
Apr	605 p	23	23.30	– 1.70	165
Mar	610 c	6,920	1.75	– 1.25	4,489
Mar	610 p	2,738	10	– 6	2,208
Apr	610 c	98	17.10	...	191
Apr	610 p	95	25.30	– 3.20	714
May	610 p	4	31.50	...	...
Mar	615 c	1,773	.60	– 1.40	3,267
Mar	615 p	662	20.80	+ 0.80	2,077

(continúa en la página siguiente)

Tabla 12.1. (*Continuación*).

Apr	615 c	32	15	+	050	332
Apr	615 p	2	28	–	5	315
Mar	620 c	4,149	030	–	1	3,881
Mar	620 p	1,807	2080	–	420	3,965
Apr	620 c	352	1320	+	1	599
Apr	620 p	131	2910	–	490	3,294
May	620 c	157	1930	+	130	25
May	620 p	10	3510	–	490	99
Jun	620 c	6	26	–	050	885
Jun	620 p	8	3750	–	340	1,159
Mar	625 c	1,281	015	–	045	1,792
Mar	625 p	55	24	–	5	810
Apr	625 c	79	1120	+	020	180
Apr	625 p	7	3030	+	430	182
Mar	630 c	1,874	005	–	035	3,458
Mar	630 p	928	29	–	5	2,106
Apr	630 c	156	950	+	030	870
Apr	630 p	146	3520	–	430	1,355
May	630 c	1,187	16	+	2	16
May	630 p	9	40	–	3	331
Mar	635 c	1,313	005	–	015	2,697
Mar	635 p	456	3520	–	260	735
Apr	635 c	15	820	+	070	60
Apr	635 p	5	3850	+	350	644
Mar	640 c	488	005	–	010	4,378
Mar	640 p	110	40	–	5	634
Apr	640 c	93	650	–	020	951
Apr	640 p	80	4340	–	960	711
May	640 c	8	1110	–	020	64
May	640 p	22	4730	–	370	396
Jun	640 c	24	1550	+	1	164
Jun	640 p	12	4850	–	450	614
Mar	645 c	265	010	–	005	2,420
Mar	645 p	147	4430	–	420	1,227
Apr	645 c	41	5	–	1	448
Apr	645 p	48	4750	+	9	166
Mar	650 c	121	005	–	005	5,151
Mar	650 p	129	5090	–	410	407
Apr	650 c	300	420	–	060	2,160
Apr	650 p	32	5250	–	4	2,016
May	650 c	27	920	+	120	169
Mar	655 p	23	55	–	5	108
Apr	655 c	73	350	+	040	259
Apr	655 p	9	54	–	250	435
Mar	660 c	1,022	005		...	4,351
Mar	660 p	42	59	–	6	386
Apr	660 c	111	310	–	050	2,959
Apr	660 p	169	6110	–	390	456
May	660 c	220	650	–	2	178
Mar	665 c	65	005		...	4,248
Mar	665 p	1	61	–	9	94
Apr	665 c	150	240	–	025	175
Mar	670 c	95	005		...	4,657
Mar	670 p	641	69	–	8	765
Apr	670 c	185	160	–	040	704
Apr	670 p	45	7250	+	350	447
May	670 p	13	70	+	3	138
Mar	675 c	401	005		...	3,505
Mar	675 p	365	7430	–	670	706
Apr	675 c	81	155	–	045	459
Apr	675 p	50	71	–	3	7
Mar	680 p	108	7850	–	650	150
Apr	680 c	85	130	–	015	1,587
Apr	680 p	19	79	–	820	533
May	680 c	327	350	+	070	63
Jun	680 p	10	78	–	9	503
Apr	690 c	248	095	–	005	3,011
Apr	690 p	109	90	–	10	353
May	690 c	291	230	–	010	186
May	690 p	10	90	+	680	47
Mar	700 p	25	9850	–	450	66
Apr	700 c	65	060	–	035	2,933
Apr	700 p	9	9850	–	920	953
Apr	705 c	30	055	+	005	389
Apr	705 p	10	109		...	...
Apr	720 c	231	020	–	015	1,024
Apr	720 p	9	116	–	580	149
Apr	725 p	11	12010	+	4610	12
Apr	730 c	125	025	–	020	837
May	730 p	14	12570	+	48	25
Jun	740 p	60	138	–	170	50
May	750 p	16	14570	+	4910	7
May	760 c	4	035	–	075	210
May	760 p	3	15590	+	850	4
Call Vol.		35,250	Open Int.			171,210
Put Vol.		34,927	Open Int.			117,069

S & P 500(SPX)

Jun	750 c	300	432	–	195	306
Jun	750 p	14	090	–	010	6,555
Jun	800 p	161	140	–	035	3,039
Jun	850 p	1	270	–	080	924
Jun	900 c	1	291	+	11	415
Jun	900 p	79	410	–	050	25,204
Apr	950 p	391	220	–	065	1,974
Jun	950 p	4	740	+	120	6,802
Apr	975 p	1,225	310	–	040	656
Mar	995 c	5	181	–	6010	11,324
Mar	995 p	100	005	–	005	25,234
Jun	995 c	955	198		...	914
Jun	995 p	603	11		...	4,941
Apr	1005 p	641	4	–	110	714
Mar	1025 p	200	005	–	025	8,705
Apr	1025 p	292	6	–	160	4,829
Mar	1050 p	320	005	–	055	9,692
Apr	1050 c	6	133	+	3	8
Apr	1050 p	1,055	8	–	150	6,341
Jun	1050 p	1,488	1850	+	160	6,702
Apr	1075 p	2,394	11	–	080	10,504
Mar	1100 p	842	010	–	070	28,705
Apr	1100 c	1	9250	+	150	57
Apr	1100 p	5,741	14	–	3	8,970
May	1100 p	363	2250	–	250	3,078
Jun	1100 c	301	11340	–	560	216
Jun	1100 p	33	2830	–	220	16,096
Mar	1125 p	1,303	025	–	175	4,529
Apr	1125 p	261	1950	–	350	3,737
May	1125 p	872	2750	–	450	3,996
Jun	1125 c	1,000	9350	+	650	7
Mar	1150 c	908	2280	–	020	1,801
Mar	1150 p	4,934	140	–	480	12,363
Apr	1150 c	2,755	55	+	3	189
Apr	1150 p	4,247	2750	–	250	19,128
May	1150 c	10	69	+	5	105
May	1150 p	7,741	36	–	3	6,656
Jun	1150 c	251	77	–	4	604
Jun	1150 p	712	42	–	5	9,383
Mar	1175 c	2,250	280	–	640	2,960
Mar	1175 p	7,401	6	–	850	13,344
Apr	1175 c	180	3870	+	060	426
Apr	1175 p	2,735	3750	–	4	7,992
May	1175 c	11	54		...	...
May	1175 p	3,716	4520	–	480	5,557
Jun	1175 c	2,122	62	+	2	5,192
Jun	1175 p	3,691	5240	–	060	7,969
Mar	1200 c	5,969	1	–	2	6,286
Mar	1200 p	3,639	28	–	8	16,866
Apr	1200 c	2,131	2550	–	050	5,447
Apr	1200 p	1,265	48	–	4	16,070
May	1200 c	405	41	+	4	1,565
May	1200 p	451	58	–	4	4,572
Jun	1200 c	6,731	51	+	8	7,620
Jun	1200 p	6,344	61	–	650	19,356
Mar	1210 c	651	040	–	085	965
Mar	1210 p	37	33	+	150	1,483
Mar	1220 c	969	050	–	050	12,315
Mar	1220 p	55	4050	+	1	1,962
Mar	1225 c	2,365	015	–	065	12,754
Mar	1225 p	1,667	53	–	5	13,057
Apr	1225 c	1,497	16	–	1	3,307
Apr	1225 p	2,651	62	–	15	6,856
May	1225 c	1,950	30	+	510	120
May	1225 p	2	7020	–	980	1,079
Jun	1225 c	1,004	37	–	4	6,066
Jun	1225 p	34	76	–	8	12,360
Mar	1230 c	250	010	–	065	10,959
Mar	1230 p	60	5650	–	1150	3,435
Mar	1240 c	106	010	–	040	5,757
Mar	1240 p	7	69	+	2	4,573
Mar	1250 c	292	005	–	030	22,662
Mar	1250 p	642	76	–	6	24,292
Apr	1250 c	5,455	10	–	1	11,780
Apr	1250 p	318	7910	–	890	19,663
May	1250 c	1,036	1940	+	130	857
May	1250 p	67	8450	–	850	973
Jun	1250 c	6	2690	–	010	15,503
Jun	1250 p	1	9250	–	9	20,443
Mar	1260 p	55	8750	+	550	5,848
Mar	1270 c	4	005	–	095	1,775
Mar	1275 c	1,943	020		...	25,578
Mar	1275 p	982	103	–	4	22,621
Apr	1275 c	4,461	6	+	090	14,980
Apr	1275 p	380	105	–	10	12,176
May	1275 c	1	1590	+	5	4,304
May	1275 p	3	103	+	1	3,811
Jun	1275 c	1	19	+	250	6,297
Jun	1275 p	331	110	+	5	8,895
Mar	1280 c	2	005		...	3,545
Mar	1280 p	201	104	+	8	700
Mar	1300 p	188	12750	–	850	16,140
Apr	1300 c	438	3	–	030	6,898
Apr	1300 p	5,751	12360	–	1240	6,859
May	1300 c	1,466	850	+	030	4,529
May	1300 p	74	124	–	4	538
Jun	1300 c	624	13	+	150	7,270
Jun	1300 p	117	12550	–	580	13,561
Mar	1310 p	3	13570		...	316
Mar	1325 c	230	010	+	005	47,196
Mar	1325 p	377	148	–	10	42,279
Apr	1325 c	1,139	175	–	030	14,036
Apr	1325 p	211	14650	–	1850	2,854
May	1325 c	25	6		...	273
May	1325 p	70	145	+	1	92
Jun	1325 c	10	10	+	2	5,168
Jun	1325 p	1,002	148	–	10	5,835
Mar	1350 p	174	17720	–	580	38,269
Apr	1350 c	490	1		...	14,129
Apr	1350 p	6,113	173	+	350	1,744
May	1350 c	114	310		...	2,434
Jun	1350 c	505	590	–	170	6,873
Mar	1375 p	132	201	–	7	9,898
Apr	1375 c	140	050	–	025	16,347
Apr	1375 p	51	196	–	450	814
Jun	1375 c	1	450		...	3,788
Mar	1380 p	1	207	+	12	1,703
Mar	1400 p	581	226	–	14	11,624
Apr	1400 p	97	218	+	3	837
May	1400 p	14	216	+	4	512
Jun	1400 p	79	20550	–	1550	8,920
Mar	1425 p	9	252	–	5	10,341
Apr	1425 c	2	030	+	005	9,371
May	1425 p	2	241	+	83	50
Jun	1425 p	125	236	+	4	6,896
Mar	1450 p	36	276	+	7	6,135
Apr	1450 p	3	269	+	150	230
May	1450 c	26	050	–	010	233
May	1450 p	4	265		...	...

LEAPS-LONG TERM

DJ INDUS AVG - CB

Jun	02	100	p	2	770	+	050	243
Dec	02	100	c	15	1680	–	020	79
Dec	02	100	p	35	840	–	1	865
Dec	02	108	c	4	12	–	280	446
Dec	02	108	p	3	1280	+	060	902
Call Vol.				19	Open Int.			8,367
Put Vol.				48	Open Int.			16,890

S & P 100 - CB

Dec	01	190	p	4	190	+	005	490
Call Vol.				0	Open Int.			1,050
Put Vol.				4	Open Int.			5,087

S & P 500 - CB

Dec	01	90	p	13	360	–	050	2,008
Dec	01	100	p	3	310	+	030	1,324
Dec	03	100	p	29	740	+	040	3,026
Dec	01	110	p	9	550		...	21,879
Dec	02	110	p	221	830	+	020	27,363
Dec	03	110	p	10	950	–	040	822
Dec	01	120	p	50	850	–	160	38,210
Dec	02	120	p	5	1170	+	020	4,968
Dec	03	120	p	6	1270	–	090	9,267
Dec	02	12750	p	5	570		...	203
Dec	01	130	p	459	1370	+	010	29,336
Dec	02	130	p	20	1590	–	010	6,690
Dec	03	130	p	37	1690	–	070	12,315
Dec	01	135	p	45	1680	–	1	25,321
Dec	01	140	c	3	245	+	015	7,951
Dec	01	140	p	156	2030	+	010	42,525
Dec	03	140	p	1	2050		...	11,175
Dec	01	145	p	2	2370	+	480	5
Dec	01	145	p	40	2440	+	540	3,430
Dec	01	150	p	95	2870	–	2	3,743
Dec	03	160	p	2	3170		...	11,536
Dec	01	180	c	3	005	–	080	58
Dec	02	180	p	10	50	+	050	13,958
Call Vol.				6	Open Int.			405,282
Put Vol.				1,218	Open Int.			544,821

Fuente: Reimpreso con permiso de Dow Jones, Inc., via copyright Clearance Center, Inc. © 2001 Dow Jones & Company, Inc. Todos los derechos reservados en todo el mundo.

que se han efectuado las instrucciones de ejercicio y X es el precio de ejercicio. Similarmente, el propietario de una opción de venta recibe $X - S$ en metálico y el emisor de la opción paga esta cantidad en efectivo.

Ejemplo

En la Tabla 12.1, considere la opción de venta para abril sobre el S&P 100 con precio de ejercicio 620. Ésta es una opción de tipo Americano y vence el 21 de abril del 2001. El coste del contrato se indica como $29{,}10 \times 100 = 2.910$ dólares. El valor del índice al cierre de las operaciones el 15 de marzo del 2001 es 600,71 es decir, la opción está en dinero. Si se ejerciese el contrato de opción, su propietario recibiría $(620 - 600{,}71) \times 100 = 1.929$ dólares en efectivo. Esto es inferior al valor del contrato, lo que indica que no es óptimo ejercer el contrato el 15 de marzo del 2001.

La Tabla 12.1 muestra que además de las opciones de relativamente corto plazo, el mercado negocia contratos con vencimiento más largo como los LEAPS, mencionados en el Capítulo 7. El acrónimo LEAPS indica 'Long-term Equity AnticiPation Securities' y fue creado por el CBOE. Los LEAPS son opciones negociadas a largo plazo en mercados organizados y duran hasta tres años. El índice se divide por cinco para cotizar el precio de ejercicio y el precio de la opción. Un contrato es una opción sobre 100 veces una quinta parte del índice (o 20 veces el índice). Los LEAPS sobre índices tiene fechas de vencimiento en diciembre. Como mencionamos en el Capítulo 7, el CBOE y otros mercados también negocian LEAPS sobre muchas acciones individuales. Éstos tienen vencimiento en enero.

Una innovación más reciente del CBOE son las *flex options* sobre índices. Como se mencionó en el Capítulo 7, éstas son opciones donde los operadores pueden escoger la fecha de vencimiento, el precio de ejercicio y si la opción es Americana o Europea.

Gestión y aseguramiento de cartera (*portfolio insurance*)

Los gestores de carteras pueden usar opciones sobre índices para limitar el riesgo de caída en sus carteras. Supongamos que el valor de un índice es S_0. Consideremos un gestor a cargo de una cartera bien diversificada cuya beta es 1,0. Una beta de 1,0 implica que los rendimientos de la cartera reflejan los del índice. Si la tasa de dividendo de la cartera coincide con la del índice, puede esperarse que el porcentaje de variación es en el valor de la cartera aproximadamente el mismo que el porcentaje de variación en el valor del índice. Cada contrato sobre el S&P 500 es por 100 veces el índice. A ello sigue que el valor de la cartera está protegido contra la posibilidad de que el índice caiga por debajo de X si, por cada $100S_0$ dólares en la cartera, el gestor compra un contrato de opción de venta con precio de ejercicio X. Por ejemplo, supongamos que la cartera del gestor está valorada en 500.000 dólares y el valor del índice es 1.000. La cartera tiene un valor de 500 veces el índice. El gestor puede asegurarse contra la caída del valor de la cartera por debajo de 450.000 dólares en los próximos tres meses comprando 5 contratos de opciones de venta con un precio de ejercicio de 900. Para ilustrar cómo funcionaría esto, consideremos la situación donde el índice cae hasta 880 en tres meses. La cartera estará valorada sobre unos 440.000 dólares. No obstante, el pago de las opciones será

de 5 × (900 − 880) × 100 = 10.000 dólares, volviendo el valor total de la cartera al valor asegurado de 450.000 dólares. Este ejemplo está resumido en la Tabla 12.2.

Tabla 12.2. Uso de opciones para proteger el valor de una cartera que replica el S&P 500.

Fuente: Mesa del operador

Un gestor a cargo de una cartera valorada en 500.000 dólares está preocupado porque el mercado puede bajar rápidamente durante los tres próximos meses y le gustaría utilizar opciones sobre índices bursátiles como cobertura. Se espera que la cartera replique el S&P 500, el cual actualmente está en 1.000.

La estrategia

El gestor compra 5 contratos de opciones de venta con un precio de ejercicio de 900. Esta estrategia pretende asegurar que el valor de la posición del gestor no caerá por debajo de 450.000 dólares.

El resultado

El índice cayó hasta 880 en el período de tres meses. La cartera estaba valorada en 440.000 dólares. El pago de las opciones fue 5 × (900 − 880) × 100 = 10.000 dólares devolviendo el valor total de la posición a 440.000 + 10.000 = 450.000 dólares.

Cuando la beta de la cartera no es 1,0

Si no se espera que los rendimientos de la cartera sean iguales a los del índice, puede utilizarse el *capital asset pricing model*. Este modelo afirma que el exceso de rendimiento esperado de una cartera sobre el tipo de interés libre de riesgo es igual a β veces el exceso de rendimiento de un índice de mercado sobre el tipo de interés libre de riesgo. Supongamos que la cartera que acabamos de considerar tuviese una beta de 2,0 en lugar de 1,0. Supongamos además que el tipo de interés libre de riesgo actual es el 12 por ciento anual, y se espera que la tasa de dividendo de la cartera y del índice sea un 4 por ciento anual. Tal como hicimos previamente, supondremos que el índice S&P 500 es actualmente 1.000. La Tabla 12.3 muestra la relación esperada entre el nivel del índice y el valor de la cartera dentro de tres meses. Para ilustrar la serie de cálculos necesarios para encontrar la Tabla 12.3, la Tabla 12.4 muestra qué ocurre cuando el valor del índice a los tres meses es de 1.040.

Supongamos que S_0 es el valor del índice. Puede demostrarse que por cada $100S_0$ dólares en la cartera, deben comprarse un total de beta contratos de venta. El precio de ejercicio debe ser el valor que se espera para el índice cuando el valor de la cartera alcance el valor asegurado. Supongamos que el valor asegurado es de 450.000 dólares como en el caso de beta = 1,0. La Tabla 12.3 muestra que el precio de ejercicio apropiado para el precio de ejercicio de las opciones de venta compradas es 960. En este caso, $100S_0$ = 100.000 dólares y beta = 2,0 de forma que se requieren dos opciones de venta para cada 100.000 dólares en la cartera. Como la cartera está valorada en 500.000 dólares, deben comprarse un total de 10 contratos.

Para ilustrar que se obtiene el resultado requerido, consideremos lo que sucede si el valor del índice cae a 880. Como se muestra en la Tabla 12.3, el valor de la cartera es entonces

Tabla 12.3. Relación entre el valor del índice y el valor de la cartera para beta = 2.

Valor del índice dentro de tres meses	Valor de la cartera dentro de tres meses (dólares)
1.080	570.000
1.040	530.000
1.000	490.000
960	450.000
920	410.000
880	370.000

Tabla 12.4. Cálculos para la Tabla 12.3 cuando el valor del índice es 1.040 en tres meses.

Valor del índice dentro de tres meses	1.040
Rendimiento de la variación en el índice	40/1.000 o 4 por ciento trimestral
Dividendos del índice	0,25 × 4 = 1 por ciento trimestral
Rendimiento total del índice	4 + 1 = 5 por ciento trimestral
Tipo de interés libre de riesgo	0,25 × 12 = 3 por ciento trimestral
Exceso de rendimiento del índice sobre el tipo de interés libre de riesgo	5 − 3 = 2 por ciento trimestral
Exceso de rendimiento de la cartera sobre el tipo de interés libre de riesgo	2 × 2 = 4 por ciento trimestral
Rendimiento de la cartera	3 + 4 = 7 por ciento trimestral
Dividendos de la cartera	0,25 × 4 = 1 por ciento trimestral
Incremento del valor de la cartera	7 − 1 = 6 por ciento trimestral
Valor de la cartera	$500.000 × 1,06 = $530.000

de unos 370.000 dólares. Las opciones de venta pagan (960 − 880) × 10 × 100 = 80.000 dólares y esto es exactamente lo que se necesita para mover el valor total de la posición del gestor de la cartera de 370.000 dólares al nivel requerido de 450.000 dólares. Este ejemplo está resumido en la Tabla 12.5.

Valoración

Cuando valorábamos contratos de futuros sobre índices bursátiles en el Capítulo 3, supusimos que el índice podría ser tratado como un valor que paga una tasa conocida de dividendo. Cuando valoramos opciones sobre índices bursátiles, realizamos unas suposiciones similares. Esto significa que las Ecuaciones (12.1) y (12.2) proporcionan una cota inferior para opciones Europeas sobre índices bursátiles; la Ecuación (12.3) es el resultado de la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) para opciones Europeas sobre índices

Tabla 12.5. Utilización de opciones para proteger el valor de una cartera que tiene una beta de 2,0.

Fuente: Mesa del operador

Un gestor a cargo de una cartera valorada en 500.000 dólares está preocupado porque cree que el mercado puede bajar rápidamente durante los tres próximos meses y le gustaría utilizar opciones sobre índices bursátiles como cobertura. La cartera tiene una $\beta = 2{,}0$, el S&P 500 está en 1.000. Se espera que la tasa de dividendo sobre el índice y sobre la cartera sea un 4 por ciento anual y el tipo de interés libre de riesgo es el 12 por ciento anual.

La estrategia

El gestor compra 10 contratos de opciones de venta con un precio de ejercicio de 960. Esta estrategia pretende asegurar que el valor de la posición del gestor no bajará por debajo de 450.000 dólares.

El resultado

El índice bajó a 880 al cabo de tres meses. El valor de la cartera bajó a 370.000 dólares. Las opciones proporcionan un pago de $10 \times (960 - 880) \times 100 = 80.000$ dólares, llevando el valor total de la posición a $370.000 + 80.000 = 450.000$ dólares.

bursátiles; las Ecuaciones (12.4) y (12.5) pueden utilizarse para valorar opciones Europeas sobre un índice bursátil. En todos los casos, S_0 es igual al valor del índice, σ es igual a la volatilidad del índice, y q es igual a la tasa media anual del dividendo sobre el índice durante la vida de la opción. Para calcular q sólo debemos incluir los dividendos para los que la fecha ex-dividendo ocurre durante la vida de la opción.

En Estados Unidos, las fechas ex-dividendo suelen ser durante la primera semana de febrero, mayo, agosto y noviembre. En cualquier momento dado, es probable que q dependa de la vida de la opción. Éste es incluso más cierto para algunos índices extranjeros. Por ejemplo, en Japón todas las empresas tienden a utilizar las mismas fechas de pago de dividendos.

Ejemplo

Consideremos una opción Europea de compra sobre el S&P 500 que está a dos meses del vencimiento. El valor actual del índice es 930, el precio de ejercicio es 900, el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual, y la volatilidad del índice es del 20 por ciento anual. Se esperan tasas de dividendo compuestas continuas del 0,2 y 0,3 por ciento en el primer y segundo mes, respectivamente. En este caso, $S_0 = 930$, $X = 900$, $r = 0{,}08$, $\sigma = 0{,}2$, y $T = 0{,}1667$. La tasa de dividendo media es $0{,}2 + 0{,}3 = 0{,}5$ por ciento por dos meses o 3 por ciento anual. De ahí que, $q = 0{,}03$,

$$d_1 = \frac{\ln(930/900) + (0{,}08 - 0{,}03 + 0{,}2^2/2) \times 2/12}{0{,}2\sqrt{2/12}} = 0{,}5444$$

$$d_2 = \frac{\ln(930/900) + (0{,}08 - 0{,}03 - 0{,}2^2/2) \times 2/12}{0{,}2\sqrt{2/12}} = 0{,}4628$$

$$N(d_1) = 0{,}7069 \qquad N(d_2) = 0{,}6782$$

con lo que el precio de la opción de compra, c, a partir de la Ecuación (12.4), viene dado por

$$c = 930 \times 0{,}7069e^{-0.03 \times 0.1667} - 900 \times 0{,}6782e^{-0.08 \times 0.1667} = 51.83$$

Un contrato costaría 5,183 dólares.

Si se conoce la cuantía absoluta de los dividendos que se pagarán (más que el rendimiento por dividendo), la fórmula básica de Black-Scholes puede utilizarse con el precio inicial de las acciones reducido en el valor presente de los dividendos. Éste es el planteamiento recomendado en el Capítulo 11 para unas acciones que pagan unos dividendos ya conocidos. Sin embargo, este planteamiento es de difícil implementación para un índice formado por muchas acciones ya que deberíamos saber los dividendos esperados para cada acción integrante del índice.

En algunas circunstancias, es mejor ejercer las opciones Americanas de venta sobre un índice antes de la fecha de vencimiento. En menor grado, esto también es correcto para opciones de compra Americanas sobre un índice. Los precios de las opciones Americanas sobre índices bursátiles, por lo tanto, son ligeramente superiores a los precios de las correspondientes opciones Europeas sobre índices bursátiles. En el Capítulo 17 hablaremos de los procedimientos numéricos utilizables para valorar opciones Americanas sobre índices bursátiles.

12.5. OPCIONES SOBRE DIVISAS

Las opciones Europeas y Americanas sobre divisas se negocian de forma activa tanto *over-the-counter* como en mercados organizados. El 'Philadelphia Stock Exchange' empezó a negociar opciones sobre divisas en 1982. Desde entonces, el tamaño del mercado ha crecido muy rápidamente. Las divisas negociadas son el dólar australiano, la libra esterlina, el dólar canadiense, el marco alemán, el yen japonés, el franco francés y el franco suizo. El 'Philadelphia Stock Exchange' negocia tanto opciones Europeas como Americanas para la mayoría de estas divisas. Una cantidad significativa de operaciones en opciones sobre divisas también se da fuera de los mercados organizados. Muchos bancos y otras entidades financieras están preparados para vender o comprar opciones sobre divisas extranjeras que tienen precio de ejercicio y vencimientos confeccionados para satisfacer las necesidades de sus clientes corporativos.

Para una empresa que desea cubrir su exposición a los tipos de cambio, las opciones sobre divisas extranjeras son una interesante alternativa a los contratos a plazo. Una empresa que debe recibir libras esterlinas en un momento conocido en el futuro puede cubrir su riesgo comprando opciones de venta sobre libras esterlinas que venzan en este momento. Esto garantiza que el valor de la libra no será menor que el precio de ejercicio, mientras que permite a la empresa beneficiarse de cualquier movimiento favorable en el cambio. De forma parecida, una empresa que debe pagar libras esterlinas en un momento conocido en el futuro puede cubrirse comprando opciones de compra sobre libras esterlinas que venzan en este momento. Esto garantiza que el coste de la libra esterlina no será mayor que cierta cantidad mientras que permite a la empresa beneficiarse de los movimientos favorables en el tipo de cambio. Mientras que un contrato a plazo establece un determinado tipo de cambio inamovible para una transacción futura, una opción proporciona un tipo de seguro. Por supuesto, el seguro no es gratis. No cuesta nada firmar una transacción a plazo, mientras que las opciones requieren una prima de entrada.

Tabla 12.6. Precios de opciones sobre divisas en el 'Philadelphia Exchange' del *Wall Street Journal* del 16 de marzo del 2001.

PHILADELPHIA EXCHANGE OPTIONS

	CALLS VOL.	LAST	PUT VOL.	LAST
ADllr				54.26
50,000 Australian Dollar EOM-European.				
51 Apr	4	0.44	...	...
ADollr				54.26
50,000 Australian Dollars-European Style.				
52 Mar	...	...	4	2.71
ADollr				54.26
50,000 Australian Dollars-cents per unit				
53 Jun	1	0.41	...	...
CDollr				66.48
50,000 Canadian Dollars-European Style.				
66 Mar	...	...	20	1.76
67.50 Mar	...	...	20	3.35
67.50 Sep	...	...	20	3.37
CDollr				66.48
50,000 Canadian Dollars-cents per unit.				
71.50 Mar	...	...	20	7.90
72.50 Mar	...	...	20	8.40
74.50 Mar	...	...	20	10.42
75 Mar	...	...	20	10.86
CDollr				66.48
50,000 Canadian Dollars-cents per unit.				
64 Jun	8	0.85	...	...
JYen				93.49
6,250,000 J.Yen EOM-European style.				
87.50 Mar	...	...	30	5.55
JYen				93.15
6,250,000 J.Yen-100ths of a cent per unit.				
81.50 Mar	...	...	5	0.30
82.50 Apr	2	1.10	2	1.44
83 Apr	...	...	5	1.51
JYen				92.53
6,250,000 J.Yen-European Style.				
77 Mar	110	5.80	...	...
79 Sep	110	6.40	...	...
82 Mar	22	0.93	...	...
84 Jun	22	1.95	...	...
Euro				88.15
62,500 Euro-European style				
88 Mar	...	...	8	0.25
94 Jun	...	...	10	4.40
98 Jun	...	...	5	7.48
104 Mar	8	0.55	...	...
Euro				88.15
62,500 Euro-European style.				
92 Apr	2	0.73	...	...
96 Mar	...	...	5	5.38
Euro				88.15
62,500 Euro-cents per unit.				
88 Apr	...	...	10	0.43
90 Jun	22	2.34	1	2.35
94 Mar	...	...	3	3.65
114 Mar	...	...	2	23.55
SFranc				57.83
62,500 Swiss Franc EOM-European style.				
59 Apr	2	1.00	...	...
SFranc				57.83
62,500 Swiss Francs-European Style.				
58 Apr	16	1.30	...	...
60 Apr	16	0.34	...	...
SFranc				57.83
62,500 Swiss Francs-cents per unit.				
58 Apr	6	1.38	...	...
60 Sep	2	1.90	...	...
Call Vol. 1,221		Open Int. 12,520		
Put Vol. 3,926		Open Int. 12,955		

Fuente: Reimpreso con permiso de Dow Jones, Inc., via copyright Clearance Center, Inc. © 2001 Dow Jones & Company, Inc. Todos los derechos reservados para todo el mundo.

Cotizaciones

La Tabla 12.6 muestra los precios de cierre de algunas de las opciones sobre divisas negociadas en el 'Philadelphia Stock Exchange' el jueves 15 de marzo del 2001, como publicaba *The Wall Street Journal* el viernes 16 de marzo del 2001. La fecha exacta de vencimiento es el sábado antes del tercer miércoles del mes correspondiente. Los tamaños de los contratos se indican al principio de cada sección de la tabla. Los precios de las opciones son por la compra o venta de una unidad de la divisa extranjera con dólares U.S.A. Para los precios del yen japonés están en centenares de centavo. Para las otras divisas, están en centavos. De esta manera, un contrato de opción de compra sobre euros con precio de ejercicio de 90 centavos y mes de ejercicio en junio daría al propietario el derecho de comprar 62.500 euros por 56.250 dólares ($= 0{,}90 \times 62.500$). El precio indicado del contrato es 2,34 centavos de forma que un contrato costaría $62.500 \times 0{,}0234 = 1.462{,}50$ dólares. El tipo de cambio al contado se muestra como 88,15 centavos por euro[2].

Valoración

Para valorar opciones sobre divisas, definimos S_0 como el tipo de cambio al contado. Para ser precisos, S_0 es el valor de una unidad de la divisa extranjera en dólares U.S.A. Como vimos en el Capítulo 3, una divisa extranjera es análoga a unas acciones que pagan una tasa de rendimiento por dividendo conocida. El propietario de la divisa extranjera recibe una «tasa de rentabilidad» igual al tipo de interés libre de riesgo, r_f, en la divisa extranjera. Las Ecuacio-

[2] *N. del T.* en el original «por libra esterlina». Se trata probablemente de un lapsus del autor.

nes (12.1) y (12.2), con q reemplazado por r_f, proporciona las cotas para el precio de la opción Europea de compra, c, y el precio de la opción Europea de venta, p,

$$c \geqslant S_0 e^{-r_f T} - X e^{-rT}$$

$$p \geqslant X e^{-rT} - S_0 e^{-r_f T}$$

La Ecuación (12.3), con q sustituido por r_f, proporciona el resultado de la ecuación fundamental de opciones Europeas (*paridad put-call*) para opciones sobre divisas:

$$c + X e^{-rT} = p + S_0 e^{-r_f T}$$

Finalmente, las Ecuaciones (12.4) y (12.5) proporcionan las fórmulas de valoración para opciones sobre divisas cuando q se sustituye por r_f:

$$c = S_0 e^{-r_f T} N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2) \qquad \textbf{(12.9)}$$

$$p = X e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-r_f T} N(-d_1) \qquad \textbf{(12.10)}$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln (S_0/X) + (r - r_f + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

y

$$d_2 = \frac{\ln (S_0/X) + (r - r_f - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Tanto el tipo de interés doméstico, r, como el tipo de interés extranjero, r_f, se consideran constantes e iguales para todos los vencimientos. Las opciones de compra y de venta sobre divisas son simétricas en que una opción de venta para vender la divisa A por una divisa B a un precio de ejercicio X es igual que una opción de compra para comprar B con A a $1/X$.

Ejemplo

Consideremos una opción de compra Europea a cuatro meses sobre la libra esterlina. Supongamos que el tipo de cambio actual es 1,6000, el precio de ejercicio es 1,6000, el tipo de interés libre de riesgo en Estados Unidos es del 8 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo en Gran Bretaña es del 11 por ciento anual, y el precio de la opción es 4,3 centavos. En este caso $S_0 = 1{,}6$, $X = 1{,}6$, $r = 0{,}08$, $r_f = 0{,}11$, $T = 0{,}3333$, y $c = 0{,}043$. La volatilidad implícita puede calcularse mediante prueba y error. Una volatilidad del 20 por ciento da un precio de opción de 0,0639; una volatilidad del 10 por ciento da un precio de opción de 0,0285; y así sucesivamente. La volatilidad implícita es del 14,1 por ciento.

A partir de la Ecuación (3.13), el tipo a plazo, F_0, para un vencimiento T viene dado por

$$F_0 = S_0 e^{(r - r_f)T}$$

Por tanto, las Ecuaciones (12.9) y (12.10) se simplifiquen hasta

$$c = e^{-rT}[F_0N(d_1) - XN(d_2)] \tag{12.11}$$

$$p = e^{-rT}[XN(-d_2) - F_0N(-d_1)] \tag{12.12}$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln(F_0/X) + (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0/X) - (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Nótese que los vencimientos del contrato a plazo y de la opción deben ser iguales para aplicar las Ecuaciones (12.11) y (12.12).

En algunas circunstancias es mejor ejercer las opciones Americanas sobre divisas antes del vencimiento. De esta manera, las opciones Americanas sobre divisas tiene más valor que sus correspondientes Europeas. En general, es más probable que las opciones de compra sobre divisas con altos tipos de interés y las opciones de venta sobre divisas con bajos tipos de interés se ejerzan antes del vencimiento. Esto es porque se espera que una divisa con alto tipo de interés se deprecie relativamente en relación al dólar U.S.A. y que una divisa con bajo tipo de interés se aprecie relativamente frente al dólar U.S.A. Desafortunadamente, no existen las fórmulas analíticas para los precios de las opciones Americanas sobre divisas. En el Capítulo 17 hablaremos de los procedimientos numéricos.

12.6. RESUMEN

La fórmula de Black-Scholes para valorar opciones Europeas sobre acciones que no pagan dividendos puede extenderse a opciones Europeas sobre acciones que pagan una tasa de dividendo continuo conocida.

1. Un índice bursátil es análogo a unas acciones que pagan una tasa de dividendo compuesta continua. Esta extensión es útil pues una serie de activos sobre los que se emiten opciones son análogos a una acción que paga dividendos de modo continuo. Este capítulo ha utilizado los siguientes resultados: los dividendos del índice son los de las acciones que lo componen.
2. Una divisa extranjera es análoga a unas acciones que pagan una tasa de dividendo compuesta continua siendo su rendimiento el tipo de interés libre de riesgo extranjero.

La extensión de Black-Scholes, por lo tanto, puede utilizarse para valorar opciones Europeas sobre índices bursátiles y sobre divisas extranjeras. Como veremos en el Capítulo 17, estas analogías son también útiles para valorar numéricamente opciones Americanas sobre estos activos.

Las opciones sobre índices bursátiles se pagan en efectivo. Sobre el ejercicio de una opción de compra sobre un índice, el propietario recibe 100 veces la cantidad en la que el índice excede el precio de ejercicio. De forma similar, en el ejercicio de una opción de venta sobre un índice, el propietario recibe la cantidad en la que el precio de ejercicio excede el índice. Las opciones sobre índices pueden utilizarse para asegurar comprarse una cartera beta. Si el

valor de la cartera replica el índice, es apropiado comprar una opción de venta por cada $100S_0$ dólares en la cartera donde S_0 es el valor del índice. Si la cartera no replica el índice, deben comprarse opciones de venta por cada $100S_0$ dólares en la cartera donde es la beta de la cartera calculada utilizando el capital *asset pricing model*. El precio de ejercicio de las opciones de venta compradas debe reflejar el nivel de aseguramiento requerido.

Las opciones sobre divisas se negocian tanto en mercados organizados como fuera de ellos. Pueden utilizarse por tesoreros de empresas para cubrir sus exposiciones a los tipos de cambio. Por ejemplo, si un tesorero americano sabe que su empresa recibirá libras esterlinas en cierto momento del futuro puede cubrir el riesgo comprando opciones de venta que venzan en ese momento. De forma similar, si un tesorero americano sabe que se pagarán libras esterlinas en cierto momento en el futuro puede cubrir el riesgo comprando opciones de compra que venzan en ese momento.

Lecturas recomendadas

Generales

Merton, R. C., «Theory of Rational Option Pricing», *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (primavera 1973), 141-183

Stoll, H. R., y R. E. Whaley, «New Option Instruments; Arbitrageable Linkages and Valuation», *Advances in Futures and Options Research 1*, pt. A (1986), 25-62

Sobre opciones sobre índices bursátiles

Chance, D. M., «Empirical Tests of the Pricing of Index Call Options», *Advances in Futures and Options Research 1*, Pt. A (1986) 141-166

Sobre opciones sobre divisas

Amin, K., y R. A. Jarrow, «Pricing Foreing Currency Options Under Stochastic Interest Rates», *Journal of International Money and Finance*, 10 (1991): 310-29

Biger, N., y J. Hull, «The Valuation of Currency Options», *Financial Management*, 12 (primavera 1983), 24-28

Bodurtha, M. B., y G. R. Courtadon, «Tests of an American Option Pricing Model on the Foreign Currency Options Market», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22 (junio 1987), 153-167

Garman, M. B., y S. W. Kohlhagen, «Foreign Currency Optional Values», *Journal of International Money and Finance 2* (diciembre 1983), 231-253

Grabbe, J. O., «The Pricing of Call and Put Options on Foreign Exchange», *Journal of International Money and Finance 2* (diciembre 1983), 239-253

Test (respuestas al final del libro)

12.1. Actualmente una cartera está valorada en 10 millones de dólares y tiene una beta de 1,0. El S&P 100 está actualmente en 800. Explique cómo puede utilizarse una opción de venta sobre el S&P 100 con un precio de ejercicio de 700 para asegurar el valor de la cartera.

12.2. «Una vez sepamos cómo valorar opciones sobre acciones que pagan una tasa de dividendo compuesta continua, sabremos cómo valorar opciones sobre índices bursátiles y divisas.» Explique esta afirmación.

12.3. Actualmente un índice bursátil es 300, la tasa de dividendo sobre el índice es del 3 por ciento anual, y el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual. ¿Cuál es el límite inferior para el precio de una opción Europea de compra sobre el índice cuando el precio de ejercicio es de 290?

12.4. Una divisa está valorada actualmente en 0,80 dólares. Durante cada uno de los dos próximos meses se espera que suba o baje su valor un 2 por ciento. Los tipos de interés libre de riesgo doméstico y extranjero son del 6 y el 8 por ciento. ¿Cuál es el precio de una opción Europea de compra a dos meses con un precio de ejercicio de 0,80 dólares?

12.5. Explique cómo pueden las empresas utilizar las opciones sobre divisas para cubrir su riesgo de tipo de cambio.

12.6. Calcule el precio de una opción Europea de compra a tres meses «a dinero» sobre un índice bursátil cuando el índice es de 250, el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual, la volatilidad del índice es del 18 por ciento anual, y la tasa de dividendo sobre el índice es del 3 por ciento anual.

12.7. Calcule el precio de una opción Europea de venta a diez meses sobre una divisa con un precio de ejercicio de 0,50. El tipo de cambio actual es 0,52, la volatilidad del tipo de cambio es del 12 por ciento, el tipo de interés libre de riesgo doméstico es del 4 por ciento y el tipo de interés libre de riesgo extranjero es del 8 por ciento anual.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

12.8. Supongamos que un mercado construye un índice bursátil que recoge el rendimiento, incluyendo dividendos, sobre cierta cartera. Explique cómo valoraría (a) un contrato de futuros y (b) una opción Europea sobre el índice.

12.9. Una divisa extranjera está actualmente valorada en 1,50 dólares. Los tipos de interés doméstico y extranjero son del 5 y del 9 por ciento, respectivamente. Calcule la cota inferior para el precio de una opción de compra a seis meses sobre la divisa con un precio de ejercicio de 1,40 si es una opción (a) Europea y (b) Americana.

12.10. Considere un índice bursátil que actualmente está en 250. La tasa de dividendo sobre el índice es del 4 por ciento anual y el tipo de interés libre de riesgo es del 6 por ciento anual. Una opción de compra a tres meses sobre el índice con un precio de ejercicio de 245 está actualmente valorada en 10. ¿Cuál es el precio de una opción de venta a tres meses sobre el índice con un precio de ejercicio de 245?

12.11. El índice S&P está actualmente en 696 y tiene una volatilidad del 30 por ciento anual. El tipo de interés libre de riesgo es del 7 por ciento anual y el índice proporciona una tasa de dividendo del 4 por ciento anual. Calcule el precio de una opción Europea de venta a tres meses con un precio de ejercicio de 700.

12.12. Demuestre que si C es el precio de una opción Americana de compra con precio de ejercicio X y vencimiento T sobre acciones que pagan una tasa de dividendo de q, y P es el precio de una opción Americana de venta sobre las mismas acciones con igual precio de ejercicio y vencimiento,

$$S_0 e^{-qT} - X < C - P < S_0 - Xe^{-rT}$$

donde S_0 es el precio de las acciones, r es el tipo de interés libre de riesgo, y $r > 0$. (*Nota*: Para obtener la primera parte de la desigualdad, considere los posibles valores de:

Cartera A: Una opción Europea de compra más una cantidad X invertida al tipo de interés libre de riesgo.

Cartera B: Una opción Americana de venta más e^{-qT} acciones con los dividendos reinvertidos en las acciones.

Para obtener la segunda parte de la desigualdad, considere los posibles valores de:

Cartera C: Una opción Americana de compra más una cantidad Xe^{-rT} invertida al tipo de interés libre de riesgo.

Cartera D: Una opción Europea de venta más una acción cuyos dividendos son reinvertidos en las acciones.)

12.13. Demuestre que una opción de compra sobre una divisa tiene el mismo precio que la correspondiente opción de venta sobre la divisa cuando el precio a plazo es igual al precio de ejercicio.

12.14. ¿Deberíamos esperar que la volatilidad de un índice bursátil fuese mayor o menor que la volatilidad de unas acciones normales? Razone su respuesta.

12.15. El coste de asegurar una cartera ¿aumenta o disminuye cuando la beta de la cartera aumenta? Razone su respuesta.

12.16. Supongamos que una cartera está valorada en 60 millones de dólares y que el S&P 500 está en 1.200. Si el valor de la cartera replica el valor del índice, ¿qué opciones deben comprarse para proporcionar protección contra la caída del valor de la cartera por debajo de 54 millones de dólares en el período de tiempo de un año?

12.17. Consideremos de nuevo la situación del Problema 12.16. Supongamos que la cartera tiene una beta de 2,0, que el tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento anual, y que la tasa de dividendo de la cartera y del índice es del 3 por ciento anual. ¿Qué opciones deben comprarse para protegernos contra la caída del valor de la cartera por debajo de 54 millones de dólares durante un año?

Preguntas de repaso

12.18. Use el software DerivaGem para calcular las volatilidades implícitas para las opciones *junio* 100 *call* y *junio* 100 *put* sobre el 'Dow Jones Industrial Average' de la Tabla 12.1. El valor del DJX del 15 de marzo del 2001 fue 100,31. Suponga que el tipo de interés libre de riesgo es el 4,5 por ciento, el rendimiento de dividendo sobre el índice es el 2 por ciento. La opción vence el 16 de junio del 2001. ¿Son las cotizaciones de las dos opciones consistentes con la ecuación fundamental?

12.19. Un índice bursátil está actualmente en 300. Se espera que suba o baje un 10 por ciento durante cada uno de los dos siguientes trimestres. El tipo de interés libre de riesgo es el 8 por ciento y el rendimiento por dividendo del índice es el 3 por ciento. ¿Cuál es el precio de una opción de venta a seis meses sobre el índice con un precio de ejercicio de 300 si es (a) Europea y (b) Americana?

12.20. Supongamos que el precio al contado del dólar canadiense es de U.S. 0,75 dólares y que el tipo de cambio dólar canadiense/dólar U.S.A. tiene una volatilidad del 4 por ciento anual. Los tipos de interés libres de riesgo en Canadá y en Estados Unidos son del 9 por ciento y del 7 por ciento anual, respectivamente. Calcule el precio de una

opción Europea para comprar un dólar canadiense con un precio de ejercicio de 0,75 dólares americanos y un vencimiento a 9 meses. Use la ecuación fundamental para calcular el precio de una opción Europea para vender un dólar canadiense por 0,75 dólares norteamericanos en nueve meses. ¿Cuál sería el precio de una opción para adquirir 0,75 dólares americanos con un dólar canadiense en nueve meses?

12.21. Un fondo de inversión anuncia que los salarios de sus gestores de fondos dependerán del funcionamiento de los mismos. Si el fondo pierde dinero, los salarios serán cero. Si el fondo obtiene beneficios, los salarios serán proporcionales al beneficio. Describa el salario de un gestor de fondos como una opción. ¿Qué comportamiento motivamos en el gestor de fondos con este tipo de remuneración?

CAPÍTULO 13

Opciones sobre contratos de futuros

Las opciones que hemos considerado hasta ahora proporcionan al propietario el derecho de comprar o vender cierto activo en una fecha determinada. Éstas pueden llamarse *opciones sobre contado (options on spot* o *spot options)*. Esto es porque, cuando se ejerce la opción, la venta o compra del activo al precio acordado tiene lugar inmediatamente. En este capítulo consideraremos *opciones sobre contratos de futuros*, también conocidas como *opciones sobre futuros (futures options)*. En estos contratos, el ejercicio de la opción da a su propietario una posición en un contrato de futuros.

La 'Commodity Futures Trading Commission' autorizó la negociación de opciones sobre contratos de futuros de forma experimental en 1982. La negociación permanente fue aprobada en 1987 y desde entonces la popularidad de este contrato entre los inversores ha crecido muy deprisa.

En este capítulo describimos cómo funcionan las opciones sobre contratos de futuros y hablaremos de las diferencias entre las opciones sobre contratos de futuros y las *opciones de contado (spot options)*. Explicaremos cómo pueden valorarse las opciones Europeas sobre contratos de futuros utilizando tanto árboles binomiales como fórmulas similares a las de Black y Scholes para opciones sobre acciones. También hablaremos de la valoración relativa de opciones sobre contratos de futuros y opciones de contado.

13.1. NATURALEZA DE LAS OPCIONES SOBRE CONTRATOS DE FUTUROS

Una opción sobre un contrato de futuros es el derecho, pero no la obligación, a entrar en un contrato de futuros a cierto precio del futuro en una fecha determinada. Específicamente, una

opción de compra sobre un contrato de futuros es el derecho a tomar una posición larga en un contrato de futuros a cambio de cierto precio; una opción de venta sobre un contrato de futuros es el derecho, a cambio de cierto precio, a entrar en una posición corta en un contrato de futuros. La mayoría de las opciones sobre contratos de futuros son americanas, es decir, pueden ejercerse en cualquier momento durante la vida del contrato.

Para ilustrar el funcionamiento de los contratos de futuros, consideremos la posición de un inversor que ha comprado una opción de compra sobre un contrato de futuros sobre oro con vencimiento en julio y precio de ejercicio de 300 dólares por onza. Como en otros contratos de opciones negociados en mercados, el inversor debe pagar por la opción cuando firma el contrato. Si se ejerce la opción de compra sobre el contrato de futuros, el inversor obtiene un contrato de futuros a largo y hay un pago en efectivo para reflejar que el inversor entra en el contrato de futuros al precio de ejercicio. Suponga que el precio del futuro para julio en el momento de ejercer la opción es de 340 y el acuerdo más reciente para el precio del futuro con vencimiento en julio es 338. El inversor recibe una cantidad de dinero igual a la diferencia entre el acuerdo más reciente y el precio de ejercicio. Esta cantidad, $(338 - 300) \times 100 = 3.800$ dólares en nuestro ejemplo, se suma a la cuenta de garantía del inversor.

Si el inversor cierra inmediatamente el contrato de futuros de julio, la ganancia sobre el contrato de futuros sería de $(340 - 338) \times 100$ o de 200 dólares. El beneficio bruto total de ejercer la opción es, por tanto, de 4.000 dólares. Esto se corresponde con el precio del futuro con vencimiento julio en el momento del ejercicio menos el precio de ejercicio. Si el inversor mantiene el contrato, se le requerirá una garantía adicional. El ejemplo está resumido en la Tabla 13.1.

El inversor que emite una opción de compra sobre contratos de futuros recibe la prima de la opción, pero debe asumir el riesgo de que la opción se ejerza. Cuando se ejerce el contrato, este inversor asume una posición corta en un contrato de futuros. Una cantidad igual a $F - X$ se deduce de la cuenta (o margen) de garantía del inversor, donde F es el precio acordado más recientemente. La cámara de compensación del mercado organizado se encarga de transferir esta suma a la otra parte contratante, la que decide ejercer la opción.

Las opciones de venta sobre contratos de futuros funcionan de forma análoga a las opciones de compra. Consideremos un inversor que comprase una opción de venta sobre un contrato de

Tabla 13.1. Opciones de compra sobre contratos de futuros.

Fuente: *Mesa del operador*

Un inversor compra una opción de compra sobre un contrato de futuros sobre oro. El tamaño del contrato es de 100 onzas. El precio de ejercicio es 300.

La decisión de ejercicio

El inversor ejerce cuando el precio del futuro de julio sobre el oro es 340 y el acuerdo más reciente es 338.

El resultado

El inversor recibe una posición larga en un contrato de futuros además de una cantidad de dinero igual a $(338 - 300) \times 100 = 3.800$ dólares. El inversor decide cerrar la posición larga inmediatamente a cambio de una ganancia de $(340 - 338) \times 100 = 200$ dólares. El beneficio bruto de la decisión de ejercicio es, por tanto, de 4.000 dólares.

Tabla 13.2. Opciones de venta sobre contratos de futuros.

Fuente: *Mesa del operador*

Un inversor compra una opción de venta sobre un contrato de futuros sobre maíz con vencimiento en septiembre. El tamaño del contrato es de 5.000 *bushels*[1]. El precio de ejercicio es 200 centavos.

La decisión de ejercicio

El inversor ejerce cuando el precio de futuros del maíz para septiembre es 180 y el acuerdo más reciente es 179.

El resultado

El inversor recibe una posición corta en un contrato de futuros más una cantidad en efectivo de (2,00 − 1,79) × 5.000 = 1.050 dólares. El inversor decide cerrar inmediatamente la posición corta en futuros con una pérdida de (1,80 − 1,79) × 5.000 = 50 dólares. El beneficio bruto del ejercicio es por tanto de 1.000 dólares.

futuros sobre maíz con vencimiento en septiembre con un precio de ejercicio de 200 centavos por *bushel*. Cada contrato es sobre 5.000 bushels de maíz. Si se ejerce la opción de venta sobre el contrato de futuros, el inversor obtendrá una posición corta en un contrato de futuros además de una cierta cantidad en efectivo. Suponga que el contrato se ejerciese cuando el precio del futuro de septiembre es 180 centavos y el precio acordado más reciente fuese de 179 centavos. El inversor recibe una cantidad de efectivo igual al exceso del precio de ejercicio sobre el precio acordado más reciente. La cantidad de efectivo recibida, (2,00 − 1,79) × 5.000 = 1.050 dólares en nuestro ejemplo, se añade a la cuenta de garantía del inversor. Si el inversor cerrase inmediatamente el contrato de futuros, la pérdida sobre la posición corta en el contrato de futuros sería (1,80 − 1,79) × 5.000 = 50 dólares. El beneficio bruto total obtenido con el ejercicio de la opción sobre futuros es, por tanto, de 1.000 dólares. Esto se corresponde con el precio de ejercicio menos el precio del futuro en el momento del ejercicio. Como en el caso de la opción de compra sobre futuros, pueden requerirse garantías adicionales si el inversor decidiese mantener la posición en el contrato de futuros. El ejemplo está resumido en la Tabla 13.2.

La otra parte de la transacción (el inversor que emitió la opción de venta sobre el contrato de futuros) obtiene una posición larga en un contrato de futuros cuando se ejerce la opción y el exceso del precio de ejercicio sobre el precio acordado más reciente se deduce de la cuenta de garantía del inversor.

13.2. COTIZACIONES

Como mencionamos anteriormente, la mayoría de las opciones sobre contratos de futuros son Americanas y se las llama por el mes en el que vence el contrato de futuros subyacente —no por el mes en que vence la opción. La fecha de vencimiento del contrato de opciones generalmente es en, o algunos días antes, de la primera fecha de entrega del contrato de futuros su-

[1] *N. del T.*: Un bushel es una medida de volumen. El bushel USA equivale aproximadamente a 35 litros de capacidad.

byacente. Por ejemplo, las opciones sobre contratos de futuros del índice S&P 500 vencen el mismo día que el contrato de futuros subyacente; el contrato de futuros sobre opciones CME vence dos días hábiles antes que la fecha de vencimiento del contrato de futuros; el contrato CBOT de opción sobre futuros sobre bonos del Tesoro vence el primer viernes anterior, en al menos cinco días laborables, al fin de mes, justo antes del mes en que vence el contrato de futuros. Una excepción es el contrato CME *mid-curve* sobre eurodólares en el que el contrato de futuros vence uno o dos años tras el contrato de opción.

La Tabla 13.3 muestra las cotizaciones para opciones sobre contrato de futuros tal y como aparecen en el *The Wall Street Journal* el 16 de marzo del 2001. Los contratos más populares son sobre maíz, semillas de soja, trigo, azúcar, petróleo crudo, gasoil, gas natural, oro, bonos del Tesoro, Letras del Tesoro a corto plazo, Letras del Tesoro a cinco años, eurodólares y eurodólares *mid-curve* a un año, Euribor, Eurobunds y el S&P 500.

13.3. RAZONES DE LA POPULARIDAD DE LAS OPCIONES SOBRE CONTRATOS DE FUTUROS

Es normal preguntarse por qué la gente prefiere negociar opciones sobre contratos de futuros antes que opciones sobre el activo subyacente. La razón principal parece ser que un contrato de futuros es, en muchas circunstancias, más líquido y fácil de negociar que su activo subyacente. Además, el precio de futuros se conoce inmediatamente a partir de la negociación en el mercado organizado de futuros, mientras que el precio al contado del activo subyacente puede no estar disponible con tanta facilidad.

Consideremos los bonos del Tesoro. El mercado para contratos de futuros sobre bonos del Tesoro es mucho más activo que el mercado de cualquier bono del Tesoro. También se conoce inmediatamente el precio de los contratos de futuros sobre bonos del Tesoro a partir de la negociación en el 'Chicago Board of Trade'. Por el contrario, el precio actual de mercado de un bono sólo puede obtener contactando con uno a más agentes (*dealers*). No nos sorprende que los inversores prefieran un contrato de futuros sobre un bono del Tesoro antes que el propio bono del Tesoro.

El contrato de futuros sobre mercancías (*commodities*) suele negociarse más fácilmente que su activo subyacente. Por ejemplo, es mucho más fácil y más conveniente hacer o tomar la entrega de un contrato de futuros sobre ganado porcino vivo que hacer o tomar la entrega del propio ganado porcino.

Un punto importante sobre las opciones sobre contratos de futuros es que el ejercicio de la opción no suele conducir a la entrega del activo subyacente, pues en la mayoría de los casos el contrato de futuros subyacente se cierra antes de la entrega. Las opciones sobre contratos de futuros suelen, por lo tanto, pagarse en metálico. Esto atrae a muchos inversores, particularmente a aquéllos con limitaciones de capital que pueden encontrar dificultades para obtener los fondos necesarios para comprar el activo subyacente cuando se ejerce una opción.

Otra ventaja citada a veces para las opciones sobre contratos de futuros es que la negociación de contratos de futuros y de opciones sobre contratos de futuros se ajusta en corros cercanos en el mismo mercado. Esto facilita la cobertura, el arbitraje y la especulación. También tiende a incrementar la eficiencia en los mercados.

Un punto final es que, en muchos casos, las opciones sobre contratos de futuros tienden a soportar costes de transacción más bajos que las opciones de contado.

Tabla 13.3. Precios de cierre de opciones sobre contrados de futuros el 15 de marzo del 2001.

FUTURES OPTIONS PRICES

Thursday, March 15, 2001

AGRICULTURAL

Corn (CBT)
5,000 bu.; cents per bu.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jly	Apr	May	Jly
190	....	20¾	....	....	⅛	1
200	....	12	....	⅛	1¼	2¾
210	....	5¼	14½	2	4¾	6
220	½	2¼	9⅝	9¾	11½	11⅛
230	⅛	7/8	6⅜	19¼	20	17¾
240	⅛	½	4½	....	29½	25½

Est vol 25,000 Wd 10,993 calls 6,347 puts
Op int Wed 265,371 calls 147,975 puts

Soybeans (CBT)
5,000 bu.; cents per bu.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jly	Apr	May	Jly
400	....	46	53¼	....	½	2¼
420	....	28	36⅛	¼	2¼	5½
440	8½	13¾	23⅞	3	8½	12¾
460	1⅛	5¾	15¾	15¾	20	24
480	⅛	2¼	10½	34½	36½	38¼
500	⅛	¾	6¾	54½	55	54¾

Est vol 15,000 Wd 16,691 calls 6,884 puts
Op int Wed 122,249 calls 53,376 puts

Soybean Meal (CBT)
100 tons; $ per ton

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jly	Apr	May	Jly
140	....	....	....	0.10	0.85	....
145	....	....	....	0.25	1.50	3.75
150	....	5.00	....	....	3.25	5.75
155	1.00	2.75	4.75	4.00	5.85	8.75
160	0.10	1.50	3.35	8.25	9.60	12.40
165	....	0.90	2.35	....	13.90	16.40

Est vol 2,500 Wd 2,266 calls 3,582 puts
Op int Wed 21,870 calls 18,231 puts

Soybean Oil (CBT)
60,000 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jly	Apr	May	Jly
150	1.100	1.150	1.590	.030	.090	.160
155	....	.750	1.200	.060	.190	.280
160	.250	.450	.920	.200	.400	.500
165	.100	.260	.700	.520	.700	.770
170	.030	.150	.550	....	1.090	1.120
175	.005	.090	.400	....	....	....

Est vol 1,400 Wd 598 calls 350 puts
Op int Wed 40,326 calls 16,503 puts

Wheat (CBT)
5,000 bu.; cents per bu.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jly	Apr	May	Jly
250	....	24¼	36½	⅛	½	2
260	....	16	28¾	¼	2¼	4
270	5	9½	22	1¼	5¾	7⅛
280	1½	5½	16½	7¾	11¾	11½
290	½	2⅞	12	....	19	17
300	⅛	1⅝	9	....	28	24

Est vol 12,000 Wd 1,397 calls 1,133 puts
Op int Wed 72,666 calls 50,935 puts

Cotton (NYBOT)
50,000 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	May	Jly	Oct	May	Jly	Oct
48	....	4.25	....	0.80	1.00	....
49	....	....	....	1.10	1.33	....
50	1.70	3.01	....	1.61	1.73	....
51	1.26	....	....	2.17	2.18	....
52	0.93	2.02	....	2.83	2.71	....
53	0.68	1.71	....	3.58	3.38	....

Est vol 8,300 Wd 3,159 calls 1,262 puts
Op int Wed 73,892 calls 39,850 puts

Orange Juice (NYBOT)
15,000 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	May	Jly	Sep	May	Jly	Sep
60	....	....	....	....	....	....
65	....	....	....	0.10	....	....
70	5.05	8.80	....	0.35	....	0.65
75	1.55	5.15	8.20	1.75	1.85	1.65
80	0.35	2.65	5.60	5.65	4.15	3.50
85	0.20	1.30	....	10.45	7.70	6.50

Est vol 300 Wd 124 calls 30 puts
Op int Wed 14,097 calls 14,686 puts

Coffee (NYBOT)
37,500 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	May	Jun	Jly	May	Jun	Jly
55	6.33	9.46	9.88	0.35	0.55	1.00
57.5	4.44	7.47	8.10	0.95	1.05	1.70
60	3.00	5.88	6.57	1.90	1.95	2.65
62.5	1.90	4.44	5.29	3.40	3.00	3.85
65	1.20	3.40	4.25	5.19	4.44	5.29
67.5	0.75	2.50	3.40	7.23	6.03	6.92

Est vol 3,176 Wd 1,898 calls 1,213 puts
Op int Wed 44,460 calls 14,659 puts

Sugar-World (NYBOT)
112,000 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	May	Jun	Jly	May	Jun	Jly
800	0.98	0.70	0.81	0.06	0.28	0.39
850	0.58	0.45	0.56	0.16	0.53	0.64
900	0.31	0.27	0.38	0.39	0.85	0.96
950	0.14	0.16	0.25	0.72	1.23	1.32
1000	0.06	0.09	0.16	1.14	1.66	1.73
1050	0.02	0.05	0.11	1.60	2.12	2.18

Est vol 5,293 Wd 5,532 calls 1,636 puts
Op int Wed 68,646 calls 52,440 puts

Cocoa (NYBOT)
10 metric tons; $ per ton

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	May	Jun	Jly	May	Jun	Jly
900	117	135	142	2	8	15
950	75	97	107	10	19	30
1000	42	67	81	27	39	53
1050	20	42	57	55	64	79
1100	10	26	42	93	98	113
1150	7	16	31	142	137	152

Est vol 2,376 Wd 369 calls 450 puts
Op int Wed 25,586 calls 18,254 puts

OIL

Crude Oil (NYM)
1,000 bbls.; $ per bbl.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
2550	1.05	1.97	2.44	0.01	0.66	0.98
2600	0.55	1.66	2.13	0.01	0.84	1.17
2650	0.05	1.37	1.85	0.01	1.05	1.38
2700	0.01	1.11	1.57	0.45	1.29	1.60
2750	0.01	0.90	1.35	0.95	1.58	1.88
2800	0.01	0.69	1.13	1.45	1.87	2.15

Est vol 50,195 Wd 15,823 calls 23,794 puts
Op int Wed 298,568 calls 366,294 puts

Heating Oil No.2 (NYM)
42,000 gal.; $ per gal.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
69	.0295	.0318	.0391	.0130	.0331	.0419
70	.0230	.0277	.0347	.0165	.0390	.0475
71	.0196	.0240	.0307	.0231	.0452	.0534
72	.0140	.0207	.0271	.0275	.0519	.0597
73	.0100	.0179	.0238	.0335	.0590	.0663
74	.0085	.0154	.0208	.0419	.0664	.0732

Est vol 4,562 Wd 1,672 calls 1,373 puts
Op int Wed 37,794 calls 25,749 puts

Gasoline-Unlead (NYM)
42,000 gal.; $ per gal.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
85	.0339	.0474	.0504	.0160	.0360	.0495
86	.0282	.0424	.0462	.0203	.0410	.0553
87	.0231	.0380	.0422	.0252	.0466	.0612
88	.0189	.0340	.0386	.0310	.0525	.0675
89	.0153	.0304	.0352	.0374	.0589	.0740
90	.0110	.0270	.0321	.0430	.0654	.0808

Est vol 3,077 Wd 1,768 calls 676 puts
Op int Wed 77,653 calls 23,889 puts

Natural Gas (NYM)
10,000 MMBtu.; $ per MMBtu.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
485	.202	....	.476	.125	....	.327
490	.174	.331	.451	.147	.271	.351
495	.149	.305	....	.172	.295	....
500	.130	.283	.400	.203	.323	.400
505	.112	.258	.377	.235	.348	....
510	.096	.238	.354	.269	.378	.454

Est vol 15,918 Wd na calls na puts
Op int Wed 168,492 calls 212,884 puts

Brent Crude (IPE)
1,000 net bbls.; $ per bbl.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	May	Jun	Jly	May	Jun	Jly
2400	1.51	2.06	2.50	0.50	0.84	1.21
2450	1.20	1.78	2.20	0.69	1.06	1.41
2500	0.93	1.54	1.92	0.92	1.32	1.63
2550	0.71	1.32	1.66	1.20	1.60	1.87
2600	0.53	1.11	1.43	1.52	1.89	2.14
2650	0.39	0.92	1.23	1.88	2.20	2.44

Est vol 700 Wd 600 calls 0 puts
Op int Wed 8,139 calls 12,408 puts

Gas Oil (IPE)
100 metric tons; $ per ton

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
20000	12.75	14.65	18.05	3.50	5.65	7.80
20500	9.60	12.00	15.20	3.53	8.00	9.95
21000	7.00	9.50	12.65	7.75	10.50	12.40
21500	4.85	7.65	10.45	10.60	13.65	15.20
22000	3.15	6.15	8.55	13.90	17.15	18.30
22500	2.00	4.70	6.95	....	20.70	21.70

Est vol 175 Wd 1,810 calls 0 puts
Op int Wed 3,799 calls 467 puts

LIVESTOCK

Cattle-Feeder (CME)
50,000 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Mar	Apr	May	Mar	Apr	May
8450	....	....	....	....	....	....
8500	0.85	1.70	....	0.20	0.75	....
8550	....	....	....	....	....	....
8600	0.20	1.15	1.77	0.75	1.25	1.70
8650	0.12	....	....	....	....	....
8700	0.05	....	....	1.60	1.70	....

Est vol 628 Wd 376 calls 787 puts
Op int Wed 6,063 calls 20,057 puts

Cattle-Live (CME)
40,000 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	Jun	Aug	Apr	Jun	Aug
76	2.42	0.55	0.67	0.45	3.97	....
77	1.70	0.32	....	0.72	....	....
78	1.15	0.22	0.30	1.17	....	....
79	0.70	0.15	....	1.72	....	....
80	0.40	0.07	0.22	2.42	....	....
81	0.22	....	....	3.25	8.42	....

(continúa en la página siguiente)

Tabla 13.3. (*Continuación*).

Est vol 3,375 Wd 1,688 calls 2,277 puts
Op int Wed 32,648 calls 63,310 puts

Hogs-Lean (CME)
40,000 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	Jun	Jly	Apr	Jun	Jly
64	3.47	7.92	5.67	1.80	1.10	2.50
65	2.87	7.20	....	2.20	1.35	....
66	2.32	6.55	4.45	2.65	1.70	3.25
67	1.85	5.97	....	....	2.10	....
68	1.50	5.37	3.45	....	2.50	4.20
69	1.20	4.80	....	....	2.90	....

Est vol 1,195 Wd 491 calls 568 puts
Op int Wed 7,287 calls 5,918 puts

METALS

Copper (CMX)
25,000 lbs.; cents per lb.

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
76	4.75	5.80	6.45	0.15	0.80	1.20
78	3.05	4.25	5.00	0.45	1.25	1.70
80	1.70	2.95	3.80	1.10	1.90	2.50
82	0.80	1.85	2.80	2.20	2.80	3.50
84	0.35	1.15	2.05	3.70	4.10	4.70
86	0.10	0.65	1.40	5.50	5.60	6.10

Est vol 125 Wd 26 calls 69 puts
Op int Wed 2,926 calls 942 puts

Gold (CMX)
100 troy ounces; $ per troy ounce

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	May	Jun	Aug	May	Jun	Aug
250	14.00	14.20	16.90	1.50	2.20	3.70
255	9.40	11.20	13.30	2.20	3.60	5.10
260	6.00	7.60	10.50	3.90	5.30	7.00
265	3.90	5.40	8.50	6.90	7.70	10.20
270	2.20	3.90	6.70	10.20	11.60	13.10
275	1.50	2.90	5.50	14.30	15.60	16.70

Est vol 13,000 Wd 5,232 calls 2,333 puts
Op int Wed 221,107 calls 68,332 puts

Silver (CMX)
5,000 troy ounces; cts per troy ounces

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	May	Jun	Jly	May	Jun	Jly
375	60.5	65.2	65.2	0.3	1.2	1.0
400	36.3	41.0	41.7	1.0	1.8	2.5
425	13.8	19.5	22.0	3.5	5.3	7.8
450	3.3	8.0	9.5	18.0	18.8	20.3
475	1.3	3.4	5.3	41.0	39.1	41.1
500	0.8	2.2	3.2	65.5	63.0	64.0

Est vol 1,500 Wd 1,708 calls 496 puts
Op int Wed 37,475 calls 12,284 puts

INTEREST RATE

T-Bonds (CBT)
$100,000; points – 64ths of 100%

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
104	2-11	2-35	2-61	0-03	0-28	0-54
105	1-20	1-54	2-20	0-11	0-47	1-13
106	0-41	1-18	1-49	0-32	1-10	1-41
107	0-16	0-54	1-19	1-06	1-46	....
108	0-05	0-34	0-60	1-61	....	2-52
109	0-01	0-19	0-44	....	....	3-33

Est vol 53,000;
Wd vol 42,385 calls 34,000 puts
Op int Wed 239,691 calls 181,312 puts

T-Notes (CBT)
$100,000; points – 64ths of 100%

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
105	1-34	1-53	2-10	0-04	0-23	0-44
106	0-46	1-11	1-33	0-16	0-45	1-04
107	0-16	0-45	1-04	0-50	....	1-38
108	0-05	0-25	0-46	....	....	2-16
109	0-02	0-14	0-30	2-35	....	2-63
110	0-01	....	0-19	....	....	3-51

Est vol 65,000 Wd 44,195 calls 41,055 puts
Op int Wed 346,907 calls 249,181 puts

5 Yr Treas Notes (CBT)
$100,000; points – 64ths of 100%

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
10450	1-11	2-13	1-37	0-03	0-16	0-30
10500	0-47	....	1-17	0-07	....	0-41
10550	0-26	1-23	0-63	0-18	0-38	0-55
10600	0-13	1-01	0-48	....	0-55	....
10650	0-05	0-46	0-36	....	....	....
10700	0-03	0-32	0-26	....	....	....

Est vol 23,000 Wd 12,507 calls 10,564 puts
Op int Wed 126,217 calls 97,191 puts

Eurodollar (CME)
$ million; pts of 100%

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Mar	Apr	May	Mar	Apr	May
9450	5.92	10.30	....	0.00	0.00	....
9475	3.42	7.80	....	0.00	0.00	0.07
9500	0.95	5.30	5.50	0.02	0.00	0.22
9525	0.05	3.15	3.35	1.62	0.35	....
9550	0.00	1.50	....	....	1.20	....
9575	0.00	0.65	....	....	....	....

Est vol 233,398;
Wd vol 183,411 calls 101,539 puts
Op int Wed 1,845,759 calls 1,911,991 puts

1 Yr. Mid-Curve Eurodlr (CME)
$1 million contract units; pts of 100%

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Mar	Apr	May	Mar	Apr	May
9475	6.20	4.25	4.65	0.00	0.30	....
9500	3.70	2.40	2.85	0.00	0.95	1.40
9525	1.30	1.10	1.65	0.10	....	....
9550	0.15	0.35	0.80	....	....	....
9575	0.00	0.10	....	....	....	....
9600	....	....	....	....	....	....

Est vol 72,910 Wd 60,260 calls 31,975 puts
Op int Wed 671,496 calls 460,417 puts

2 Yr. Mid-Curve Eurodlr (CME)
$1million contract units; pts of 100%

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Mar	Jun		Mar	Jun	
9425	4.10	4.35	....	0.00	1.25	....
9450	1.65	2.90	....	0.05	2.25	....
9475	....	1.75	....	....	....	....
9500	....	....	....	....	....	....
9525	....	....	....	....	....	....
9550	....	....	....	....	....	....

Est vol 250 Wd 0 calls 0 puts
Op int Wed 16,185 calls 19,908 puts

Euribor (LIFFE)
Euro 1,000,000

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Mar	Apr	May	Mar	Apr	May
95000	0.25	0.58	0.58	....	....	....
95125	0.12	0.46	0.46	....	....	0.00
95250	0.01	0.33	0.34	0.01	....	0.01
95375	....	0.22	0.24	0.12	0.01	0.03
95500	....	0.12	0.15	0.25	0.03	0.06
95625	....	0.05	0.09	0.37	0.09	0.13

Vol Th 48,655 calls 9,669 puts
Op int Wed 886,103 calls 752,794 puts

10 Yr. German Euro Gov't Bd (Eurobund) (Eurex)100,000;pts in 100%

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
10850	1.16	1.33	1.52	0.02	0.19	0.38
10900	0.72	0.98	1.19	0.08	0.33	0.55
10950	0.37	0.68	0.90	0.24	0.53	0.77
11000	0.15	0.45	0.67	0.52	0.81	1.03
11050	0.06	0.28	0.50	0.92	1.14	1.36
11100	0.01	0.17	0.36	1.37	1.52	1.72

Vol Th 55,671 calls 28,301 puts
Op int Wed 586,672 calls 353,718 puts

CURRENCY

Japanese Yen (CME)
12,500,000 yen; cents per 100 yen

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
8050	....	....	....	0.38	....	1.29
8100	....	....	3.12	0.51	0.98	1.44
8150	....	....	....	0.64	1.13	....
8200	1.54	....	....	0.84	1.32	1.80
8250	....	....	....	1.04	1.54	2.02
8300	0.95	....	1.96	1.25	1.78	2.26

Est vol 3,247 Wd 8,400 calls 9,234 puts
Op int Wed 39,710 calls 38,759 puts

Deutschemark (CME)
125,000 marks; cents per mark

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
4500	....	....	....	....	....	....
4550	....	....	....	....	....	....
4600	....	....	....	....	....	....
4650	....	....	....	....	....	....
4700	....	....	....	....	....	....
4750	....	....	....	....	....	....

Est vol 5 Wd 1 calls 1 puts
Op int Wed 440 calls 19 puts

Canadian Dollar (CME)
100,000 Can.$, cents per Can.$

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
6300	....	....	1.42	....	0.21	0.35
6350	....	....	....	0.17	0.33	0.51
6400	....	....	0.80	0.35	0.53	0.72
6450	0.22	0.40	....	0.64	....	0.98
6500	0.10	0.25	0.40	1.02	1.16	1.31
6550	0.05	....	0.28	1.47	....	1.68

Est vol 176 Wd 370 calls 376 puts
Op int Wed 15,899 calls 3,557 puts

British Pound (CME)
62,500 pounds; cents per pound

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
1420	....	....	3.48	0.62	....	1.76
1430	....	....	....	0.98	1.72	....
1440	1.24	....	2.46	1.50	....	2.72
1450	0.84	1.46	1.98	2.10	2.72	3.22
1460	0.52	1.08	1.58	2.78	3.22	3.82
1470	0.30	0.80	1.32	3.56	3.82	4.54

Est vol 258 Wd 68 calls 231 puts
Op int Wed 4,499 calls 3,507 puts

Swiss Franc (CME)
125,000 francs; cents per franc

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Apr	May	Jun	Apr	May	Jun
5750	1.51	....	....	....	....	....
5800	....	....	....	....	....	1.00
5850	....	....	....	0.52	....	....
5900	0.57	....	1.28	0.78	....	1.48
5950	0.39	....	....	1.10	....	....
6000	0.27	....	0.89	1.48	....	2.08

Est vol 410 Wd 79 calls 177 puts
Op int Wed 6,888 calls 3,808 puts

INDEX

DJ Industrial Avg (CBOT)
$100 times premium

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Mar	Apr	May	Mar	Apr	May
98	....	49.20	....	0.05	18.80	....
99	....	....	....	0.15	21.95	....
100	2.50	....	....	2.15	25.60	36.00
101	0.05	30.20	....	7.50	29.70	....
102	0.05	24.85	35.00	17.50	34.30	....
103	0.05	20.50	....	27.50	39.95	....

Est vol 1,100 Wd 974 calls 1,839 puts
Op int Wed 7,614 calls 11,905 puts

S&P 500 Stock Index (CME)
$250 times premium

STRIKE	CALLS-SETTLE			PUTS-SETTLE		
PRICE	Mar	Apr	May	Mar	Apr	May
1165	....	....	....	2.90	30.80	44.00
1170	7.80	47.30	....	4.50	32.70	46.00
1175	5.00	44.30	....	6.70	34.70	48.10
1180	3.00	41.50	....	9.70	36.80	50.20
1185	1.70	38.70	47.80	13.40	39.00	52.20
1190	1.10	36.00	45.40	17.80	41.30	54.50

Est vol 22,943 Wd 10,913 calls 32,911 puts
Op int Wed 111,149 calls 220,300 puts

Fuente: Reimpreso con la autorización de Dow Jones, Inc., via copyright Clearance Center, Inc. © 2001 Dow Jones & Company, Inc. Todos los derechos reservados para todo el mundo.

13.4. ECUACIÓN FUNDAMENTAL (*PARIDAD PUT-CALL*)

En el Capítulo 8 derivamos la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) sobre acciones. Ahora utilizaremos un argumento similar para encontrar la ecuación fundamental para los contratos de futuros.

Consideremos una opción Europea de compra y una de venta sobre un contrato de futuros, ambas con precio de ejercicio X y vencimiento T. Podemos formar dos carteras:

Cartera A: Una opción Europea de compra sobre un contrato de futuros más una cantidad en metálico igual a Xe^{-rT}.

Cartera B: Una opción Europea de venta sobre un contrato de futuros más un contrato de futuros a largo más una cantidad en metálico igual a F_0e^{-rT}, donde F_0 es el precio del futuro.

En la cartera A el efectivo puede invertirse al tipo de interés libre de riesgo, r, y crecer hasta X en el tiempo T. Sea F_T el precio de futuros al vencimiento de la opción. Si $F_T > X$, la opción de compra de la cartera A se ejerce y la cartera A queda valorada en F_T. Si $F_T \leqslant X$, la opción no se ejerce y la cartera A tendrá un valor de X. El valor de la cartera A en el momento T es, por lo tanto,

$$\max(F_T, X)$$

En la cartera B el metálico puede invertirse al tipo de interés libre de riesgo y crecer hasta F_0 en el momento T. La opción de venta proporciona un pago de $\max(F_T - X, 0)$. El contrato de futuros proporciona un pago de $F_T - F_0$.[2]. El valor de la cartera B en el momento T es, por tanto,

$$F_0 + (F_T - F_0) + \max(X - F_T, 0) = \max(F_T, X)$$

Si las dos carteras tienen el mismo valor en el momento T y no hay oportunidades de ejercer antes del vencimiento, ambas deben tener hoy el mismo valor. El precio de la cartera A hoy es

$$c + Xe^{-rT}$$

donde c es el precio de la opción de compra sobre el futuro.

El proceso de ajuste al mercado asegura que el contrato de futuros de la cartera B hoy tiene valor nulo. La cartera B, por lo tanto, tiene un valor de

$$p + F_0e^{-rT}$$

donde p es el precio de la opción de venta sobre el futuro.

Por tanto

$$c + Xe^{-rT} = p + F_0^{e-rT} \qquad \textbf{(13.1)}$$

[2] Este análisis supone que un contrato de futuros es como un contrato a plazo que es cerrado a su vencimiento en lugar de a través de ajustes diarios.

Ejemplo

Supongamos que el precio de una opción Europea de compra sobre un contrato de futuros sobre plata con entrega dentro de seis meses es 56 centavos por onza cuando el precio de ejercicio es de 8,50 dólares. Asumimos que el precio actual de futuros de la plata con entrega a seis meses es 8,00 dólares y que el tipo de interés libre de riesgo para una inversión que vence dentro de seis meses es del 10 por ciento anual. Reordenando la Ecuación (13.1), el precio de la opción Europea de venta sobre los contratos de futuros sobre plata con igual vencimiento y fecha de ejercicio que la opción de compra es

$$0{,}56 + 8{,}50e^{-0{,}1 \times 6/12} - 8{,}00e^{-0{,}1 \times 6/12} = 1{,}04$$

Para opciones Americanas sobre contratos de futuros, la ecuación fundamental es (véase el Problema 13.19)

$$F_0 e^{-rT} - X < C - P < F_0 - Xe^{-rT} \tag{13.2}$$

13.5. LÍMITES EN LOS PRECIOS DE LAS OPCIONES SOBRE CONTRATOS DE FUTUROS

La ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) de la Ecuación (13.1) proporciona límites para las opciones Europeas de compra y de venta. Como el precio de una opción de venta, p, no puede ser negativo, de la Ecuación (13.1) se deduce que

$$c + Xe^{-rT} \geqslant F_0 e^{-rT}$$

o

$$c \geqslant (F_0 - X)e^{-rT} \tag{13.3}$$

De forma similar, como el precio de una opción de compra debe ser mayor que cero, de la Ecuación (13.1) se deduce que

$$Xe^{-rT} \leqslant F_0 e^{-rT} + p$$

o

$$p \geqslant (X - F_0)e^{-rT} \tag{13.4}$$

Estos límites son similares a los encontrados para opciones Europeas sobre acciones en el Capítulo 8. Los precios de las opciones Europeas de compra y de venta son muy parecidos a sus límites inferiores cuando las opciones están muy *in the money*. Para ver por qué volveremos a la relación de la ecuación fundamental de las opciones Europeas (*paridad put-call*) de la Ecuación (13.1). Consideremos una opción de compra. Cuando la opción está muy en dinero (*in the money*), la opción de venta correspondiente está claramente fuera de dinero (*out of the money*). Esto significa que p es muy similar a cero. Si la diferencia entre c y su límite inferior es igual a p, el precio de la opción de compra debe ser muy parecido a su límite inferior. Un argumento similar se aplica a las opciones de venta.

Como las opciones Americanas sobre contratos de futuros pueden ejercerse en cualquier momento, debemos tener

$$C \geqslant F_0 - X$$

y

$$P \geqslant X - F_0$$

Por tanto, si los tipos de interés son positivos, el límite inferior para el precio de una opción Americana es siempre mayor que el límite inferior para una opción Europea. Esto es porque siempre hay alguna posibilidad de que una opción Americana sobre contratos de futuros sea ejercida antes del vencimiento.

13.6. VALORACIÓN DE OPCIONES SOBRE CONTRATOS DE FUTUROS UTILIZANDO ÁRBOLES BINOMIALES

En esta sección utilizaremos el planteamiento de árboles binomiales, similar al desarrollado en el Capítulo 10, para valorar las opciones sobre contratos de futuros. Veremos que la diferencia clave entre el argumento presentado aquí y el argumento del Capítulo 10 es que no hay costes de entrada cuando se accede a un contrato de futuros.

Supongamos que el precio actual de futuros es 30 y que se cree que subirá a 33 o bajará a 28 durante el próximo mes. Consideremos una opción de compra sobre el contrato de futuros a un mes con un precio de ejercicio de 29. La situación es como se indica en la Figura 13.1. Si el precio de futuros resulta ser 33, el pago de la opción es 4 y el valor del contrato de futuros es 3. Si el precio de futuros resulta ser 28, el pago de la opción es 0 y el valor del contrato de futuros es -2.

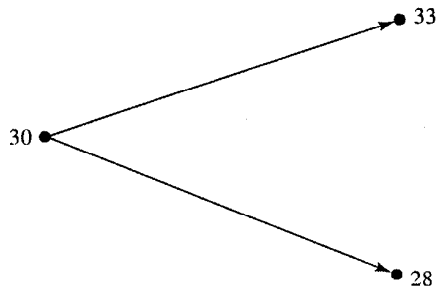


Figura 13.1. Movimientos del precio del futuro en el ejemplo numérico.

Para establecer una cobertura libre de riesgo, consideremos una cartera consistente en una posición corta en un contrato de opciones y una posición larga en Δ contratos de futuros. Si el precio de futuros sube a 33, el valor de la cartera es $3\Delta - 4$; si baja a 28, el valor de la cartera es -2Δ. La cartera estará libre de riesgo cuando ambos valores son iguales; es decir, cuando

$$3\Delta - 4 = -2\Delta$$

o $\Delta = 0{,}8$.

Para este valor de Δ, sabemos que la cartera tendrá un valor de $3 \times 0{,}8 - 4 = -1{,}6$ dentro de un mes. Suponemos un tipo de interés libre de riesgo del 6 por ciento. El precio de la cartera hoy debe ser

$$-1{,}6e^{0.06 \times 1/12} = -1{,}592$$

La cartera consiste en la emisión de una opción y en Δ contratos de futuros. Como el precio del contrato de futuros hoy es cero, el precio de la opción hoy debe ser 1,592.

Generalización

Podemos generalizar este análisis considerando un precio de futuro que empieza en F_0 y se cree que subirá a F_0u o bajará a F_0d a lo largo del período de tiempo T. Consideramos una opción que vence en el momento T y suponemos que el pago es f_u si el precio de futuro sube y f_d si el precio de futuro baja. Esta situación está sintetizada en la Figura 13.2.

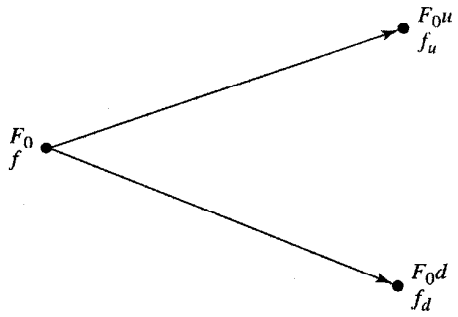


Figura 13.1. Precios de la opción y del futuro en la situación general.

En este caso, la cartera libre de riesgo consiste en una posición corta en una opción combinada con una posición larga en Δ contratos de futuros donde

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{F_0u - F_0d}$$

El precio de la cartera en el momento T entonces es siempre

$$(F_0u - F_0)\Delta - f_u$$

Denotando el tipo de interés libre de riesgo por r, el precio actual de la cartera debe ser

$$[(F_0u - F_0)\Delta - f_u]e^{-rT}$$

Otra expresión para el valor actual de la cartera es $-f$ donde f es el valor de la opción hoy. Se deduce que

$$-f = [(F_0u - F_0)\Delta - f_u]e^{-rT}$$

Sustituyendo Δ y simplificando, esta ecuación se reduce a

$$f = e^{-rT}[pf_u + (1-p)f_d] \tag{13.5}$$

donde

$$p = \frac{1-d}{u-d} \tag{13.6}$$

En el ejemplo numérico considerado anteriormente (véase Figura 13.1), $u = 1{,}1$, $d = 0{,}9333$, $r = 0{,}06$, $T = 1/12$, $f_u = 4$, y $f_d = 0$. A partir de la Ecuación (13.6),

$$p = \frac{1-0{,}9333}{1{,}1-0{,}9333} = 0{,}4$$

y a partir de la Ecuación (13.5),

$$f = e^{-0{,}06 \times 0{,}08333}[0{,}4 \times 4 + 0{,}6 \times 0] = 1{,}592$$

Este resultado concuerda con la respuesta obtenida anteriormente para este ejemplo en esta sección.

13.7. EL PRECIO DEL CONTRATO DE FUTUROS COMO UN ACTIVO CON RENDIMIENTO CONTINUO

Hay un resultado general que hace el análisis de las opciones sobre contratos de futuros análogo al análisis de las opciones sobre acciones que pagan un dividendo continuo. Ese resultado establece que los precios de futuros se comportan de igual forma que una acción que pagase un dividendo continuo doméstico libre de riesgo, r.

Un razonamiento para entender esta analogía surge de la comparación entre Ecuaciones (13.5) y (13.6) con las Ecuaciones (12.7) y (12.8). Las dos parejas de ecuaciones son idénticas cuando hacemos $q = r$. Otra pista es que los límites inferiores para los precios de las opciones sobre contratos de futuros y la relación de la ecuación fundamental para los precios de las opciones sobre contratos de futuros son iguales a los límites de las opciones sobre acciones que pagan un dividendo continuo q cuando sustituimos el precio de las acciones por el precio de futuro y $q = r$.

Podemos entender el resultado notando que un contrato de futuros no necesita inversión. En un mundo neutral al riesgo, el beneficio esperado de mantener una posición en una inversión cuyo coste de establecimiento es cero, debe ser cero. El beneficio bruto esperado de un contrato de futuros en un mundo neutral al riesgo debe ser, por lo tanto, cero. Concluimos que la tasa de crecimiento esperado del precio de futuros en un mundo neutral al riesgo debe ser cero. Como apuntamos en el Capítulo 12, unas acciones que pagan un dividendo continuo q crecen a una tasa esperada $r - q$ en un mundo neutral al riesgo. Si hacemos $q = r$, la tasa de crecimiento esperado del precio de las acciones es cero, haciendo análogo este precio al precio de futuros.

13.8. MODELO DE BLACK PARA VALORAR OPCIONES SOBRE CONTRATOS DE FUTUROS

Las opciones Europeas sobre futuros pueden valorarse utilizando las Ecuaciones (12.4) y (12.5) con $q = r$. Fischer Black fue el primero en mostrar este resultado en un artículo publicado en 1976. El principal supuesto es que el precio del futuro tiene la misma distribución lognormal que asumimos para el precio de las acciones en el Capítulo 11. El precio de la opción Europea de compra, c, y el precio de la opción Europea de venta, p, para una opción sobre un futuro vienen dados por las Ecuaciones (12.4) y (12.5) con S_0 reemplazada por F_0 y $q = r$:

$$c = e^{-rT}[F_0N(d_1) - XN(d_2)] \tag{13.7}$$

$$p = e^{-rT}[XN(-d_2) - F_0N(-d_1)] \tag{13.8}$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln(F_0/X) + \sigma^2T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0/X) - \sigma^2T/2}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

y σ es la volatilidad del precio del futuro. Cuando el coste de transporte y el rendimiento de conveniencia dependen sólo del tiempo, puede demostrarse que la volatilidad del precio de futuros es igual a la volatilidad del activo subyacente. Nótese que la fórmula de Black no necesita que el contrato de opciones y el contrato de futuros venzan en la misma fecha.

Ejemplos

Consideremos una opción Europea de venta sobre un contrato de futuros sobre el petróleo sin refinar. El vencimiento es a cuatro meses, el precio actual del futuro es 20 dólares, el precio de ejercicio es 20 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 9 por ciento anual, y la volatilidad del precio del futuro es el 25 por ciento anual. En este caso, $F_0 = 20$, $X = 20$, $r = 0{,}09$, $T = 4/12$ y $\sigma = 0{,}25$, $\ln(F_0/X) = 0$, con lo cual

$$d_1 = \frac{\sigma\sqrt{T}}{2} = 0{,}07216$$

$$d_2 = \frac{\sigma\sqrt{T}}{2} = -0{,}07216$$

$$N(-d_1) = 0{,}4712 \qquad N(-d_2) = 0{,}5288$$

y el precio de venta p viene dado por

$$p = e^{-0{,}09 \times 0{,}3333}(20 \times 0{,}5288 - 20 \times 0{,}4712) = 1{,}12$$

o 1,12 dólares.

13.9. COMPARACIÓN ENTRE EL PRECIO DE OPCIONES SOBRE CONTRATOS DE FUTUROS Y PRECIO DE OPCIONES AL CONTADO

El beneficio bruto de una opción Europea de compra de contado con precio de ejercicio X es

$$\max(S_T - X, 0)$$

donde S_T es el precio al contado al vencimiento de la opción. El pago de una opción Europea de compra sobre contratos de futuros con el mismo precio de ejercicio es

$$\max(F_T - X, 0)$$

donde F_T es el precio del futuro al vencimiento de la opción. Si la opción Europea sobre contratos de futuros vence al mismo tiempo que el contrato de futuros, $F_T = S$ y las dos opciones son teóricamente equivalentes. Si la opción Europea de compra sobre contratos de futuros vence antes que el contrato de futuros, tiene más valor que la correspondiente opción de contado en un mercado normal (donde los precios de futuros son más altos que los precios al contado) y menor que la correspondiente opción de contado en un mercado invertido (donde los precios de futuros son más bajos que los precios al contado).[3]

De forma similar, una opción Europea de venta sobre contratos de futuros tiene el mismo valor que una opción similar al contado cuando la opción sobre el contrato de futuros vence al mismo tiempo que el contrato de futuros. Si la opción Europea de venta sobre el contrato de futuros vence antes que el contrato de futuros, tiene menos valor que su correspondiente opción al contado en un mercado normal y más valor que su correspondiente opción al contado en un mercado invertido.

Resultados para opciones Americanas

Las opciones sobre contratos de futuros negociadas suelen ser Americanas. Considerando que el tipo de interés libre de riesgo, r, es positivo, siempre hay alguna posibilidad de que sea óptimo ejercer una opción Americana sobre contratos de futuros antes del vencimiento. Por tanto, las opciones Americanas sobre contratos de futuros, valen más que sus correspondientes Europeas. Hablaremos de los procedimientos numéricos para valorar opciones Americanas sobre contratos de futuros en el Capítulo 17.

Generalmente no es cierto que una opción Americana sobre contratos de futuros tenga el mismo valor que la opción Americana correspondiente sobre el activo subyacente cuando los contratos de futuros y opciones tienen el mismo vencimiento. Supongamos, por ejemplo, que hay un mercado normal con precios de futuros consistentemente más altos que los precios al contado antes del vencimiento. Éste es el caso con la mayoría de índices, oro, plata, monedas con tipos de interés bajo, y algunas mercancías. Una opción Americana de compra sobre un contrato de futuros debe valer más que la correspondiente opción Americana de compra sobre el activo subyacente. Esto es porque hay algunas situaciones en las que se ejercerá antes del vencimiento, y en estas situaciones proporcionará un mayor beneficio al propietario. Análoga-

[3] La opción *spot* «correspondiente» a la opción del contrato de futuros se define aquí como aquélla con igual precio de ejercicio e igual fecha de vencimiento.

mente, una opción Americana de venta sobre un futuro debe tener menos valor que la correspondiente opción Americana de venta sobre el activo subyacente. Si hay un mercado invertido con precios de futuros consistentemente más bajos que los precios al contado, como es el caso con divisas de alto interés y algunas mercancías, se debe cumplir el caso contrario. Las opciones Americanas de compra sobre contratos de futuros tienen menos valor que las opciones Americanas de compra sobre el activo subyacente, mientras que las opciones Americanas de venta sobre contratos de futuros tienen mayor valor que las correspondientes opciones Americanas de venta sobre el mismo activo subyacente.

Las diferencias que acabamos de comentar entre las opciones Americanas sobre contratos de futuros y las opciones Americanas sobre su activo subyacente son ciertas cuando el contrato de futuros vence después que el contrato de opciones al igual que cuando los dos vencimientos ocurren al mismo tiempo. De hecho, las diferencias tienden a ser mayores cuanto más tardío sea el vencimiento del contrato de futuros.

13.10. RESUMEN

Las opciones sobre contratos de futuros requieren la entrega en su ejercicio del contrato de futuros subyacente en el momento del ejercicio. Cuando se ejerce una opción de compra, el propietario adquiere una posición larga en futuros más una cantidad en metálico igual al exceso del precio de futuros sobre el precio de ejercicio. De forma similar, cuando se ejerce una opción de venta, el propietario adquiere una posición corta más una cantidad en metálico igual al exceso del precio de ejercicio sobre el precio del futuro. El contrato de futuros que se entrega normalmente vence poco más tarde que la opción.

El precio de futuros se comporta igual que unas acciones que proporcionan un dividendo continuo igual al tipo de interés libre de riesgo r. Esto significa que los resultados obtenidos en el Capítulo 12 para opciones sobre acciones que pagan un dividendo continuo proporcionan resultados para las opciones sobre contratos de futuros cuando el precio de las acciones se sustituye por el precio de futuros y la tasa de dividendo se iguala al tipo de interés libre de riesgo.

Las fórmulas de valoración para opciones Europeas sobre contratos de futuros derivadas por Fischer Black en 1976. Black supuso que el precio de futuros tiene una volatilidad constante con lo cual los precios de futuros se distribuyen lognormalmente al vencimiento de la opción.

Si suponemos que las dos fechas de vencimiento son iguales, una opción Europea sobre un contrato de futuros tienen exactamente el mismo valor que la correspondiente opción Europea sobre el activo subyacente. Sin embargo, esto no es correcto para las opciones Americanas. Si el mercado de futuros es normal, una opción Americana de compra sobre un contrato de futuros tiene más valor que la opción Americana de compra sobre el activo subyacente, mientras que una opción Americana de venta sobre un contrato de futuros tiene menos valor que la opción Americana de venta sobre el activo subyacente. Si el mercado de futuros es invertido, ocurre lo contrario.

Lecturas recomendadas

Black, F., «The Pricing of Commodity Contracts», *Journal of Financial Economics*, 3 (1976), 167-179

Brenner, M., G. Courtadon, y M. Subrahmanyan, «Options on Spot and Options on Futures», *Journal of Finance*, 40 (diciembre 1985), 1303-1317

Ramaswamy, K., y S. M. Sundaresan, «The Valuation of Options on Futures Contracts», *Journal of Finance*, 40 (diciembre 1985), 1319-1340

Wolf, A., «Fundamentals of Commodity Options on Futures», *Journal of Futures Markets*, 2 (1982), 391-408

Test (respuestas al final del libro)

13.1. Explique la diferencia entre una opción de compra sobre yenes y una opción de compra sobre un contrato de futuros sobre yenes.

13.2. ¿Por qué las opciones sobre contratos de futuros sobre bonos se negocian más activamente que las opciones sobre bonos?

13.3. «Un precio de futuros es como unas acciones que paga un dividendo continuo.» ¿Cuál es esa tasa continua de dividendo?

13.4. El precio actual de un de futuro es 50. Al cabo de seis meses estará en 56 o en 46. El tipo de interés libre de riesgo es del 6 por ciento anual. ¿Cuál es el precio de una opción Europea de compra a seis meses con un precio de ejercicio de 50?

13.5. ¿En qué difiere la ecuación fundamental para opciones Europeas sobre contratos de futuros de la ecuación fundamental de opciones Europeas sobre acciones que no pagan dividendos?

13.6. Consideremos una opción Americana de compra sobre un contrato de futuros donde el contrato de futuros y la opción vencen en el mismo momento. ¿Bajo qué circunstancias la opción sobre el contrato de futuros tiene más valor que la correspondiente opción Americana sobre el activo subyacente?

13.7. Calcule el valor de una opción Europea de venta sobre un contrato de futuros a cinco meses cuando el precio de futuros es 19 dólares, el precio de ejercicio es 20 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 12 por ciento anual, y la volatilidad del precio de futuros es del 20 por ciento anual.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

13.8. Suponga que usted comprase una opción de venta sobre un contrato de futuros sobre oro en octubre con un precio de ejercicio de 400 dólares por onza. Cada contrato es por la entrega de 100 onzas. ¿Qué sucedería si ejerciese la opción cuando el precio del contrato de futuros es 380 dólares?

13.9. Supongamos que vende una opción de compra sobre un contrato de futuros sobre ganado con un precio de ejercicio de 70 centavos por libra. Cada contrato es por la entrega de 40.000 libras. ¿Qué sucede si el contrato se ejerce cuando el precio de futuros es 75 centavos?

13.10. Consideremos una opción de compra sobre un contrato de futuros a dos meses con un precio de ejercicio de 40 cuando el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual. El precio actual de futuros es 47. ¿Cuál es el límite inferior para el precio de la opción sobre el contrato de futuros si es (a) Europea y (b) Americana?

13.11. Consideremos una opción de venta sobre un contrato de futuros a cuatro meses con un precio de ejercicio de 50 cuando el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual. El precio actual de futuros es 47. ¿Cuál es el límite inferior para el precio de la opción sobre el contrato de futuros si es (a) Europea y (b) Americana?

13.12. El precio actual de un futuro es 60. Se sabe que durante cada uno de los dos siguientes trimestres subirá un 10 por ciento o bajará un 10 por ciento. El tipo de interés libre de riesgo es el 8 por ciento anual. ¿Cuál es el precio de una opción Europea de compra sobre un contrato de futuros a seis meses con un precio de ejercicio de 60? Si la opción de compra fuese Americana, ¿merecería la pena ejercerla antes del vencimiento?

13.13. En el Problema 13.12, ¿cuál es el precio de una opción Europea de venta sobre un contrato de futuros a seis meses con un precio de ejercicio de 60? Si la opción de compra fuese Americana, ¿merecería la pena ejercerla antes del vencimiento? Verifique que los precios de compra calculados en el Problema 13.12 y los precios de venta calculados aquí satisfacen la ecuación fundamental de las opciones Europeas.

13.14. El precio actual de un futuro es 25, su volatilidad es del 30 por ciento anual, y el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual. ¿Cuál es el precio de una opción Europea de compra sobre un contrato de futuros a nueve meses con un precio de ejercicio de 26?

13.15. El precio actual de un futuro es 70, su volatilidad es del 20 por ciento anual y el tipo de interés libre de riesgo es del 6 por ciento anual. ¿Cuál es el precio de una opción europea de venta sobre un contrato de futuros a cinco meses con un precio de ejercicio de 65?

13.16. Supongamos que el precio actual de un futuro es 35. Una opción Europea de compra a un año y una opción Europea de venta a un año sobre un contrato de futuros con un precio de ejercicio de 34 tienen un precio de 2 en el mercado. El tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual. Identifique una oportunidad de arbitraje.

13.17. «El precio de una opción Europea de compra sobre un contrato de futuros a-dinero (*at-the-money*) es siempre igual al precio de una opción Europea de venta similar a-dinero» Explique por qué es cierta esta afirmación.

13.18. Supongamos que el precio actual de un futuro es 30. El tipo de interés libre de riesgo es el 5 por ciento anual. Una opción Americana de compra a tres meses sobre un contrato de futuros con un precio de ejercicio de 28 tiene un precio de 4. Calcule los límites para el precio de una opción Americana de venta es a tres meses sobre un contrato de futuros con un precio de ejercicio de 28.

13.19. Muestre que si C es el precio de una opción de compra Americana sobre un contrato de futuros siendo el precio de ejercicio X, el vencimiento T y P el precio de una opción Americana de venta sobre el mismo contrato de futuros con el mismo precio de ejercicio y fecha de ejercicio,

$$F_0 e^{-r(T-t)} - X < C - P < F_0 - Xe^{-r(T-t)}$$

donde F_0 es el precio del futuro y r es el tipo de interés libre de riesgo. Suponga que $r > 0$ y que no hay diferencia entre el contrato a plazo y el contrato de futuros. (*Sugerencia*: Use un método similar al indicado para el Problema 12.12.)

Preguntas de repaso

13.20. El precio actual de un futuro es 40. Se sabe que, dentro de tres meses, el precio será 35 o 45. ¿Cuál es el precio de una opción Europea de compra a 3 meses sobre un contrato de futuros con un precio de ejercicio de 42 si el tipo de interés libre de riesgo es del 7 por ciento anual?

13.21. Calcule la volatilidad implícita en el precio de futuros sobre semillas de soja a partir de la siguiente información sobre a una opción Europea de venta sobre un contrato de futuros sobre semillas de soja:

Precio actual de futuros sobre	525
Precio de ejercicio	525
Tipo de interés libre de riesgo	6 por ciento anual
Tiempo hasta el vencimiento	5 meses
Precio de la opción de venta	20

13.22. Use el software DerivaGem para calcular las volatilidades implícitas en las opciones de mayo sobre futuros sobre el maíz en la Tabla 13.3. Suponga que se aplican los precios de futuros en la Tabla 2.2 y que el tipo de interés libre de riesgo es el 5 por ciento anual. Trate las opciones como Americanas y use 100 períodos. Las opciones vencen el 21 de abril del 2001. ¿Puede obtener alguna conclusión de la sucesión de volatilidades implícitas que obtiene usted?

CAPÍTULO 14

Curvas (o sonrisas) de volatilidad

¿Son los precios teóricos de Black-Scholes cercanos a los precios del mercado? ¿Deben los operadores usar Black-Scholes en la práctica cuando determinan un precio para una opción? ¿Son las distribuciones de probabilidad de precios de los activos lognormales? ¿Qué investigación se ha realizado para probar la validez de las fórmulas Black-Scholes? En este capítulo contestamos estas preguntas. Explicamos que los operadores usan el modelo Black-Scholes —pero no exactamente de la manera que Black y Scholes originalmente proponían. La razón es que los operadores permiten que la volatilidad utilizada para valorar una opción dependa del precio de ejercicio y del tiempo para el vencimiento.

El gráfico de la volatilidad implícita de una opción en función de su precio de ejercicio es conocido como la *curva (o sonrisa) de volatilidad.* En este capítulo describimos las curvas de volatilidad que los operadores usan en mercados de acciones y de divisas. Explicamos la relación entre una curva de volatilidad y la distribución de probabilidad supuesta para el precio futuro del activo. También comentamos cómo los operadores con opciones permiten a la volatilidad depender del vencimiento de la opción y cómo utilizan las matrices de volatilidad como herramientas en la valoración. La parte final del capítulo resume el trabajo que han llevado a cabo los investigadores para contrastar los resultados de Black-Scholes.

14.1. REVISIÓN DE LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL

La ecuación fundamental, explicada en los Capítulos 8 y 12, nos da un buen punto de partida para entender las curvas de volatilidad. Es una relación importante entre el precio, c, de una opción de compra Europea y el precio, p, de una opción de venta Europea:

$$p + S_0 e^{-qT} = c + Xe^{-rT} \tag{14.1}$$

La opción de compra y la opción de venta tienen el mismo precio de ejercicio, X, y el mismo tiempo para el vencimiento, T. La variable, S_0, es el precio del activo subyaciente hoy, r es el tipo de interés libre de riesgo para el vencimiento T, y q es el rendimiento del activo.

Un rasgo clave de la ecuación fundamental es que se basa en un argumento de arbitraje relativamente simple. No requiere ningún supuesto sobre la distribución de probabilidad del precio futuro del activo. Es cierta tanto si la distribución del precio del activo es lognormal como si no lo es.

Suponga que, para un valor particular de la volatilidad, p_{bs} y c_{bs} son los precios de las opciones de compra y de venta Europeas calculadas usando el modelo Black-Scholes. Suponga además que p_{mkt} y c_{mkt} son los precios de mercado de estas opciones. Dado que la ecuación fundamental es cierta para el modelo Black-Scholes, se debe cumplir

$$p_{bs} + S_0 e^{-qT} = c_{bs} + Xe^{-rT}$$

Dado que también se cumple para precios de mercado

$$p_{mkt} + S_0 e^{-qT} = c_{mkt} + Xe^{-rT}$$

Restando estas dos ecuaciones

$$p_{bs} - p_{mkt} = c_{bs} - c_{mkt} \qquad \textbf{(14.2)}$$

Esto muestra que el error del precio en dólares cuando se usa el modelo Black-Scholes para valorar una opción Europea de venta debería ser exactamente el mismo que el error del precio en dólares cuando se usa para valorar una opción Europea de compra con el mismo precio de ejercicio y el mismo tiempo para el vencimiento.

Suponga que la volatilidad implícita de la opción de venta es del 22 por ciento. Esto significa que $p_{bs} = p_{mkt}$ cuando una volatilidad del 22 por ciento se usa en el modelo Black-Scholes. De la ecuación (14.2), se deduce que $c_{bs} = c_{mkt}$ cuando esta volatilidad es usada. La volatilidad implícita de la opción de compra es, entonces, también 22 por ciento. Este argumento muestra que la volatilidad implícita de una opción de compra Europea es siempre la misma que la volatilidad implícita de una opción de venta Europea cuando las dos tienen el mismo precio de ejercicio y la misma fecha de vencimiento. Dicho de otra manera, para un precio de ejercicio y un vencimiento dados, la volatilidad correcta para usar en el modelo Black-Scholes para la valoración de una opción de compra Europea debería ser siempre igual que la usada para valorar una opción Europea de Europea. Esto también es más o menos cierto para opciones Americanas. Deducimos que cuando los operadores se refieren a la relación entre volatilidad implícita y precio de ejercicio, o a la relación entre volatilidad implícita y vencimiento, no necesitan decir si están hablando de opciones de compra u opciones de venta. La relación es la misma para ambas.

Ejemplos

El valor del dólar australiano es 0,60 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento anual en los Estados Unidos y 10 por ciento anual en Australia. El precio de mercado de una opción de compra Europea sobre el dólar Australiano con un vencimiento de un año y un precio de ejercicio de 0,59 dólares es 0,0236. DerivaGem muestra que la volatili-

dad implícita de la opción de compra es 14.5 por ciento. Para que no haya arbitraje, la ecuación fundamental (14.1) se debe aplicar con q igual al tipo de interés extranjero libre de riesgo. El precio, p, de la opción de venta Europea con un precio de ejercicio de 0,59 dólares y un vencimiento de un año satisface por tanto:

$$p + 0{,}60^{e^{-0{,}10 \times 1}} = 0{,}0236 + 0{,}59e^{-0{,}05 \times 1}$$

por lo que $p = 0{,}0419$. DerivaGem muestra que, cuando la opción de venta tiene este precio, su volatilidad implícita es también 14.5 por ciento. Esto es lo que esperamos del análisis recién expuesto.

14.2. OPCIONES SOBRE DIVISAS

La curva de volatilidad utilizada por los operadores para valorar opciones sobre divisas suele tener la forma mostrada en la Figura 14.1. La volatilidad es relativamente baja para opciones a dinero y resulta progresivamente más elevada a medida que una opción se mueve tanto en dinero como fuera de dinero.

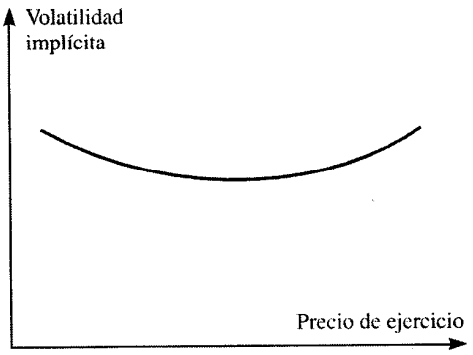


Figura 14.1. Curva de volatilidad para opciones sobre divisas.

La curva de volatilidad de la Figura 14.1 corresponde a la distribución de probabilidad mostrada por la línea continua de la Figura 14.2. Nos referiremos a ésta como la *distribución implícita*. La línea discontinua de la Figura 14.2 muestra una distribución lognormal con la misma media y desviación estándar que la distribución implícita. Se puede ver que la distribución implícita tiene colas más pesadas que la distribución lognormal.[1]

Para ver que las Figuras 14.1 y 14.2 son coherentes entre ellas, considere primero una opción de compra claramente fuera de dinero (*deep-out-of-the-money*) con un precio de ejercicio elevado X_2. Esta opción sólo da beneficios brutos si el tipo de cambio es superior a X_2. La Figura 14.2 muestra que la probabilidad de que eso ocurra es más elevada para la distribución de probabilidad implícita que para la distribución lognormal. Esperamos por tanto, que la dis-

[1] Esto se conoce como curtosis. Nótese que, además de presentar una cola más pesada, la distribución implícita presenta una punta más aguda. Tanto grandes como pequeños movimientos en el tipo de cambio son más probables que con la distribución lognormal. Los movimientos intermedios son menos probables.

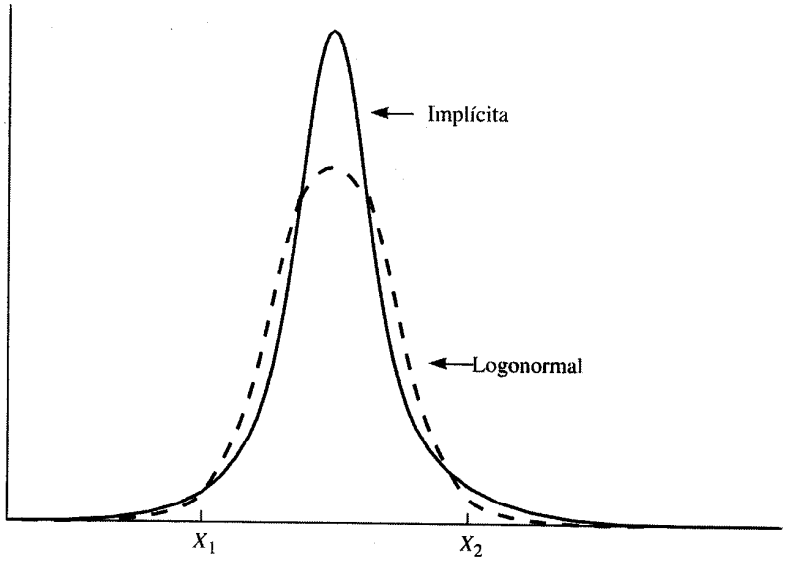


Figura 14.2. Distribución implícita y distribución lognormal para opciones sobre divisas.

tribución implícita nos dé un precio relativamente elevado para la opción. Un precio elevado conlleva una volatilidad implícitamente alta relativa —y esto es exactamente lo que observamos en la Figura 14.1 para esta opción.

Las dos figuras son entonces coherentes entre ellas para precios de ejercicio elevados. Consideremos ahora una opción de venta también claramente fuera de dinero (*deep-out-of-the-money*) con un precio de ejercicio bajo X_1. Esta opción sólo genera beneficios brutos si el tipo de cambio resulta ser inferior a X_1. La Figura 14.2 muestra que la probabilidad de que esto ocurra también es más elevada para distribuciones de probabilidad implícitas que para la distribución lognormal. Esperamos entonces de la distribución implícita un precio relativamente elevado y una volatilidad implícita relativamente elevada también para esta opción. Nuevamente, esto es exactamente lo que observamos en la Figura 14.1.

La razón para la curva de volatilidad en opciones sobre divisas

Acabamos de mostrar que la curva usada por los operadores para opciones sobre divisas implica que han considerando que la distribución lognormal da menos probabilidad a los movimientos extremos en los tipos de cambio. Para comprobar si están en lo cierto, examinamos los movimientos diarios en 12 tipos de cambio diferentes en un período superior a 10 años. Como primer paso calculamos la desviación estándar del movimiento porcentual diario en cada tipo de cambio. Anotamos con qué frecuencia el movimiento porcentual real excede a una desviación estándar, a dos desviaciones estándar, y así sucesivamente. Finalmente, calculamos con qué frecuencia hubiese ocurrido esto si los cambios porcentuales hubieran seguido una distribución normal. (El modelo lognormal implica que los cambios porcentuales por un periodo de tiempo de más de un día siguen una distribución casi exactamente normal.) Los resultados se muestran en la Tabla 14.1.[2]

[2] Esta tabla se ha tomado de J. C. Hull y A. White, «Value at Risk When Daily Changes in Market Variables are Not Normally Distributed». *Journal of Derivatives*, 5(3) (primavera 1998):9-19.

Tabla 14.1. Porcentaje de días en los que el movimiento en el tipo de cambio es mayor que una, dos, ... seis desviaciones estándar (S.D. = Desviación estándar del movimiento diario).

	Mundo real	Modelo lognormal
>1 S.D.	25,04	31,73
>2 S.D.	5,27	4,55
>3 S.D.	1,34	0,27
>4 S.D.	0,29	0,01
>5 S.D.	0,08	0,00
>6 S.D.	0,03	0,00

Los movimientos diarios exceden tres desviaciones estándar en un 1,34 por ciento de los días. El modelo lognormal predice que esto sólo debería suceder en un 0,27 por ciento de los días. Los cambios diarios exceden cuatro, cinco, y seis desviaciones estándar en 0,29 por ciento, 0,08 por ciento y 0,03 por ciento de los días, respectivamente. El modelo lognormal predice que esto es incluso menos probable. La tabla, pues, muestra evidencia que apoya la existencia de las colas pesadas y las curvas de volatilidad usadas por los operadores.

¿Por qué los tipos de cambio no se distribuyen de forma lognormal? Dos de las condiciones para que el precio de un activo tenga una distribución lognormal son:

1. La volatilidad del activo es constante.
2. El precio del activo cambia paulatinamente, sin saltos.

En la práctica, ninguna de estas condiciones se satisface para ningún tipo de cambio. La volatilidad de los tipos de cambio está lejos de ser constantes, y los tipos de cambio muestran con frecuencia saltos.[3] Finalmente como efecto de una volatilidad variable y los saltos mencionados, los resultados extremos resultan más probables.

Tanto el impacto de los saltos como el de la volatilidad variable dependen del vencimiento de la opción. El impacto porcentual de una volatilidad variable sobre los precios resulta más pronunciado a medida que aumenta el vencimiento de la opción, aunque la curva de volatilidad creada por la volatilidad variable normalmente resulta menos pronunciada. El impacto porcentual de los saltos sobre los precios y sobre la curva de volatilidad resulta menos pronunciado a medida que el vencimiento de la opción aumenta. Cuando observamos opciones con fecha de vencimiento suficientemente tardía, los saltos tienden a compensarse entre sí por lo que la distribución del precio de las acciones cuando hay saltos es casi indistinguible de la obtenida cuando el precio de las acciones cambia de forma gradual.

14.3. OPCIONES SOBRE ACCIONES

La curva de volatilidad usada por los operadores para valorar opciones sobre acciones (tanto individual como sobre índices) suele presentar la forma mostrada en la Figura 14.3. A veces a esto se le denomina una *volatilidad asimétrica*. La volatilidad disminuye a medida que el

[3] Frecuentemente los saltos se dan como respuesta a acciones de los bancos centrales.

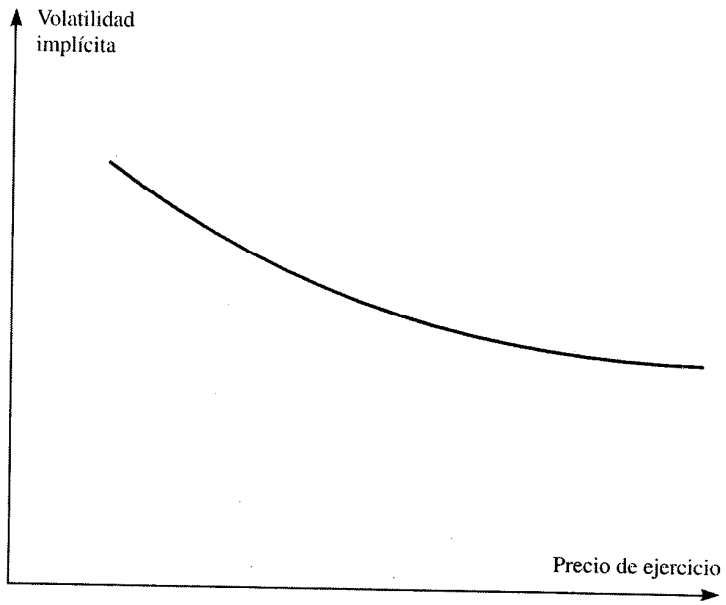


Figura 14.3. Curva de volatilidad para opciones sobre acciones.

precio de ejercicio aumenta. La volatilidad usada para valorar una opción con precio de ejercicio bajo (eso es, una opción de venta claramente fuera de dinero —*deep-out-of-the-money*— o una opción de compra muy en dinero —*deep-in-the-money*) es significativamente más alta que la usada para valorar una opción con precio de ejercicio elevado (esto es, una opción de venta muy en dinero —*deep-in-the-money*— o una opción de compra claramente fuera de dinero —*deep-out-of-the-money*).

La curva de volatilidad para opciones sobre acciones se corresponde con la distribución de la probabilidad implícita dada por la línea continua en la Figura 14.4. La línea discontinua muestra una distribución lognormal con la misma media y desviación estándar que la distribución implícita. Se puede ver que la distribución implícita tiene una cola izquierda más pesada y una cola derecha más delgada que la distribución lognormal.

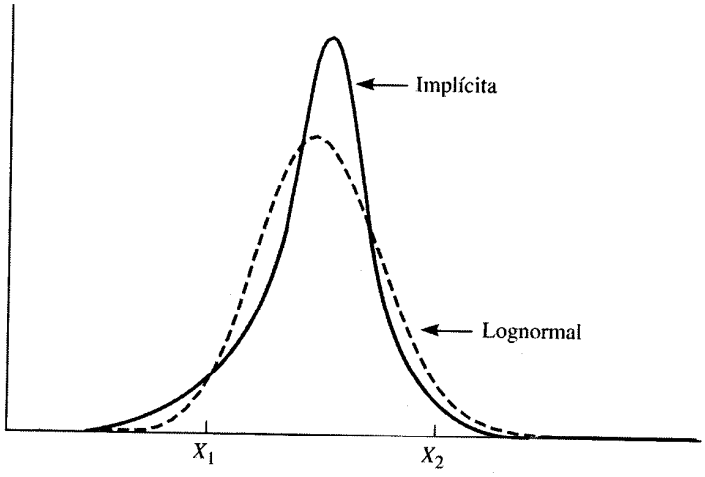


Figura 14.4. Distribución implícita y distribución lognormal para opciones sobre acciones.

Para ver que las Figuras 14.3 y 14.4 son consistentes entre sí, procedemos como en las Figuras 14.1 y 14.2 y consideramos opciones que están claramente fuera de dinero (*deep-out-of-the-money*).

De la Figura 14.4, una opción de compra claramente fuera de dinero (*deep-out-of-the-money*) con un precio de ejercicio de X_2 tendrá un precio inferior cuando se use la distribución implícita a cuando se use la distribución lognormal. Esto es porque la opción sólo genera beneficios brutos si el precio de la acción es superior a X_2, y la probabilidad de que esto ocurra es inferior para la distribución de probabilidad implícita que para la distribución lognormal. Esperamos entonces que la distribución implícita nos dé un precio relativamente bajo. Un precio relativamente bajo conlleva una volatilidad implícita relativamente baja —y esto es exactamente lo que observamos en la Figura 14.3 para la opción. Consideremos ahora una opción de venta también claramente fuera de dinero (*deep-out-of-the-money*) con un precio de ejercicio de X_1. Esta opción sólo genera beneficios brutos si el precio de la acción está por debajo de X_1. La Figura 14.3 muestra que la probabilidad de que esto ocurra es más elevada con la distribución de probabilidad implícita que con la distribución lognormal. Esperaremos pues que la distribución implícita genere para esta opción un precio relativamente elevado, y una volatilidad implícita relativamente alta. Nuevamente, esto es exactamente lo que observamos en la Figura 14.3

La razón para la curva de volatilidad en opciones sobre acciones

Una posible explicación para la curva de volatilidad en opciones sobre acciones se relaciona con el apalancamiento. A medida que las acciones de una empresa reducen su valor, su apalancamiento aumenta. Esto significa que las acciones resultan más arriesgadas y su volatilidad se incrementa. A medida que las acciones de la empresa aumentan en valor, el apalancamiento decrece. Entonces, las acciones resultan menos arriesgadas y su volatilidad decrece. Este argumento muestra que podemos esperar que la volatilidad de las acciones sea una función decreciente de precio y esto es consistente con las Figuras 14.3 y 14.4.

Es interesante que el dibujo de la Figura 14.3 para acciones se haya dado sólo desde la caída del mercado de valores en octubre de 1987. Antes de octubre de 1987, las volatilidades implícitas dependían mucho menos de los precios de ejercicio. Esto ha permitido a Mark Rubinstein sugerir que una razón para el dibujo de la Figura 14.3 sería la «*crashofobia*». Los operadores están preocupados por la posibilidad de otra caída similar a la de octubre de 1987, y eso influye en la valoración de opciones. Esta explicación tiene algo de cierto. Aunque la evidencia es ambigua, parece ser que la distribución de probabilidad implícita para los precios de las acciones presenta colas izquierdas más pesadas que la distribución de probabilidad calculada a partir de datos del mercado de acciones. También la asimetría resultó más pronunciada después de las caídas de octubre de 1997 y de agosto 1998.

14.4. LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE VOLATILIDADES Y MATRICES DE VOLATILIDADES

Además de la curva de volatilidades, los operadores utilizan una estructura temporal de volatilidades para valorar opciones. Esto significa que la volatilidad utilizada para valorar una opción a dinero depende del vencimiento de la opción. La volatilidad tiende a ser una función

creciente del vencimiento cuando las volatilidades recientes han sido bajas. Esto es porque se espera que las volatilidades se incrementen. De forma similar, cuando las volatilidades recientes han sido elevadas, la volatilidad tiende a bajar con el vencimiento. Esto ocurre porque se espera que las volatilidades decrezcan.

Las matrices de volatilidad combinan curvas de volatilidad con la estructura temporal de la volatilidad para tabular las volatilidades adecuadas para valorar una opción con cualquier precio de ejercicio y fecha de vencimiento. Un ejemplo de una matriz de volatilidades que puede utilizarse para opciones sobre divisas se muestra en la Tabla 14.2.

Una de las dimensiones de la matriz de volatilidades es el precio de ejercicio; la otra es el tiempo para el vencimiento. El cuerpo principal de la matriz muestra volatilidades implícitas calculadas a partir del modelo Black-Scholes. En un momento dado, algunas de las entradas de la matriz puedan corresponder a opciones para las que disponemos de datos fiables de mercado. Las volatilidades implícitas para estas opciones se calculan directamente a partir de sus precios de mercado y se introducen en la tabla. El resto de la matriz se determina mediante interpolación lineal.

Cuando una nueva opción debe ser valorada, los ingenieros financieros buscan la volatilidad adecuada en la tabla. Por ejemplo, cuando valoramos una opción a nueve meses con un precio de ejercicio de 1,05, un ingeniero financiero interpolaría entre 13,4 y 14,0 para obtener una volatilidad de 13,7 por ciento. Ésta es la volatilidad que debería utilizarse en la fórmula Black-Scholes (o en el modelo de árboles binomiales, que comentaremos en el Capítulo 17).

La forma de la curva de volatilidades depende del vencimiento de la opción. Tal y como se ilustra en la Tabla 14.2, la curva tiende a hacerse menos pronunciada a medida que el vencimiento de la opción aumenta. Definamos T como el tiempo para el vencimiento y F_0 como el precio a plazo del activo. Algunos ingenieros financieros definen la curva de volatilidades como la relación entre la volatilidad implícita y

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \ln \frac{X}{F_0}$$

en lugar de la relación entre la volatilidad implícita y X. La curva así definida suele depender mucho menos del tiempo para el vencimiento.[4]

Tabla 14.2. Matriz de volatilidades.

	Precio de ejercicio				
	0,90	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**
1 mes	14,2	13,0	12,0	13,1	14,5
3 meses	14,0	13,0	12,0	13,1	14,2
6 meses	14,1	13,3	12,5	13,4	14,3
1 año	14,7	14,0	13,5	14,0	14,8
2 años	15,0	14,4	14,0	14,5	15,1
5 años	14,8	14,6	14,4	14,7	15,0

[4] Para una discusión de este enfoque vea S. Natenberg: *Option Pricing and Volatility: Advanced Trading Strategies and Techniques*, 2.ª ed. McGraw-Hill, 1994; R. Tompkins *Options Analisis: A state of the Art Guide to Options Pricing*, Burr Ridge, IL: Irwin, 1994.

El papel del modelo

¿Qué importancia tiene el modelo de valoración si los operadores utilizan una volatilidad diferente en cada transacción? Puede argumentarse que el modelo Black-Scholes no es más que una herramienta sofisticada de interpolación usada por los operadores para garantizar que una opción se está valorando consistentemente con los precios reales de otras opciones en el mercado. Si los operadores dejaran de usar Black-Scholes y se cambiasen a otro modelo plausible, la matriz de volatilidades cambiaría y la forma de la curva de volatilidad cambiaría también. Pero presumiblemente, los precios en dólares cotizados en el mercado no cambiarían de forma perceptible.

14.5. CUANDO SE ANTICIPA UN ÚNICO GRAN SALTO

Suponga que el precio actual de las acciones es de 50 dólares y se espera que, tras un importante anuncio dentro de unos días, el precio se incremente o se reduzca en 8 dólares. (Este anuncio podría estar relacionado con el resultado de un intento de absorción o el veredicto en un importante juicio.) La distribución de probabilidad del precio de las acciones en, digamos, tres meses consistiría en una mezcla de dos distribuciones lognormales, la primera correspondiente a noticias favorables, la segunda a noticias desfavorables. La situación se ilustra en la Figura 14.5. La línea continua muestra la mixtura de distribuciones lognormales para el precio de las acciones en tres meses; la línea discontinua muestra una distribución lognormal con la misma media y desviación estándar de esta distribución. Supongamos que las noticias favorables y las noticias desfavorables son igual de verosímiles.[5] Supongamos también que después de las noticias (favorables o desfavorables) la volatilidad será constante e igual al 20 por ciento en los siguientes tres meses.

Considere una opción de compra Europea a tres meses sobre estas acciones, con un precio de ejercicio de 50 dólares. Suponemos que el tipo de interés libre de riesgo es el 5 dólares anual. Dado que el anuncio se espera muy pronto, el precio de la opción suponiendo noticias

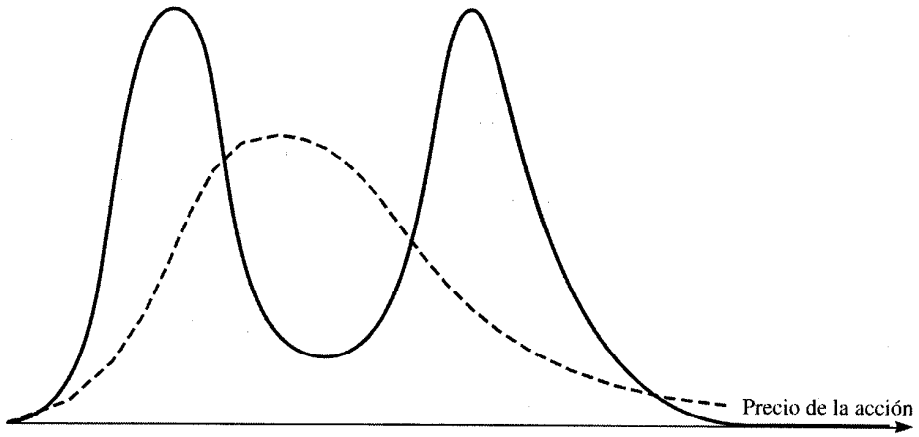


Figura 14.5. Efecto de un gran salto. La línea continua es la distribución auténtica; la línea discontinua es la distribución lognormal.

[5] Hablando estrictamente, suponemos que las probabilidades son iguales en un mundo neutral al riesgo.

favorables puede calcularse con la fórmula de Black-Scholes siendo $S_0 = 58$, $X = 50$, $r = 5$ por ciento, $\sigma = 20$ por ciento y $T = 0{,}25$. El precio obtenido es 8,743. De forma similar, el precio de la opción suponiendo noticias desfavorables puede ser calculado de la fórmula Black-Scholes con $S_0 = 42$, $X = 50$, $r = 5$ por ciento, $\sigma = 20$ por ciento y $T = 0{,}25$. El resultado es 0,101. El precio de la opción de compra hoy debería ser por tanto

$$0{,}5 \times 8{,}743 + 0{,}5 \times 0{,}101 = 4{,}422$$

La volatilidad implícita calculada a partir de este precio de la opción es 41,48 por ciento.

Puede hacerse un cálculo similar con otros precios de ejercicio y construirse así una curva de volatilidad. Los resultados están en la Tabla 14.3, y la curva de volatilidades se muestra en la Figura 14.6.[6] Obtenemos la situación opuesta a la de la Figura 14.1. Las opciones a dinero tienen volatilidades más elevadas que las opciones fuera de dinero o en dinero.

Tabla 14.3. Volatilidades implícitas en una situación en la que es inminente un importante anuncio.

Precio de ejercicio ($)	Precio ($) de la opción de compra si hay buenas noticias	Precio ($) de la opción de compra si hay malas noticias	Precio ($) de la opción de compra hoy	Volatilidad implícita (%)
35	23,435	7,471	15,453	30,95
40	18,497	3,169	10,833	35,46
45	13,565	0,771	7,168	39,94
50	8,743	0,101	4,422	41,48
55	4,546	0,008	2,277	39,27
60	1,764	0,000	0,882	35,66
65	0,494	0,000	0,247	32,50

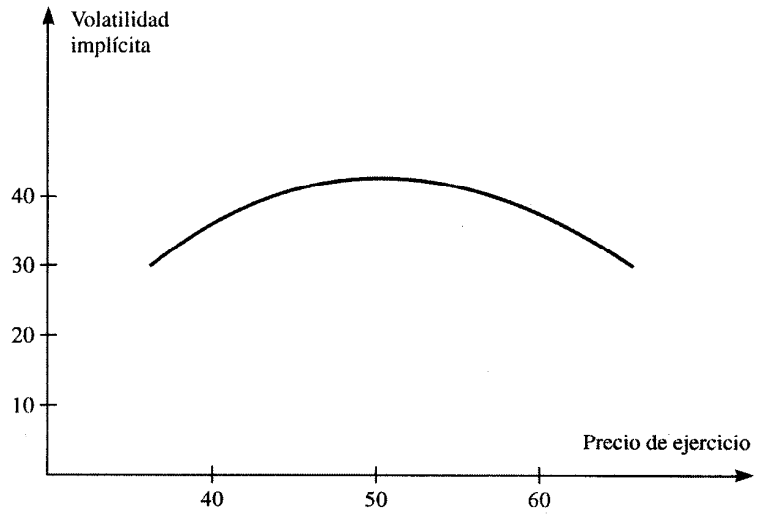


Figura 14.6. Curva de volatilidad para la situación de la Tabla 14.3.

[6] En este caso la sonrisa es un ceño fruncido.

14.6. INVESTIGACIÓN EMPÍRICA

Aparecen diversos problemas al intentar contrastar empíricamente el modelo Black-Scholes y otros modelos de valoración de opciones.[7] El primer problema es que cualquier hipótesis estadística sobre la valoración de opciones debe contrastar conjuntamente si: (1) la fórmula de valorar opciones es la correcta y (2) los mercados son eficientes. Si la hipótesis es rechazada, debería ocurrir que (1) es falsa, (2) es falsa, o que ambas sean falsas. Un segundo problema es que la volatilidad del precio de las acciones es una variable inobservable. Una posibilidad consiste en estimar la volatilidad a partir de datos históricos de precios de las acciones. Alternativamente, las volatilidades implícitas pueden ser usadas de alguna manera. Un tercer problema es que el investigador debe asegurarse que los datos del precio de las acciones y del precio de la opción están sincronizados. Por ejemplo, si la opción se negocia en un mercado estrecho, no parece aceptable comparar precios de opciones al cierre con precios de acciones al cierre. El precio de la opción al cierre podría corresponder a una transacción hecha a la 1:00 p.m., mientras el precio de las acciones al cierre puede corresponder a una operación de las 4:00 p.m.

Black y Scholes y Galai han contrastado si es posible obtener rendimientos por encima del tipo de interés libre de riesgo comprando opciones que están infravaloradas por el mercado (respecto al precio teórico) y vendiendo opciones que están sobrevaloradas por el mercado (respecto al precio teórico). Black y Scholes usaban datos del mercado de opciones *over-the-counter* con opciones protegidas de dividendos. Galai usaba datos del 'Chicago Board Options Exchange' (CBOE) donde las opciones no están protegidas contra los efectos de los dividendos en metálico. Galai usaba la aproximación de Black tal y como se describe en la Sección 11.10 para incorporar el efecto de dividendos anticipados en el precio de la opción. Ambos estudios muestran que, en ausencia de costes de transacción, pueden obtenerse rendimientos significativos por encima del tipo de interés libre de riesgo comprando opciones infravaloradas y vendiendo opciones sobrevaloradas. Pero es posible que estos beneficios extraordinarios sean posibles sólo para creadores de mercado (*market makers*) y que desaparezcan cuando se consideren los costes de transacción.

Algunos investigadores han decidido no hacer supuestos sobre el comportamiento de los precios de las acciones y han contrastado qué estrategias de arbitraje pueden utilizarse para obtener beneficios sin riesgo en mercados de opciones. Garman nos da un procedimiento computacional para encontrar cualquier posibilidad de arbitraje que pueda existir en una situación dada. Un estudio de Klemkosky y Resnick citado frecuentemente contrasta cuando se cumple la relación en la Ecuación (8.8). El estudio concluye que son posibles algunos pequeños beneficios a partir del arbitraje usando la relación. Éstos son debidos principalmente a la sobrevaloración de las opciones de compra Americanas.

Chiras y Manaster llevaron a cabo un estudio utilizando los datos del CBOE para comparar una volatilidad implícita ponderada de opciones sobre acciones en un momento con la volatilidad calculada a partir de datos históricos. Encuentran que la primera da un mejor pronóstico de la volatilidad del precio de las acciones durante la vida de la opción. Podemos concluir que los operadores de opciones están usando algo más que sólo datos históricos cuando determinan volatilidades futuras. Chiras y Manaster también contrastaron si era posible obtener beneficios por encima de la media a partir de la compra de opciones con volatilidades implícitas bajas y la venta de opciones con volatilidades implícitas elevadas. La estrategia mostraba un beneficio de un 10 por ciento mensual. El estudio de Chiras y Manaster puede ser interpretado

[7] Los estudios revisados en esta sección aparecen citados en las referencias del final del capítulo.

como un buen respaldo del modelo Black-Scholes, mostrando que el CBOE era ineficiente en algunos aspectos.

MacBeth y Merville contrastaron el modelo Black-Scholes utilizando un enfoque diferente. Observaron diferentes opciones de compra sobre las mismas acciones al mismo tiempo y compararon las volatilidades implícitas en los precios de la opción. Las acciones seleccionadas fueron AT&T, Avon, Kodak, Exxon, IBM y Xerox, y el periodo de tiempo considerado fue el año 1976. Encontraron que las volatilidades implícitas tendían a ser relativamente elevadas para opciones en dinero y relativamente bajas para opciones fuera de dinero. Una volatilidad relativamente elevada es indicativa de un precio de opción relativamente elevado, y una volatilidad implícita relativamente baja es indicativa de un precio de opción relativamente bajo. Entonces, si se supone que Black-Scholes valoran opciones a dinero correctamente, se puede concluir a partir de las observaciones que las opciones de compra fuera de dinero (precio de ejercicio elevado) están sobrevaloradas por Black-Scholes y las opciones de compra en dinero (precio de ejercicio bajo) están infravaloradas por Black-Scholes. Estos efectos resultan más pronunciados a medida que el tiempo para el vencimiento aumenta y aumenta el grado en el que la opción está dentro o fuera del dinero. Los resultados de MacBeth y Merville son consistentes con la Figura 14.3 y fueron confirmados por Lauterbach y Schultz en un estudio posterior centrado en precios de *warrants*.

Rubinstein ha llevado a cabo una investigación similar a la de MacBeth y Merville. No apareció ningún modelo claro de esta reciente investigación, pero su artículo de investigación de 1994, unido al de 1996 conjunto con Jackwerth da resultados consistentes con la Figura 14.3. Las opciones con precios de ejercicio bajos tienen volatilidades más elevadas que aquéllas con precios de ejercicio altos. Tal y como se menciona previamente en este capítulo, el apalancamiento y la correlación negativa resultante entre volatilidad y precio de las acciones pueden en parte explicar estos descubrimientos. También es posible que los inversores teman una repetición de la caída de 1987.

Algunos autores han investigado la valoración de opciones sobre activos diferentes de las acciones. Por ejemplo, Shastri y Tandon y Bodurtha y Courtadon han examinado los precios de mercado de opciones sobre divisas; en otro trabajo, Shastri y Tandon han examinado los precios de mercado de opciones sobre contratos de futuros; y Chance ha examinado los precios de mercado de opciones sobre índices.

En la mayoría de casos, el error de valoración por Black-Scholes no es suficiente para generar oportunidades de beneficio a los inversores cuando los costes de transacción y diferenciales entre precios ofertado y demandado se tienen en cuenta. Cuando se buscan oportunidades de beneficio es importante tener en mente que, incluso para un creador de mercado, debe transcurrir algún tiempo entre la identificación de una oportunidad de beneficio y la acción de aprovecharla. Esta demora, incluso si sólo ocurre hasta la siguiente operación, puede ser suficiente para eliminar la oportunidad de beneficio.

14.7. RESUMEN

El modelo Black-Scholes y sus extensiones suponen que la distribución de probabilidad del activo subyacente en cualquier momento futuro es lognormal. Este supuesto no es el realizado por los operadores. Éstos suponen que la distribución de probabilidad del precio de unas acciones tiene una cola izquierda más pesada y una cola derecha más delgada que la distribución lognormal. También suponen que la probabilidad del tipo de cambio tiene las colas derecha e izquierda más pesadas que la distribución lognormal.

Los operadores usan curvas de volatilidad para permitir la no lognormalidad en sus estimaciones. La curva —o sonrisa— de volatilidad define la relación entre la volatilidad implícita de una opción y su precio de ejercicio. Para opciones sobre acciones, la curva de volatilidad tiende a ser decreciente. Esto significa que las opciones de venta fuera de dinero y las opciones de compra en dinero suelen tener volatilidades implícitas elevadas mientras que las opciones de compra fuera de dinero y las opciones de venta en dinero tienden a presentar volatilidades implícitas bajas. Para opciones sobre divisas, la curva de volatilidad tiene forma de U. Las opciones claramente fuera de dinero (*deep-out-of-the-money*) y muy en dinero (*deep-in-the-money*) presentan volatilidades implícitas más elevadas que las opciones a dinero.

A menudo, los operadores también usan una estructura temporal de volatilidades. La volatilidad implícita de una opción depende en ese caso del tiempo que haya estado hábil. Cuando las curvas de volatilidad y las estructuras temporales de volatilidad se combinan producen una matriz de volatilidad. Ésta define la volatilidad implícita como una función del precio de ejercicio y del tiempo para su vencimiento.

Lecturas recomendadas

Bakshi, G., C. Cao, y Z. Chen, «Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models». *Journal of Finance* 52(5) (diciembre 1997): 2004-49

Black, F., «How to Use the Hotels in Black-Scholes». RISK (marzo 1988)

Black, F., y M. Scholes, «The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency». *Journal of Finance* 27 (mayo 1972): 399-418

Bodurtha, J. N., y G. R. Courtadon, «Tests of an American Option Pricing Model on the Foreign Currency Options Market». *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22 (junio 1987): 153-68

Chance, D. M., «Empirical Tests of the Pricing of Index Call Options». *Advances in Futures and Options Research* 1, pt. A (1986): 141-66

Chiras, D., y S. Manaster, «The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency». *Journal of Financial Economics* 6 (septiembre 1978): 213-34

Dumas, B., J. Fleming, y R. E. Whaley, «Implied Volatility Functions: Empirical Tests». *Journal of Finance* 53, 6 (diciembre 1998): 2059-2106

Galai, D., «Tests of Market Efficiency and the Chicago Board Options Exchange». *Journal of Business* 50 (abril 1977): 167-97

Garman, M., «An Algebra for Evaluating Hedge Portfolios». *Journal of Financial Economics* 3 (octubre 1976), 403-27

Harvey, C. R., y R. E. Whaley, «S&P 100 Index Option Volatility». *Journal of Finance* 46 (1991): 1551-61

Harvey, C. R., y R. E. Whaley, «Market Volatility Prediction and The Efficiency of the S&P 100 Index Option Market». *Journal of Financial Economics* 31 (1992): 43-73

Harvey, C. R., y R. E. Whaley, «Dividends and S&P 100 Index Option Valuations». *Journal of Futures Markets* 12 (1992): 123-37

Jackwerth, J. C., y M. Rubinstein, «Recovering Probability Distributions from Option Prices». *Journal of Finance* 51 (diciembre 1996): 1611-31

Klemkosky, R. C., y B. G. Resnick, «Put-Call Parity and Market Efficiency». *Journal of Finance* 34 (diciembre 1979): 1141-55

Lauterbach, B., y P. Schultz, «Pricing Warrants: An Empirical Study of the Black-Scholes Model and Its Alternatives». *Journal of Finance* 4(4) (septiembre 1990): 1181-1210

MacBeth, J. D., y L. J. Merville, «An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model». *Journal of Finance* 34 (diciembre 1979): 1173-86

Melick, W. R., y C. P. Thomas, «Recovering and Asset's Implied Probability Density Function from Option Prices: An Application to Crude Oil during the Gulf Crisis.» *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 32,1 (marzo 1997): 91-115

Rubinstein, M., «Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using All Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1978». *Journal of Finance* 40 (junio 1985): 455-80

Rubinstein, M., «Implied Binomial Trees». *Journal of Finance* 49, 3 (julio 1994): 771-818

Shastri, K., y K. Tandon, «An Empirical Test of a Valuation Model for American Options on Futures Contracts». *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 21 (diciembre 1986): 377-92

Shastri, K., y K. Tandon, «Valuation of Foreign Currency Options: Some Empirical Tests». *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 21 (junio 1986): 145-60

Xu, X., y S. J. Taylor, «The Term Structure of Volatility Implied by Foreign Exchange Options». *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 29 (1994): 57-74

Test (respuestas al final del libro)

14.1. ¿Qué esquema de volatilidades implícitas es probable observar cuando

a) ambas colas de la distribución de precios de acciones son más delgadas que en la distribución lognormal;

b) la cola derecha es más pesada y la cola izquierda es más delgada que en la distribución lognormal?

14.2. ¿Qué esquema de volatilidades implícitas es probable que sea observado para opciones a seis meses cuando la volatilidad es incierta y correlacionada positivamente con el precio de las acciones?

14.3. ¿Qué esquema de volatilidad implícita es probable que sea causado por saltos en el precio del activo subyacente? ¿Sería este esquema más pronunciado en una opción a seis meses que en una opción a tres meses?

14.4. Una opción de compra y una opción de venta tienen el mismo precio de ejercicio y tiempo para el vencimiento. Demuestre que la diferencia entre sus precios debería ser la misma para cualquier modelo de valoración de opciones.

14.5. Explique con cuidado por qué la Figura 14.4 es constante con la Figura 14.3.

14.6. El precio de mercado para una opción Europea de compra es de 3,00 dólares y su precio Black-Scholes es 3,50. El precio Black-Scholes de una opción Europea de venta con el mismo precio de ejercicio y tiempo para el vencimiento es de 1,00 dólar. ¿Cuál debería ser el precio de mercado de esta opción? Explique las razones de su respuesta.

14.7. El precio de una acción es en este momento de 20 dólares. Se espera mañana un anuncio que podría incrementarlo o reducirlo en 5 dólares. ¿Qué problemas habría en el uso de Black-Scholes para valorar una opción a un mes sobre la acción?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

14.8. ¿Cuáles son los principales problemas en la contrastación empírica de un modelo de valoración de opciones sobre acciones?

14.9. Suponga que la política del banco central consiste en permitir que el tipo de cambio fluctúe entre 0,97 y 1,03. ¿Qué esquema de volatilidades implícitas para opciones sobre el tipo de cambio esperaría usted ver?

14.10. Los operadores en opciones se refieren a las opciones claramente fuera de dinero (*deep-out-of-the-money*) como opciones sobre la volatilidad. ¿Por qué cree que hacen esto?

14.11. Una opción Europea de compra sobre ciertas acciones tiene un precio de ejercicio de 30 dólares, le falta un año para el vencimiento y tiene una volatilidad implícita del 30 por ciento. Una opción Europea de venta sobre estas mismas acciones tiene un precio de ejercicio de 30 dólares le falta también un año para su vencimiento y tiene una volatilidad implícita del 33 por ciento. ¿Qué oportunidad de arbitraje se le presentaría a un posible operador? ¿Funcionaría el arbitraje sólo cuando fuese cierto el supuesto de lognormalidad subyacente en Black-Scholes? Explique cuidadosamente las razones de su respuesta.

14.12. Suponga que mañana va a anunciarse el resultado de un importante juicio que afecta a Microsoft. Las acciones de Microsoft cotizan hoy a 60 dólares. Si el veredicto fuese favorable a Microsoft, se espera que el precio de la acción suba a 75 dólares. Si es desfavorable se espera que baje a 50 dólares. ¿Cuál sería la probabilidad neutral al riesgo de un veredicto favorable? Suponga que la volatilidad de Microsoft fuese del 25 por ciento para seis meses tras el veredicto si el veredicto es favorable y del 40 por ciento si es desfavorable. Use DerivaGem para calcular la relación entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio a seis meses para opciones Europeas sobre Microsoft. Microsoft no paga dividendos. Suponga que el tipo de interés libre de riesgo fuese el 6 por ciento. Considere opciones de compra con precios de ejercicio de 30, 40, 50, 60, 70 y 80 .

14.13. Un tipo de cambio es en la actualidad 0,8000. La volatilidad del tipo de cambio está registrada como del 12 por ciento y los tipos de interés en los dos países son iguales. Usando el supuesto lognormal, estime la probabilidad de que el tipo de cambio en tres meses sea (a) inferior a 0,7000, (b) esté entre 0,7000 y 0,7500, (c) entre 0,7500 y 0,8000, (d) entre 0,8000 y 0,8500 , (e) entre 0,8500 y 0,9000, y (f) mayor que 0,9000. Basándonos en la curva de volatilidad normalmente observada en el mercado de tipos de cambio, ¿cuáles de estas estimaciones esperaría usted que fuesen demasiado bajas y cuáles demasiado altas?

14.14. El precio de una acción es de 40 dólares. Una opción Europea de compra sobre la acción con un precio de ejercicio de 30 dólares tiene una volatilidad implícita del 35 por ciento. Una opción Europea de compra a seis meses sobre las acciones con un precio de ejercicio de 50 dólares tiene una volatilidad implícita del 28 por ciento. El tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento y no se esperan dividendos. Explique por qué son diferentes las dos volatilidades implícitas Use Deriva Gem para calcular los precios de las dos opciones. Use la *paridad put-call* para calcular los precios de unas opciones Europeas de venta a seis meses con precios de ejercicio de 30 y 50 dólares. Use Deriva Gem para calcular las volatilidades implícitas de estas dos opciones de venta.

14.15. «El modelo Black-Scholes es utilizado por los operadores como herramienta para la interpolación.» Comente esta frase.

Preguntas de repaso

14.16. Las acciones de una empresa se están vendiendo a 4 dólares. La empresa no tiene deudas. Los analistas consideran que el valor de liquidación de la empresa es de al

menos 300.000 dólares y hay 100.000 acciones en circulación. ¿Qué curva de volatilidad esperaría ver en este caso?

14.17. Una empresa está esperando el resultado de un importante juicio. Se espera conocerlo dentro de un mes. El precio de las acciones es en la actualidad de 20 dólares. Si el resultado es positivo, se espera que el precio de la acción sea de 24 dólares al final del mes. Si el resultado es negativo, se espera entonces que sea de 18 dólares. El tipo de interés libre de riesgo para ese mes es del 8 por ciento anual.

a) ¿Cuál es la probabilidad neutral al riesgo de un resultado positivo?
b) ¿Cuáles son los precios de las opciones de compra a un mes con precios de ejercicio de 19, 20, 21, 22 y 23 dólares?
c) Use DerivaGem para calcular la curva de volatilidad para las opciones de compra a un mes.
d) Verifique que se obtiene la misma curva de volatilidad para opciones de venta a un mes.

14.18. El precio de un futuro es en la actualidad de 40 dólares. El tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento. Se espera una noticia para mañana que causará una volatilidad para los próximos tres meses o bien del 10 por ciento o bien del 30 por ciento. Hay un 60 por ciento de probabilidad del primer resultado y un 40 por ciento de probabilidad del segundo resultado. Use DerivaGem para calcular la curva de volatilidad para la opción a tres meses.

14.19. Puede encontrar datos para un cierto número de divisas en la página Web del autor:

http://www.rotman.utoronto.ca/~hull

Seleccione una divisa y utilice los datos para producir una tabla similar a la Tabla 14.1.

14.20. Puede encontrar datos sobre índices de acciones en la página Web del autor:

http://www.rotman.utoronto.ca/~hull

Seleccione un índice y contraste si un movimiento de tres desviaciones estándar hacia abajo es más frecuente que un movimiento de tres desviaciones estándar hacia arriba.

" INTRODUCCIÓN A LOS MERCADOS DE FUTUROS Y OPCIONES "

Contiene: Caps. 15-17

AUTOR : Hull, J. C. (John C.).

FOTOCOPIADO DE : Introducción a los mercados de futuros y opciones / John C. Hull. -- 4a. ed. -- Madrid : Prentice Hall, 2002

CÁTEDRA : Finanzas II

PROFESOR : Eduardo Acuña

SEMESTRE :

" USO EXCLUSIVO ALUMNOS FACEA , PARA FINES DE DOCENCIA E INVESTIGACIÓN "

CAPÍTULO 15

Las letras griegas

Una institución financiera que vende una opción a un cliente en el mercado *over-the-counter* se enfrenta al problema de gestionar su riesgo. Si la opción fuese igual que alguna negociada en un mercado organizado, la institución financiera puede neutralizar su exposición comprando en el mercado las mismas opciones que ha vendido a sus clientes. No obstante, cuando las opciones han sido adaptadas a las necesidades de los clientes y no corresponden a los activos financieros estandarizados negociados por los mercados, la institución financiera puede encontrarse con que el problema de la cobertura frente a su exposición es bastante más difícil.

En este capítulo hablaremos de algunos de los planteamientos alternativos para este problema. Cubrimos lo que comúnmente se conoce como 'letras Griegas', o simplemente 'Griegas'. Cada letra griega mide una dimensión diferente del riesgo en una posición de una opción y el objetivo del operador es gestionar estos coeficientes ('Griegas') de forma que todos los riesgos sean aceptables. El análisis presentado es aplicable tanto a creadores de mercado (*market makers*) como a instituciones financieras.

Hacia el final del capítulo consideraremos la creación sintética de opciones. Esto resulta estar muy relacionado con la cobertura con opciones. Cear una opción sintéticamente es esencialmente lo mismo que cubrir la posición opuesta a la opción. Por ejemplo, crear sintéticamente una posición larga en una opción de compra es lo mismo que cubrir una posición corta en una opción de compra.

15.1. ILUSTRACIÓN

En las siguientes seciones utilizaremos como ejemplo la posición de una insititución financiera que ha vendido por 300.000 dólares una opción Europea de compra sobre 100.000 acciones

de unas acciones que no pagan dividendos. Consideraremos que el precio de las acciones es de 49 dólares, el precio de ejercicio es de 50 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento anual, la volatilidad del precio de las acciones es del 20 por ciento anual, el tiempo para el vencimiento es de 20 semanas (0,3846 años), y el rendimiento esperado de las acciones es un 13 por ciento anual.[1] Con nuestra notación habitual, esto significa que

$$S_0 = 49, \quad X = 50, \quad r = 0,05, \quad \sigma = 0,02, \quad T = 0,3846, \quad \mu = 0,13$$

El precio Black-Scholes de la opción es aproximadamente de 240.000 dólares. La institución financiera, por lo tanto, ha vendido la opción por 60.000 dólares por encima de su valor teórico. No obstante se enfrenta con el problema de cubrir los riesgos.[2]

15.2. POSICIONES CUBIERTAS Y DESCUBIERTAS

Una estrategia abierta a la institución financiera es no hacer nada. Esto es lo que se conoce como una *posición descubierta*. Es una estrategia que funciona bien si el precio de la acción es inferior a 50 dólares dentro de 20 semanas. Esta opción no cuesta nada a la institución financiera y genera un beneficio de 300.000 dólares. Una posición descubierta funciona peor si se ejerce la opción de compra pues la institución financiera tendrá que comprar 100.000 acciones al precio de mercado dentro de 20 semanas para cubrir la opción de compra. El coste para la institución financiera será de 100.000 veces la cantidad por la que el precio de las acciones exceda al precio de ejercicio. De esta manera, si después de 20 semanas el precio de las acciones es 60 dólares, la opción costará a la institución financiera 1.000.000 de dólares, cifra considerablemente superior a la prima de 300.000 dólares recibida.

Como una alternativa a la posición descubierta, la institución financiera puede adoptar una *posición cubierta*. Ésta implica comprar 100.000 acciones tan pronto como la opción haya sido vendida. Si la opción se ejerce, la estrategia funciona bien, pero en otras circunstancias puede generar una pérdida significativa. Por ejemplo, si el precio de las acciones baja a 40 dólares, la institución financiera perdería 900.000 dólares sobre su posición en las acciones. De nuevo, esto es mucho más que los 300.000 dólares cobrados por la opción.[3]

Ni la posición descubierta ni la posición cubierta proporcionan una cobertura satisfactoria. Si los supuestos subyacentes a la fórmula de Black-Scholes se mantienen, el coste de emitir la opción para la institución financiera siempre debe ser 240.000 dólares como valor medio de ambos planteamientos.[4] No obstante, en cualquier ocasión el coste puede ir de cero a 1.000.000 de dólares. Una cobertura perfecta aseguraría que el coste siempre sería 240.000 dólares. Para una cobertura perfecta la desviación estándar del coste de emitir y cubrir la opción es cero.

[1] Se ha demostrado en los Capítulos 10 y 11 que el rendimiento esperado es irrelevante para valorar una opción. Sin embargo, puede tener alguna influencia sobre la efectividad de un proyecto de cobertura determinado.

[2] Las instituciones financieras no suelen emitir opciones de compra sobre acciones individuales. Sin embargo, una opción de compra sobre una acción es un ejemplo que nos conviene para desarrollar nuestro argumento. Las conclusiones que se obtienen se pueden aplicar a otros tipos de opción y otros derivados.

[3] La paridad fundamental *put-call* muestra que el origen derivado de la emisión de una opción de compra cubierta es igual al derivado de la emisión de una opción de venta descubierta.

[4] Más precisamente, el valor actual del coste esperado es 240.000 dólares en ambas alternatvas suponiendo que se utilizan los adecuados tipos de descuento ajustados por riesgo.

15.3. ESTRATEGIA PARA FRENAR PÉRDIDAS *(STOP-LOSS)*

Una cobertura interesante que a veces se propone implica una *estrategia para frenar pérdidas*. Para ilustrar la idea básica, consideremos una institución que ha emitido una opción de compra con un precio de ejercicio de X para la compra de una acción. El proyecto de cobertura implica comprar las acciones tan pronto como el precio suba por encima de X y venderlas tan pronto como su precio caiga por debajo de X. El objetivo es mantener una posición descubierta cuando el precio de las acciones es menor que X y una posición cubierta cuando el precio de las acciones es mayor que X. El proyecto pretende asegurar que la institución tiene las acciones en el momento t si la opción cierra en dinero y no tienen las acciones si la opción cierra fuera de dinero. Esta estrategia genera pagos que son iguales a los pagos de la opción. En la situación ilustrada en la Figura 15.1, esto implica comprar las acciones en el momento t_1, venderlas en el momento t_2, comprarlas en el momento t_3, venderlas en el momento t_4, comprarlas en el momento t_5 y entregarlas en el momento T.

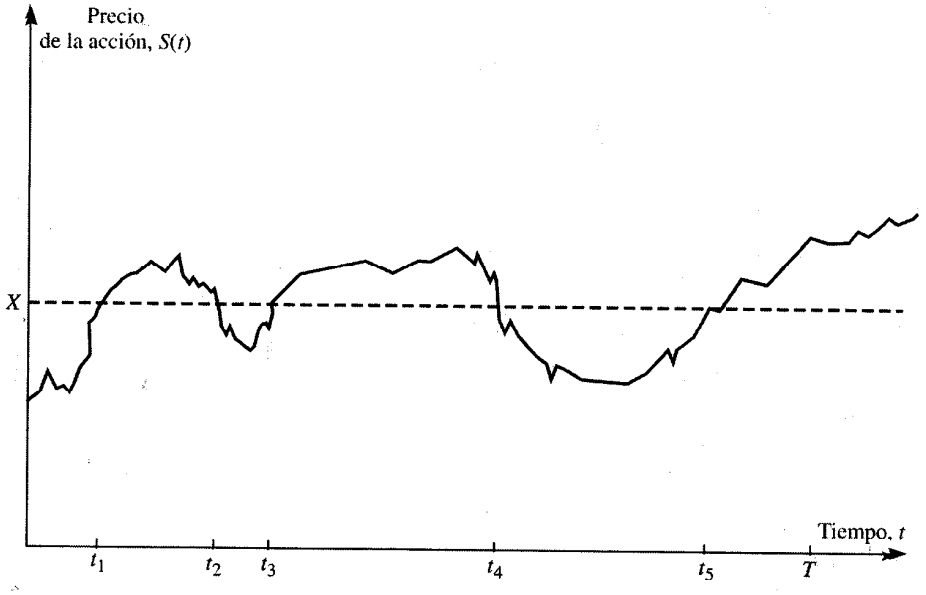


Figura 15.1. Una estrategia para frenar pérdidas (*stop-loss*).

Como es habitual, denotamos el precio inicial de las acciones por S_0. El coste inicial de establecer la cobertura es S_0 si $S_0 > X$ y cero si no se cumple esta desigualdad. Como una primera aproximación, el coste total, Q, de emitir y cubrir la opción vendría dado por el valor intrínseco de la opción:

$$Q = \text{maax}\,(S_0 - X,\, 0) \qquad \textbf{(15.1)}$$

debido a que todas las compras y ventas posteriores al momento cero se hacen a un precio X. Si esto fuese correcto, el proyecto de cobertura funcionaría perfectamente en ausencia de costes de transacción. Además, el coste de cubrir la opción siempre sería menor que su precio Black-Scholes. De esta manera, un inversor podría ganar beneficios libres de riesgo emitiendo opciones y cubriéndolas.

Hay dos razones básicas por las que la Ecuación (15.1) es incorrecta. La primera es que los flujos de caja para el coberturista ocurren en momentos diferentes y deben ser desconta-

dos. La segunda es que las compras y las ventas no pueden hacerse exactamente al mismo precio X. Este segundo punto es crítico. Si consideramos un mundo neutral al riesgo con tipos de interés nulos, podemos justificarlo ignorando el valor temporal del dinero. Sin embargo, no podemos suponer legítimamente que las compras y las ventas se hagan al mismo precio. Si los mercados son eficientes, el coberturista no puede saber si, cuando el precio de las acciones es igual a X, éste continuará por encima o por debajo de X.

Como una cuestión práctica, las compras se harán al precio $X + \varepsilon$ y las ventas se harán al precio $X - \varepsilon$, siendo ε un número pequeño positivo. De esta manera, cada compra y posterior venta implican un coste (adicional a los costes de transacción) de 2ε . Una reacción natural por parte del coberturista es la de controlar los movimentos del precio más atentamente con lo cual ε se reduce. Suponiendo que los precios de las acciones cambian de modo continuo, ε puede hacerse tan pequeño como se desee controlando los precios de las acciones atentamene. No obstante, a medida que ε se hace más pequeño, las operaciones tienden a ocurrir más frecuentemente. De esta manera, aunque el coste por operación se reduce, esto se contrarresta con el mayor número de operaciones. Cuando $\varepsilon \to 0$, el número esperado de operaciones tiende a infinito.

A pesar de su aparente atractivo, una estrategia para frenar las pérdidas no funciona muy bien como estrategia de cobertura. Considere una opción fuera de dinero. Si el precio de ejercicio nunca alcanza el precio de ejercicio X, el esquema de cobertura no cuesta nada. Si la trayectoria del precio de las acciones es tal que el precio de las acciones es igual a X muchas veces, el proyecto tiende a ser bastante caro. La simulación de Monte Carlo puede utilizarse para evaluar el funcionamiento global del proyecto. Esta simulación conlleva trayectorias aleatorias para el precio de la acción y la observación del resultado de la cobertura. La Tabla 15.1 muestra los resultados para la opción considerada anteriormente. Suponemos que el precio de las acciones se observa al final de una serie de intervalos de tiempo de duración δt.[5] La medida del funcionamiento de la cobertura es el ratio de la desviación estándar del coste de cubrir la opción dividida por el precio Black-Scholes de la opción. Cada resultado se basa en 1.000 trayectorias muestrales para el precio de la acción y tiene un error estándar de aproximadamente el 2 por ciento. Parece imposible producir un valor para la medida del funcionamiento de la cobertura por debajo de 0,70 independientemente de lo pequeño que se considere δt.

Tabla 15.1. Funcionamiento en una estrategia para frenar pérdidas (la media utilizada es el cociente entre la desviación estándar del coste de emitir y cubrir la opción dividida por el precio teórico de la acción).

δt (semanas)	5	4	2	1	0,50	0,25
Funcionamiento de la cobertura	1,02	0,93	0,82	0,77	0,76	0,76

15.4. COBERTURA DELTA

La mayoría de los operadores utilizan estrategias de cobertura más sofisticadas que las que acabamos de describir. Estas estrategias incluyen el cálculo de medidas como delta, gamma y vega. En esta sección consideraremos el papel jugado por delta.

[5] La regla precisa de cobertura usada fue como sigue. Si el precio de la acción asciende de por debajo de X a por encima de X en un intervalo de tiempo Δt, se compra al final del intervalo. Si desciende de por encima de X a por debajo de X en ese intervalo de tiempo, se venderá al final del intervalo. De otra forma no se hará nada.

Hemos presentado la *delta* de una opción, Δ, en el Capítulo 10. Se define como el cociente entre el cambio del precio de la opción con respecto al cambio en el precio del activo subyacente. Es la pendiente de la curva que relaciona el precio de la opción con el precio del activo subyacente. Supongamos que la delta de una opción de compra sobre unas acciones es 0,6. Esto significa que cuando el precio de las acciones varía en una pequeña cantidad, el precio de la opción varía en un 60 por ciento de esta cantidad. La Figura 15.2 muestra la relación entre el precio de la opción de compra y el precio de las acciones subyacentes. Cuando el precio de las acciones corresponde al punto A, el precio de la opción corresponde al punto B, y Δ es el gradiente indicado. El general, la delta de una opción de compra es igual a

$$\frac{\delta c}{\delta S}$$

donde δS es un pequeño cambio en el precio de las acciones y δc es el cambio resultante en el precio de la opción de compra.

Supongamos que, en la Figura 15.2 el precio de las acciones es 100 dólares y el precio de la opción es 10 dólares. Imaginemos un inversor que ha vendido 20 contratos de opciones de compra, es decir, opciones para la compra de 2.000 acciones. La posición del inversor podría cubrirse comprando 0,6 × 2.000 = 1.200 acciones. El beneficio (pérdida) sobre la posición de la opción tendería a compensarse por la pérdida (beneficio) sobre la posición de las acciones. Por ejemplo, si el precio de las acciones sube en 1 dólar (produciendo un beneficio de 1.200 dólares sobre las acciones compradas), el precio de la opción tenderá a subir en 0,6 × 1 = 0,60 dólares (produciendo una pérdida de 1.200 dólares sobre las opciones emitidas); si el precio de la opción baja en 1 dólar (produciendo una pérdida de 1.200 dólares sobre las acciones compradas), el precio de la opción tenderá a bajar en 0,60 dólares (produciendo un beneficio de 1.200 dólares sobre las opciones emitidas).

En este ejemplo, la delta de la posición de la opción del inversor es 0,6 × (−2.000 = −1.200. En otras palabras, el inversor pierde 1.200 δS cuando el precio de la acción aumenta en δS. La delta de las acciones, por definición, es 1,0 y la posición larga en 1.200 acciones tiene una delta de +1.200. La delta de la posición global de un inversor, por lo tanto, es cero. La delta de la posición del activo compensa la delta de la posición de la opción. A una posición con una delta de cero se la llama *delta neutral.*

Es imporante darse cuenta que la posición del inversor sólo permanece cubierta (o es delta neutral) durante un período de tiempo relativamente corto. Esto es porque la delta cambia en

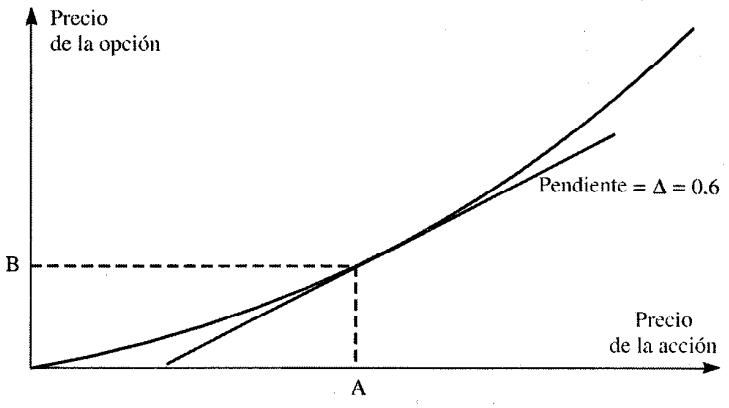


Figura 15.2. Cálculo de delta.

Tabla 15.2. Uso de la cobertura delta.

Fuente: Mesa del operador

Un inversor ha vendido 20 contratos de opciones (2.000 opciones) sobre ciertas acciones. El precio de la opción es 10 dólares, el precio de las acciones es 100 dólares, y la delta de la opción es 0,6. El inversor desea cubrir la posición.

Estrategia

El inversor compra inmediatamente $0{,}6 \times 2.000 = 1.200$ acciones. Durante el próximo período corto de tiempo el precio de la opción de compra tenderá a variar en un 60 por ciento del precio de las acciones y el beneficio (pérdida) sobre la opción de compra se compensará con la pérdida (beneficio) sobre las acciones. Con el paso del tiempo, la delta cambiará y la posición en las acciones tendrá que ajustarse. Por ejemplo, si después de tres días, la delta aumenta a 0,65, tendrá que comprar $0{,}05 \times 2.000 = 100$ acciones adicionales.

el tiempo. En la práctica la cobertura debe ajustarse periódicamente. Esto se conoce como *reajuste (de la cartera)*. En nuestro ejemplo, al cabo de tres días el precio de las acciones puede subir a 110 dólares. Como se indica en la Figura 15.2, un aumento en el precio de las acciones produce un incremento en delta. Supongamos que la delta sube de 0,60 a 0,65. Esto significaría que se tendrían que comprar $0{,}05 \times 2.000 = 100$ acciones adicionales para mantener la cobertura. Este ejmplo está sintetizado en la Tabla 15.2.

Las estrategias de cobertura que implican reajustes frecuentes son un ejemplo de *estrategias de cobertura dinámicas*. Pueden ser contrastadas con las *estrategias de cobertura estáticas*, en las que la cobertura se fija inicialmente y nunca se ajusta. Las estrategias de cobertura estáticas suelen denominarse estrategias de *cubrir y olvidarse* (*hedge-and-forget*).

La delta está estrechamente relacionada con el análisis Black-Scholes. Como explicamos en el Capítulo 11, Black y Scholes demostraron que es posible establecer una cartera libre de riesgo consistente en una posición en una opción sobre acciones y una posición en las acciones. Expresado en términos de Δ, la cartera de Black y Scholes es

-1: opción

$+\Delta$: acciones del stock

Utilizando nuestra nueva terminología, podemos decir que Black-Scholes valoraron opciones estableciendo una posición delta-neutral y argumentando que el rendimiento de la posición debe ser el tipo de interés libre de riesgo.

Delta de las opciones Europeas

Para una opción Europea de compra sobre acciones que no pagan dividendos, puede demostrarse que

$$\Delta = N(d_1)$$

donde d_1 está definida en la Ecuación (11.5). Utilizar la cobertura delta para una posición corta en una opción Europea de compra, por lo tanto, implica mantener una posición larga de $N(d_1)$ acciones en todo momento. De forma similar, utilizar la cobertura delta para una posi-

ción larga en una opción Europea de compra implica mantener una posición corta de $N(d_1)$ acciones en cualquier momento dado.

Para una opción Europea de venta sobre acciones que no pagan dividendos, la delta viene dada por

$$\Delta = N(d_1) - 1$$

Delta es negativa, lo que significa que se debe cubrir una posición larga en una opción de venta con otra posición larga en las acciones subyacentes, y una posición corta en una opción de venta debe cubrirse con otra posición corta en las acciones subyacentes. La variación de la delta de una opción de compra y una opción de venta con respecto al precio de las acciones se muestra en la Figura 15.3. La Figura 15.4 muestra la variación de delta con respecto al vencimiento para una opción de compra a dinero, en dinero, y fuera de dinero.

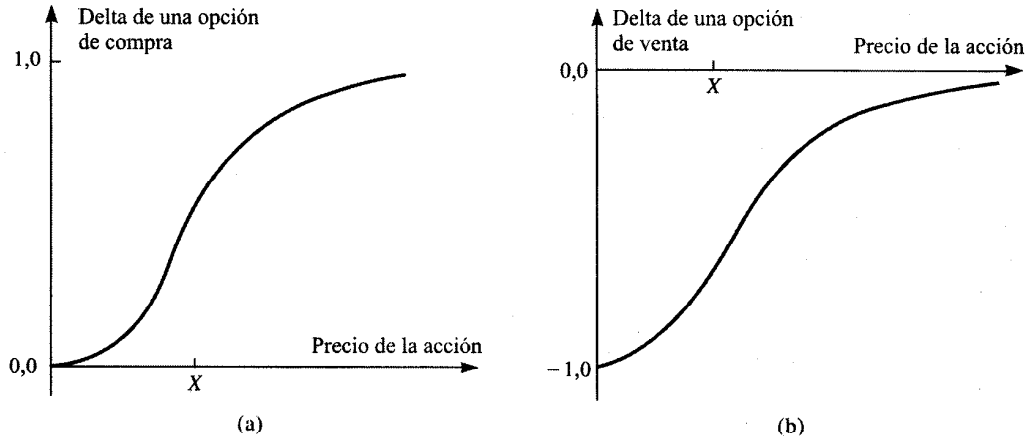


Figura 15.3. Variación de delta con el precio de la acción: (a) caso de la opción de compra y (b) caso de la oopción de venta sobre unas acciones que no pagan dividendos.

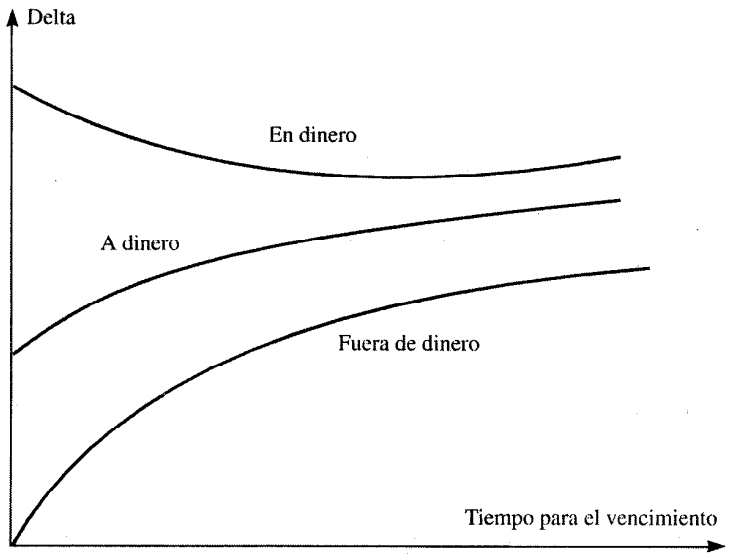


Figura 15.4. Gráficos típicos de variación de delta con respecto al tiempo para el vencimiento en una opción de compra.

Delta de otras opciones Europeas

Para opciones de compra Europeas sobre una acción que paga un dividendo continuo, q,

$$\Delta = e^{-qT}N(d_1)$$

donde d_1 está definido en la Ecuación (12.4). Para opciones Europeas de venta sobre el activo,

$$\Delta = e^{-qT}[N(d_1) - 1]$$

Cuando el activo es un índice bursátil, estas fórmulas son correctas si q es igual al rendimiento por dividendo del índice. Cuando el activo es una divisa, las fórmulas correctas se obtienen sustituyendo q por el tipo de interés extranjero libre de riesgo r_f. Cuando el activo es un contrato de futuros, las fórmulas son correctas si hacemos q igual al tipo de interés doméstico libre de riesgo r.

Ejemplos

Un banco ha vendido opciones Europeas de venta a seis meses para vender 1.000.000 de libras a un tipo de cambio de 1,6000 y desea que su cartera sea delta neutral. Supongamos que el tipo de cambio actual es 1,6200, el tipo de interés libre de riesgo en el Reino Unido es del 13 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo en Estados Unidos es del 10 por ciento anual, y la volatilidad de la libra esterlina es del 15 por ciento. En este caso $S_0 = 1{,}6200$, $X = 1{,}6000$, $r = 0{,}10$, $f_f = 0{,}13$, $\sigma = 0{,}15$ y $T = 0{,}5$. La delta de una opción de venta sobre esta divisa es

$$[N(d_1) - 1]e^{-r_f T}$$

donde d_1 viene dado por la Ecuación (12.9). Puede demostrarse que

$$d_1 = 0{,}0287, \qquad N(d_1) = 0{,}5115$$

con lo que la delta de la opción de venta es $-0{,}458$. Ésta es la delta de una posición larga en una opción. (Esto significa que, si el tipo de cambio subre δS, el precio de la opción de venta baja en un 45,8 por ciento de δS.) La delta de la posición corta total del banco es 458.000 Libras. La cobertura delta, por lo tanto, necesita que se establezca inicialmente una posición corta en libras esterlinas de 458.000 libras. Esta posición corta en libras presenta una delta de -458.000 y neutraliza la delta de la posición de la opción.

Delta de contratos a plazo

El concepto de delta puede aplicarse a otros instrumentos financieros diferentes de las opciones. Consideremos los contratos a plazo sobre acciones que no pagan dividendos. La Ecuación (3.9) muestra que el precio de un contrato a plazo es $S_0 - Ke^{-rT}$, donde K es el precio de entrega y T es el tiempo para el vencimiento. Cuando el precio de las acciones varía en δS, con todo lo demás permaneciendo constante, el precio de un contrato a plazo sobre las acciones también varía en δS. La delta de un contrato a plazo sobre la acción es, por lo tanto, siempre 1,0. Esto significa que una posición corta en un contrato a plazo sobre una acción puede

cubrirse comprando una acción, mientras que una posición larga en un contrato a plazo sobre una acción puede cubrirse vendiendo a corto una opción.[6]

Para un activo que pagase un dividendo continuo q, la Ecuación (3.11) muestra que la delta del contrato a plazo es e^{-qT}. En el caso de un índice bursátil, q se fija igual al rendimiento por dividendo del índice. Para divisas, se fija igual al tipo de interés extranjero libre de riesgo, r_f.

Delta de un contrato de futuros

De la ecuación (3.5), el precio del futuro para un contrato sobre una acción que no paga dividendo es S_0e^{rT}, donde T es el tiempo para el vencimiento del contrato de futuros. Esto muestra que cuando el precio de la acción cambia en δS, permaneciendo todo lo demás constante, el precio del futuro cambia en δSe^{rT}. Dado que los contratos de futuros se ajustan diariamente al mercado, quien mantenga una posición larga en este tipo de contratos gana casi inmediatamente esta cantidad. La delta de un contrato de futuros es, por tanto, e^{rT}. Para un contrato de futuros sobre un activo que paga un dividendo continuo q, la Ecuación (3.7) muestra de forma similar que la delta es $e^{(r-q)T}$. Es interesante que el impacto del ajuste al mercado sea hacer que las deltas de los contratos a plazo y de futuros sean ligeramente distintas. Esto es cierto incluso cuando los tipos de interés son constantes y el precio a plazo iguala al precio de futuro.

En ocasiones se utiliza un contrato de futuros para conseguir una posición delta-neutral. Definimos

T: Vencimiento del contrato de futuros.

H_A: Posición requerida en el activo para la cobertura delta.

H_F: Posición alternativa requerida en contratos de futuros para la cobertura delta.

Si el activo subyacente es una acción que no paga dividendos, el análisis que acabamos de realizar nos dará:

$$H_F = e^{-rT}H_A \tag{15.2}$$

Cuando el activo subyacente paga un dividendo continuo q,

$$H_F = e^{-(r-q)T}H_A \tag{15.3}$$

Para un índice bursátil hacemos q igual al rendimiento por dividendo del índice; para divisas hacemos q igual al tipo de interés extranjero libre de riesgo r_f, de forma que

$$H_F = e^{-(r-r_f)T}H_A \tag{15.4}$$

Ejemplos

Consideremos la opción del ejemplo anterior donde la cobertura mediante divisas requería una posición corta en 458.000. A partir de la ecuación (15.4), se deduce que la cobertura utilizando futuros a nueve meses sobre divisas requiere una posición corta en futuros por valor de

$$e^{-(0,10-0,13)\times 9/12}458.000$$

[6] Éstas son estrateigas «de cubir y olvidar». Como delta es siempre 1,0 no se necesitan realizar ajustes de la posición en acciones durante la vida del contrato.

o 468.442 libras. Como cada contrato de futuros permite comprar o vender 62.500 libras, esto significa que deben tomarse siete posiciones cortas en contratos de futuros. (Siete es el número entero más cercano a 468.442/62.500.)

Aspectos dinámicos de las coberturas delta

Las Tablas 15.3 y 15.4 proporcionan dos ejemplos de la operación de cobertura delta para el ejemplo considerado anteriormente en la Sección 15.1. Suponemos que la cobertura se ajusta semanalmente. En la Tabla 15.3 se calcula la delta incial como 0,522. Esto significa que tan pronto se emite la opción, se deben pedir prestados 2.557.800 dólares para comprar 52.200 acciones a un precio de 49 dólares. Como el tipo de interés es el 5 dólares, se incurre un coste de intereses de 2.500 dólares en la primera semana.

En la tabla 15.3 el precio de las acciones cae al final de la primera semana a 48,12 dólares. Esto reduce la delta a 0,458, vendiéndose 6,400 acciones para mantener la cobertura. Esto

Tabla 15.3. Simulación de la cobertura delta. La opción cierra en dinero. El coste de la cobertura es 263,300 dólares.

Semana	Precio de las acciones	Delta	Acciones compradas	Coste de las acciones compradas (miles de dólares)	Coste acumulado (incluyendo intereses en miles de dólares)	Coste de interés (miles de dólares)
0	49,00	0,522	52.200	2.557,8	2.557,8	2,5
1	48,12	0,458	(6.400)	(308,0)	2.252,3	2,2
2	47,37	0,400	(5.800)	(274,7)	1.979,8	1,9
3	50,25	0,596	19.600	984,9	2.996,6	2,9
4	51,75	0,693	9.700	502,0	3.471,5	3,3
5	53,12	0,774	8.100	430,3	3.905,1	3,8
6	53,00	0,771	(300)	(15,9)	3.893,0	3,7
7	51,87	0,706	(6.500)	(337,2)	3.559,5	3,4
8	51,38	0,674	(3.200)	(164,4)	3.398,5	3,3
9	53,00	0,787	11.300	598,9	4.000,7	3,8
10	49,88	0,550	(23.700)	(1.182,2)	2.822,3	2,7
11	48,50	0,413	(13.700)	(664,4)	2.160,6	2,1
12	49,88	0,542	12.900	643,5	2.806,2	2,7
13	50,37	0,591	4.900	246,8	3.055,7	2,9
14	52,13	0,768	17.700	922,7	3.981,3	3,8
15	51,88	0,759	(900)	(46,7)	3.938,4	3,8
16	52,87	0,865	10.600	560,4	4.502,6	4,3
17	54,87	0,978	11.300	620,0	5.126,9	4,9
18	54,62	0,990	1.200	65,5	5.197,3	5,0
19	55,87	1,000	1.000	55,9	5.258,2	5,1
20	57,25	1,000	0	0,0	5.263,3	

Tabla 15.4. Simulación de la cobertura delta. La opción cierra fuera de dinero. El coste de la cobertura es 256,600 dólares.

Semana	Precio de las acciones	Delta	Acciones compradas	Coste de las acciones compradas (miles de dólares)	Coste acumulado (incluyendo intereses en miles de dólares)	Coste de interés (miles de dólares)
0	49,00	0,522	52.200	2.557,8	2.557,8	2,5
1	49,75	0,568	4.600	228,9	2.789,2	2,7
2	52,00	0,705	13.700	712,4	3.504,3	3,4
3	50,00	0,579	(12.600)	730,0)	2.877,7	2,8
4	48,38	0,459	(12.000)	(580,6)	2.299,9	2,2
5	48,25	0,443	(1.600)	(77,2)	2.224,9	2,1
6	48,75	0,475	3.200	156,0	2.383,0	2,3
7	49,63	0,540	6.500	322,6	2.707,9	2,6
8	48,25	0,420	(12.000)	(579,0)	2.131,5	2,1
9	48,25	0,410	(1.000)	(48,2)	2.085,4	2,0
10	51,12	0,658	23.800	1.267,8	3.355,2	3,2
11	51,50	0,692	3.400	175,1	3.533,5	3,4
12	49,88	0,542	(15.000)	(748,2)	2.788,7	2,7
13	49,88	0,538	(400)	(20,0)	2.771,4	2,7
14	48,75	0,400	(13.800)	(672,7)	2.101,4	2,0
15	47,50	0,236	(16.400)	(779,0)	1.324,4	1,3
16	48,00	0,261	2.500	120,0	1.445,7	1,4
17	46,25	0,062	(19.900)	(920,4)	526,7	0,5
18	48,13	0,183	12.100	582,4	1.109,6	1,1
19	46,63	0,007	(17.600)	(820,7)	290,0	0,3
20	48,12	0,000	(700)	(33,7)	256,6	

proporciona 308.000 dólares en metálico y los prestamos acumulados al final de la primera semana se reducen a 2.252.300 dólares. En la segunda semana el precio de las acciones baja a 47,37 dólares, la delta cae de nuevo, y así sucesivamente. Hacia el final de la vida de la opción, parece que la opción se ejercerá y la delta se aproxima a 1,0. En la semana 20, por lo tanto, el coberturista tiene una posición totalmente cubierta. El coberturista recibe 5.000.000 dólares por las acciones que ha mantenido, con lo cual el coste total de emitir la opción y cubrirla es 263.300 dólares.

La Tabla 15.4 ilustra una secuencia alternativa de eventos tales que las opciones cierran fuera de dinero. Cuando se ve progresivamente más claro que la opción no se ejercerá, la delta se acerca más a cero. En la semana 20, el coberturista tiene la posición descubierta y ha incurrido en unos costes totales de 256.600 dólares.

En las Tablas 15.3 y 15.4 los costes de cobertura de la opción, cuando se descuentan al principio del período, son parecidos pero no exactamente iguales al precio de Black-Scholes de 420.000 dólares. Si la estrategia de cobertura funcionase perfectamente, el coste de cobertura, después del descuento, sería exactamente 240.000 dólares en cada simulación. La razón para que haya una variación en el coste de la cobertura delta es que la cobertura se reajusta

sólo una vez a la semana. Cuando los reajustes tienen lugar más frecuentemente, la variación en el coste de cobertura se reduce. Por supuesto, los ejemplos de las Tablas 15.3 y 15.4 están simplificados en el sentido de que suponen que la volatilidad es constante y no hay costes de transacción.

La Tabla 15.5 muestra estadísticas del funcionamiento de la cobertura delta utilizando 1.000 simulaciones de los movimientos del precio de las acciones para nuestro ejemplo. Como en la Tabla 15.1, la medida del funcionamiento es el ratio de la desviación estándar del coste de la cobertura de la opción dividida por el precio Black-Scholes de la opción. Está claro que la cobertura delta mejora considerablemente sobre la estrategia para frenar pérdidas. A diferencia de ésta, una estrategia de cobertura tiene un funcionamiento gradualmente mejor a medida que la cobertura se controla con mayor frecuencia.

Tabla 15.5. Funcionamiento de una cobertura delta. (La medida del funcionamiento es el ratio de la desviación estándar del coste de emisión y cobertura de la opción dividida entre el precio teórico de la opción.)

Tiempo entre reajustes de cobertura (semanas)	5	4	2	1	0,50	0,25
Medida del funcionamiento	0,43	0,39	0,26	0,19	0,14	0,09

La cobertura delta pretende mantener el valor de la posición de la institución financiera lo más inalterada posible. Inicialmente, el precio de la opción emitida es 240.000 dólares. En la situación descrita en la Tabla 15.3, el precio de la opción puede calcularse como 415.500 dólares en la semana 9. De esta manera, la institución financiera ha perdido 174.500 dólares sobre la posición de su opción. Su posición en efectivo, como indica el coste acumulado, como indica el coste acumulado es 1.442.900 dólares peor en la semana 9 que en la semana 0. El precio de las acciones en cartera se habrá incrementado desde 2.557.800 hasta 4.171.100 dólares.

El efecto neto de todo esto es que el valor de la posición de la institución financiera ha variado sólo en 4.100 dólares durante el período de nueve semanas.

De dónde proviene el coste

La estrategia de cobertura delta de las Tablas 15.3 y 15.4 crea en efecto una posición larga sintética en la opción. Esto neturaliza la posición corta que surge de la opción que ha sido emitida. La estrategia generalmente implica vender las acciones justo después que el precio haya bajado y comprar las acciones justo después que el precio haya subido. Se le puede llamar una estrategia ¡compra caro y vende barato! El coste de 240.000 dólares proviene de la diferencia media entre el precio pagado por las acciones y el precio obtenido por éstas.

Delta de una cartera

La delta de una cartera de opciones u otros derivados dependientes de un único activo con precio S es

$$\frac{\delta \Pi}{\delta S}$$

donde δS indica un pequeño cambio en el precio del activo y $\delta\Pi$ es el cambio resultante en el precio de la cartera.

La delta de una cartera puede calcularse a partir de las deltas de las opciones individuales incluidas en la cartera. Si una cartera consiste en una cantidad de la opción w_i ($1 \leqslant i \leqslant n$), la delta de la cartera viene dada por

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n} w_i \Delta_i$$

donde Δ_i es la delta de la opción i. Esto puede utilizarse para calcular la posición en el activo subyacente, o en un contrato de futuros sobre el activo subyacente, que es necesaria para llevar a cabo la cobertura delta. Cuando se ha tomado esta posición, la delta de la cartera es cero y la cartera se dice que es neutral a delta (o delta-neutral).

Consideremos una institución financiera que tiene las siguientes tres posiciones en opciones sobre dólares australianos:

1. Una posición larga en 100.000 opciones de compra con un precio de ejercicio de 0,55 y una fecha de vencimiento dentro de tres meses. La delta de cada opción es 0,533.
2. Una posición corta en 200.000 opciones de compra con precio de ejercicio de 0,56 y vencimiento dentro de cinco meses. La delta de cada opción es 0,468.
3. Una posición corta en 50.000 opciones de venta con precio de ejercicio de 0,56 y vencimiento dentro de dos meses. La delta de cada opción es $-0{,}508$.

La delta de toda la cartera es

$$0{,}533 \times 100.000 - 200.000 \times 0{,}468 - 50.000 \times (-0{,}508) = -14.900$$

Esto significa que la cartera puede hacerse delta-neutral con una posición larga en 14.900 dólares australianos.

Un contrato a plazo a seis meses también podría utilizarse para alcanzar la neutralidad delta en este ejemplo. Supongamos que el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual en Australia y del 5 por ciento anual en Estados Unidos ($r = 0{,}05$ y $r_f = 0{,}08$). La delta de un contrato a plazo con vencimiento en el momento T sobre un dólar australiano sería $e^{-r_f T}$ o $e^{-0.08 \times 0.5} = 0{,}9608$. La posición larga en contratos a plazo sobre dólares australianos para la neutralidad delta es por tanto $14.900/0{,}9608 = 15.508$.

Otra alternativa es usar un contrato de futuros a seis meses. De la Ecuación (15.4) se deduce que la posición larga en futuros sobre el dólar australiano para la neutralidad delta es

$$14.900e^{-(0{,}05 - 0{,}08) \times 0.5} = 15.125$$

Costes de transacción

Es posible que mantener una posición delta-neutral sobre una única opción y su activo subyacente de la forma que acabamos de describir sea prohibitivamente caro dados los costes de transacción asociados a las operaciones. Para grandes carteras de opciones, es más factible la neutralidad delta. Sólo será necesaria una operación sobre el activo subyacente para neutralizar la delta de toda la cartera. Los costes de transacción de la cobertura serán absorbidos por los beneficios sobre diferentes operaciones.

15.5. THETA

La *theta* de una cartera de opciones, Θ, es la tasa de variación del valor de la cartera con respecto al paso del tiempo con todo lo demás invariable. Específicamente

$$\Theta = \frac{\partial \Pi}{\partial t}$$

donde $\delta\Pi$ es el cambio en el precio de la cartera cuando transcurre un tiempo δt con todo lo demás invariable. A veces, a Theta se le llama el decaimiento temporal de la cartera. Para una opción Europea de compra sobre acciones que no pagan dividendos, se demuestra utilizando la fórmula de Black-Scholes que

$$\Theta = -\frac{S_0 N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rXe^{-rT}N(d_2)$$

donde d_1 y d_2 se definen como en la Ecuación (11.5) y

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \tag{15.5}$$

Para una opción Europea de venta sobre las acciones,

$$\Theta = -\frac{S_0 N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rXe^{-rT}N(-d_2)$$

Para una opción Europea de compra sobre un activo que paga dividendos a tasa q,

$$\Theta = -\frac{S_0 N'(d_1)\sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} + qS_0 N(-d_1)e^{-qT} - rXe^{-rT}N(d_2)$$

donde d_1 y d_2 se definen como en la Ecuación (12.4). Para una opción Europea de venta sobre el activo,

$$\Theta = -\frac{S_0 N'(d_1)\sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} - qS_0 N(-d_1)e^{-qT} + rXe^{-rT}N(-d_2)$$

Cuando el activo es un índice bursátil, estas últimas dos ecuaciones son ciertas con q igual al rendimiento por dividendo del índice. Cuando se trata de una divisa, son ciertas siendo q igual al tipo de interés extranjero libre de riesgo, r_f. Cuando es un contrato de futuros, son ciertas cuando $q = r$.

En estas fórmulas, el tiempo se mide en años. Normalmente, cuando se publica el coeficiente theta, el tiempo está medido en días, es decir, que theta es el cambio en el valor de la cartera cuando pasa un día permaneciendo lo demás constante. Podemos medir theta 'por día calendario' o 'por día de negociación'. Para obtener theta por día calendario, la fórmula de theta debe dividirse por 365; para obtener theta por día de negociación, debe dividirse por 252. (DerivaGem mide theta por día calendario.)

Ejemplo

Consideremos una opción de venta a cuatro meses sobre un índice bursátil. El valor actual del índice es 305, el precio de ejercicio es 300, el rendimiento por dividendo es del 3 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual, y la volatilidad del índice es del 25 por ciento anual. En este caso $S_0 = 305$, $X = 300$, $q = 0{,}03$, $r = 0{,}08$, $\sigma = 0{,}25$ y $T = 0{,}3333$. El coeficiente theta de la opción es

$$-\frac{S_0 N'(d_1)\sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} - qS_0 N(-d_1)e^{-qT} + rXe^{-rT}N(-d_2) = -18{,}15$$

El coeficiente theta es $-18{,}15/365 = -0{,}0497$ por día calendario o $-18{,}15/252 = -0{,}0720$ por día de operaciones —día hábil.

El coeficiente theta de una opción suele ser siempre negativo.[7] Esto es porque cuando el tiempo para el vencimiento decrece, la opción tiende a perder valor. La variación de Θ con el precio de las acciones para una opción de compra sobre acciones se muestra en la Figura 15.5. Cuando el precio de las acciones es muy bajo, theta es cercana a cero. Para una opción a dinero, theta es relativamente grande y negativa. Cuando el precio de las acciones es muy grande, theta tiende a $-rXe^{-rT}$. La Figura 15.6 muestra la variación de Θ con el tiempo para el vencimiento para una opción de compra en dinero, a dinero, y fuera de dinero.

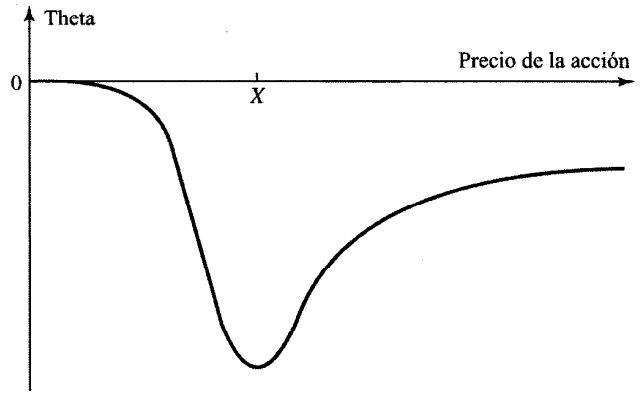


Figura 15.5. Variación del coeficiente theta con el precio de la acción para una opción Europea de compra.

Theta no es el mismo tipo de parámetro de cobertura que delta. Hay incertidumbre sobre el precio futuro de las acciones, pero no sobre el paso del tiempo. Tiene sentido cubrirse contra variaciones en el precio del activo subyacente, pero no tiene sentido cubrirse en una cartera de opciones contra los efectos del paso del tiempo. A pesar de esto, muchos operadores ven al coeficiente theta como un estadístico descriptivo útil para una cartera. Esto es porque, como veremos más adelante, en una cartera delta-neutral theta sirve como aproximación para gamma.

[7] Una excepción a esto podría ser una opción Europea de venta en dinero sobre acciones que no pagan dividendos o una opción Europea de venta en dinero sobre una divisa con un tipo de interés muy alto.

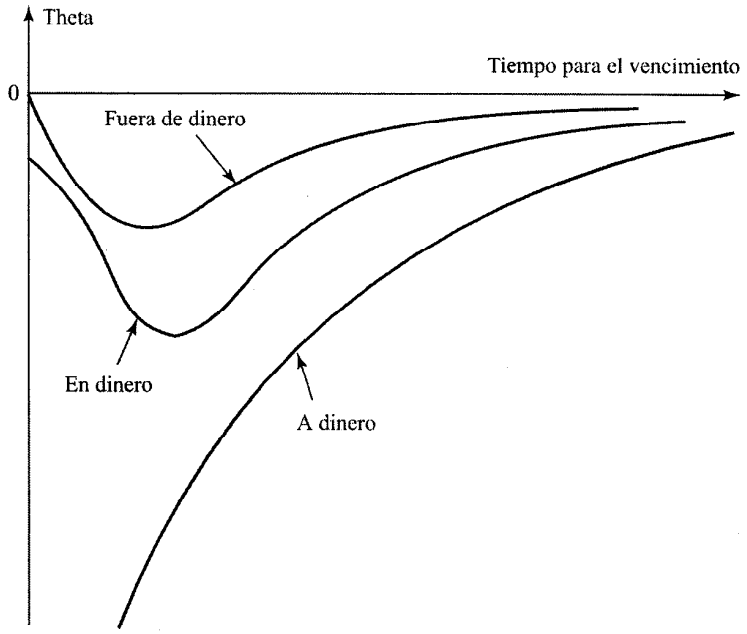


Figura 15.6. Gráficos típicos para la variación del coeficiente theta de una opción Europea de compra con respecto al tiempo para el vencimiento.

15.6. GAMMA

El coeficiente *gamma*, Γ, de una cartera de opciones sobre un activo subyacente es la tasa de variación de la delta de la cartera con respecto al precio del activo subyacente. Si gamma es pequeña, la delta varía sólo muy lentamente, y se deben realizar pocos ajustes para mantener una cartera neutral a delta. Sin embargo, si gamma es grande en términos absolutos, la delta es altamente sensible al precio del activo subyacente. Es entonces bastante arriesgado no introducir cambios en la cartera delta-neutral durante un largo período de tiempo. La Figura 15.7 ilustra este punto. Cuando el precio de las acciones se mueve de S a S', la cobertura delta asume que el precio de la opción se mueve de C a C' cuando de hecho se mueve de C a C''. La diferencia entre C' y C'' produce un error de cobertura. Este error depende de la curvatura de la relación entre el precio de la opción y el precio de las acciones. Gamma mide esta curvatura.[8]

Supongamos que δS es la variación en el precio de un activo subyacente en un pequeño período de tiempo, δt, y $\delta\Pi$ es la variación correspondiente en el precio de la cartera. Puede demostrarse que, para una cartera delta-neutral, es aproximadamente cierto que,

$$\delta\Pi = \Theta\,\delta t + \frac{\Gamma\,\delta S^2}{2} \tag{15.6}$$

donde Θ es el coeficiente theta de la cartera.

[8] Efectivamente, a la gamma de una opción a veces los operadores lo llaman su *curvatura*.

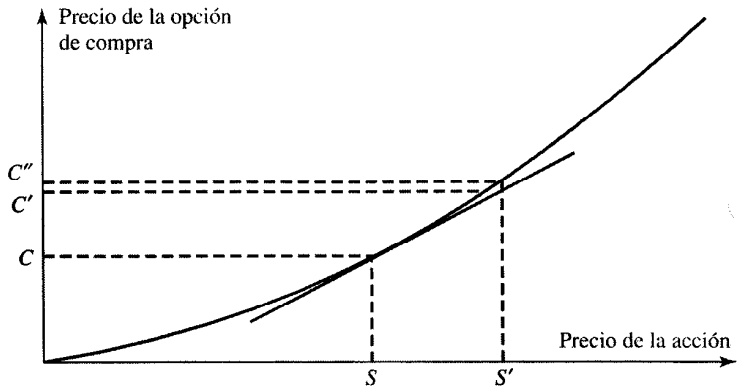


Figura 15.7. Error de cobertura introducido por la curvatura, o gamma.

Ejemplo

Supongamos que el coeficiente gamma de una cartera delta-neutral de opciones sobre un activo es de -10.000. La Ecuación (15.6) muestra que si se da un cambio de $+2$ o -2 en el precio del activo durante un período corto de tiempo, habrá un descenso no esperado en el precio de la cartera de aproximadamente $0{,}5 \times 10.000 \times 2^2 = 20.000$ dólares.

La Figura 15.8 muestra la naturaleza de esta relación entre $\delta\Pi$ y δS para una cartera delta-neutral. Puede verse que cuando gamma es positiva, la cartera reduce su valor si no hay cambios en S, pero incrementa su valor si hay un gran cambio positivo o negativo en S. Cuando gamma es negativa ocurre lo contrario; el valor de la cartera aumenta si no hay cambios en S, pero disminuye si hay un gran cambio positivo o negativo en S. Cuando el valor absoluto de gamma aumenta, la sensibilidad del valor de la cartera con respecto a S aumenta.

Construcción de una cartera gamma-neutral

Una posición en el propio activo subyacente o en un contrato a plazo sobre el activo subyacente tiene gamma cero y no puede usarse para cambiar la gamma de la cartera. Lo que necesita una institución financiera en una posición en un instrumento como una opción que no depende linealmente del activo subyacente.

Supongamos que una cartera delta-neutral tuviese gamma igual a Γ y que una opción negociada presentase un coeficiente gamma igual a Γ_T. Si el número de opciones negociadas añadido a la cartera es w_T, la gamma de la cartera es

$$w_T\Gamma_T + \Gamma$$

De ahí que, la posición en la opción negociada necesaria para hacer la cartera neutral a gamma sea $-\Gamma/\Gamma_T$. Por supuesto, incluir la opción negociada hace que cambie la delta de la cartera, con lo cual la posición en el activo subyacente tiene que cambiar para mantener la neutralidad delta. Nótese que la cartera sólo es neutral a gamma durante un período corto de tiempo. Con el paso del tiempo, la neutralidad de gamma se mantiene sólo si la posición en la opción negociada se ajusta de manera que siempre sea igual a $-\Gamma/\Gamma_T$.

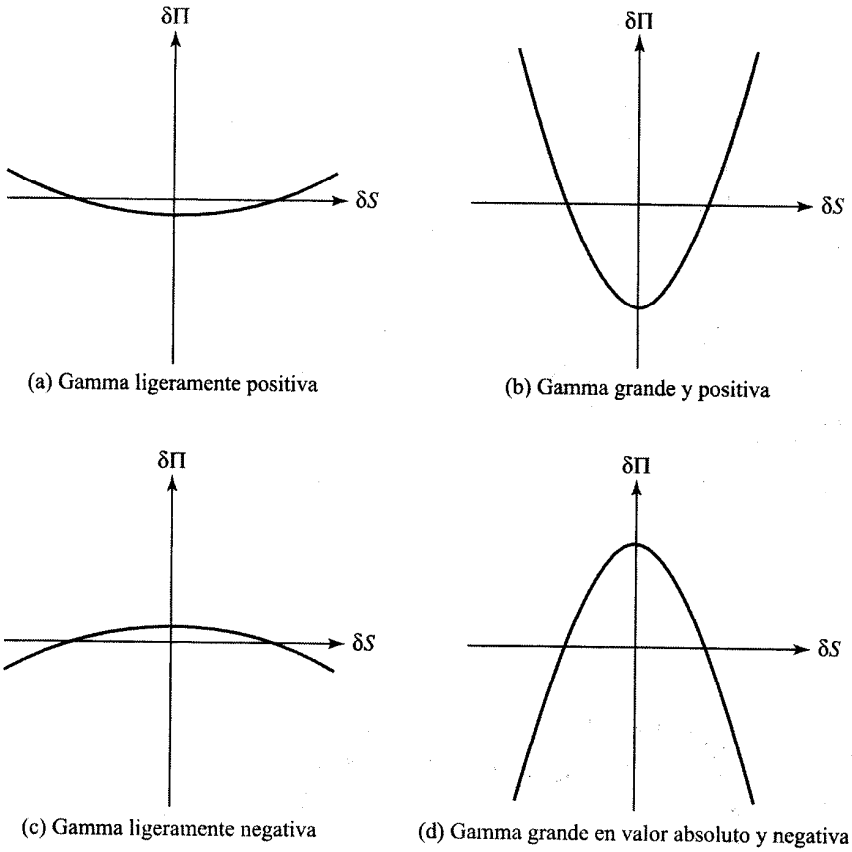


Figura 15.8. Relaciones alternativas entre $\delta\Pi$ y δS para una cartera delta-neutral: (a) Gamma ligeramente positiva, (b) Gamma grande y positiva, (c) Gamma ligeramente negativa, (d) Gamma grande en valor absoluto y negativa.

Convertir una cartera delta-neutral en gamma-neutral puede considerarse como una primera corrección para el hecho de que la posición en el activo subyacente no pueda cambiarse continuamente cuando se utiliza la cobertura delta. La delta-neutralidad proporciona protección contra los movimientos relativamente pequeños en el precio de las acciones entre reajustes. La gamma-neutralidad proporciona protección contra movimientos mayores en el precio de estas acciones entre reajustes de cobertura. Supongamos que una cartera es neutral a delta y tiene una gamma de -3.000. La delta y la gamma de cierta opción de compra negociada son 0,62 y 1,50, respectivamente. La cartera puede hacerse neutral a gamma incluyendo una posición larga de

$$\frac{3.000}{1,5} = 2.000$$

opciones de compra negociadas en la cartera. No obstante, la delta de la cartera entonces cambiará de cero a $2.000 \times 0,62 = 1.240$. Una cantidad, 1.240, del activo subyacente, por lo tanto, debe venderse de la cartera para mantenerla delta neutral. Este ejemplo está sintetizado en la Tabla (15.6).

Tabla 15.6. Creación de una cartera neutral a gamma y a delta.

Fuente: Mesa del operador

Una cartera de un inversor es neutral a delta y tiene una gamma de −3.000. La delta y la gamma de una determinada opción de compra negociada son 0,62 y 1,50, respectivamente. El inversor querría hacer la cartera neutral a gamma y neutral a delta.

Estrategia

La cartera puede hacerse neutral a gamma comprando 2.000 opciones (20 contratos). Sin embargo, esto crea una delta de 1.240. Por tanto, debemos vender 1.240 unidades del activo subyacente a mismo tiempo que se compran las opciones negociadas.

Cálculo de gamma

Para una opción Europea de compra o de venta sobre acciones que no pagan dividendos, la gamma viene dada por

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0\sigma\sqrt{T}}$$

donde d_1 se define como en la Ecuación (11.5) y $N'(x)$ viene dado por la Ecuación (15.5). Esta cantidad es siempre positiva y varía con S_0 en la manera indicada en la Figura 15.9. La variación de gamma con el tiempo para el vencimiento para opciones fuera de dinero, a dinero, y en dinero se muestra en la Figura 15.10. Para una opción a dinero, la gamma sube cuando el tiempo para el vencimiento baja. Las opciones recientemente emitidas y que están a dinero presentan gammas muy elevadas, lo que significa que el valor de la posición del propietario de la opción es muy sensible a los saltos en el precio de las acciones.

Para una opción Europea de compra o de venta sobre un índice bursátil que pagase un dividendo continuo a tasa q,

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-qT}}{S_0\sigma\sqrt{T}}$$

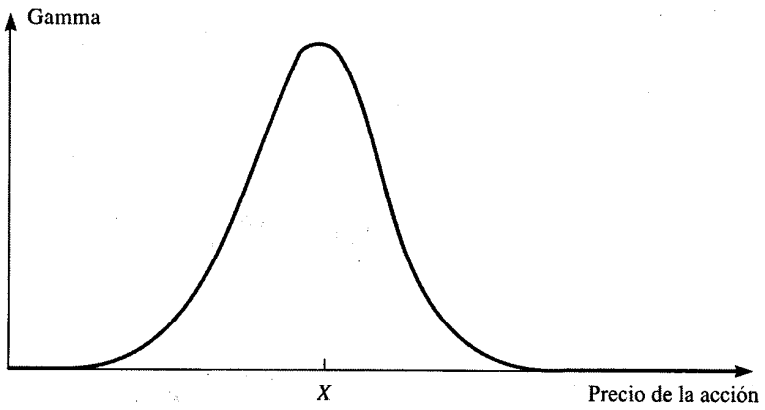


Figura 15.9. Cambio de gamma con respecto al precio de la acción para una opción.

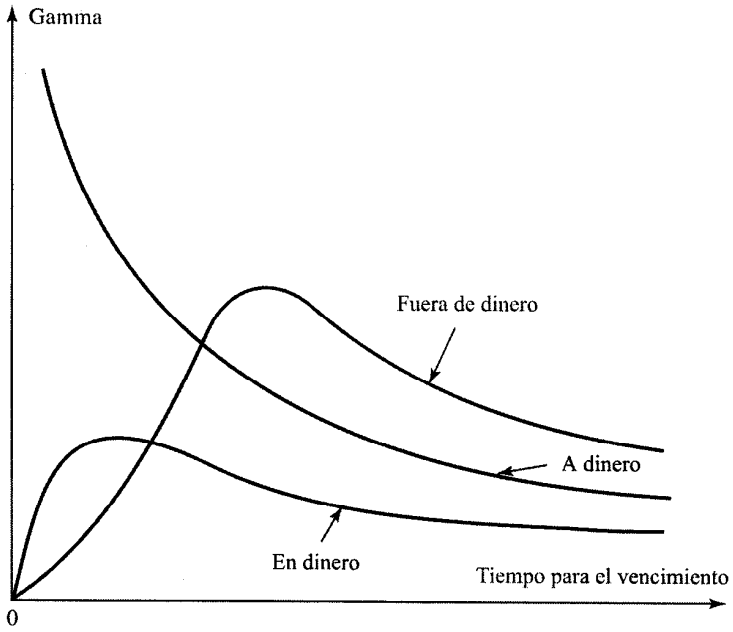


Figura 15.10. Variación de gamma con el tiempo para el vencimiento para una opción sobre acciones.

donde d_1 se define como en la Ecuación (12.4). Cuando el activo es un índice bursátil, q se fija igual al rendimiento por dividendo del índice. Cuando se trata de una divisa, q es igual al tipo de interés libre de riesgo extranjero, r_f. Para un contrato de futuros, $q = r$.

Ejemplo

Consideremos una opción de venta a cuatro meses sobre un índice bursátil. Supongamos que el valor actual del índice es 305, el precio de ejercicio es 300, el rendimiento por dividendo es del 3 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual, y la volatilidad del índice es del 25 por ciento anual. En este caso $S_0 = 305$, $X = 300$, $q = 0{,}03$, $r = 0{,}08$, $\sigma = 0{,}25$ y $T = 4/12$. La gamma de la opción sobre el índice viene dada por

$$\frac{N'(d_1)e^{-qT}}{S_0\sigma\sqrt{T}} = 0{,}00866$$

Por tanto, un incremento de 1 en el índice (de 305 a 306) incrementa la delta de la opción en aproximadamente 0,00866.

15.7. RELACIÓN ENTRE DELTA, THETA Y GAMMA

Puede demostrarse que las letras Griegas para una cartera de opciones de compra, opciones de venta y otros instrumentos financieros dependientes de un activo que pagase un dividendo continuo q debe satisfacer

$$\Theta + (r - q)S_0\Delta + \tfrac{1}{2}\sigma^2 S_0^2\Gamma = r\Pi \qquad (15.7)$$

donde S es el precio de la acción y Π es el precio de la cartera.

Para una cartera delta-neutral, $\Delta = 0$ y

$$\Theta + \tfrac{1}{2}\sigma^2 S_0^2\Gamma = r\Pi$$

Esto demuestra que cuando Θ es grande y positivo, gamma tiende a ser grande y negativa, y viceversa. La ecuación es consistente con la forma en que se ha dibujado la Figura 15.8 y explica por qué theta puede interpretarse como una variable aproximación de gamma en una cartera delta-neutral.

15.8. VEGA

Hasta ahora hemos supuesto implícitamente que la volatilidad del activo subyacente a una opción es constante. En la práctica, las volatilidades varían con el tiempo. Esto significa que el valor de una opción tiente a cambiar debido a los movimientos en volatilidad al igual que debido a los cambios en el precio del activo y al paso del tiempo.

La *vega* de una cartera de derivados es la tasa de variación, v, del valor de la cartera con respecto a la volatilidad del activo subyacente.[9] Si vega es alta en valor absoluto, el valor de la cartera es muy sensible a pequeños cambios en la volatilidad. Si vega es baja en valor absoluto, los cambios en la volatilidad tienen un impacto relativamente pequeño sobre el valor de la cartera.

Una posición en el activo subyacente tiene vega cero. No obstante, la vega de una cartera puede cambiarse añadiendo una posición en una opción negociada. Si v es la vega de una cartera y v_T es la vega de una opción negociada, una posición de $-v/v_T$ en la opción negociada hace la cartera instantáneamente neutral a vega. Desafortunadamente, una cartera que es neutral a gamma en general no será neutral a vega, y viceversa. Si un coberturista necesita una cartera que sea neutral a gamma y a vega, debe utilizar, al menos, dos opciones sobre el activo subyacente.

Ejemplo

Consideremos una cartera que es neutral a delta, tiene una gamma de -5.000, y una vega de -8.000. Supongamos que una opción negociada tiene una gamma de 0,5, una vega de 2,0, y una delta de 0,6. La cartera puede hacerse neutral a vega incluyendo una posición larga en 4.000 opciones negociadas. Esto haría subir el delta a 2.400 y se deberían vender 2.400 unidades del activo para mantener la neutralidad de delta. La gamma de la cartera variaría de -5.000 a -3.000.

Para hacer la cartera neutral a gamma y a vega, suponemos que hay una segunda opción negociada con una gamma de 0,8, una vega de 1,2, y una delta de 0,5. Si w_1 y w_2 son las cantidades de las dos opciones negociadas incluídas en la cartera, necesitamos que

$$-5000 + 0{,}5w_1 + 0{,}8w_2 = 0$$
$$-8.000 + 2{,}0w_1 + 1{,}2w_2 = 0$$

[9] Vega es el nombre que dado a una de las 'Letras Griegas' en valoración de opciones, pero no es una de las letras del alfabeto griego.

La solución a estas ecuaciones es $w_1 = 400$, $w_2 = 6.000$. La cartera puede, por lo tanto, hacerse neutral a gamma y a vega incluyendo 400 de las primeras opciones negociadas y 6.000 de las segundas opciones negociadas. La delta de la cartera después de añadir las posiciones en las dos opciones negociadas es $400 \times 0{,}6 + 6.000 \times 0{,}5 = 3.240$. De ahí que deban venderse 3.240 unidades del activo para mantener la delta neutral.

Para una opción Europea de compra o de venta sobre acciones que no pagan dividendos, la vega viene dada por

$$v = S_0 \sqrt{T} N'(d_1)$$

donde d_1 se define como en la Ecuación (11.5) y $N'(x)$ se define en la Ecuación (15.5). Para una opción Europea de compra o de venta sobre activos que pagan un dividendo continuo a tasa q,

$$v = S_0 \sqrt{T} N'(d_1) e^{-qT}$$

donde d_1 se define como en la Ecuación (12.4).

Cuando el activo es un índice bursátil, q se iguala con el rendimiento por dividendo del índice. Cuando se trata de una divisa, q se hace igual al tipo de interés libre de riesgo r_f. Para un contrato de futuros, $q = r$.

La vega de una opción regular Americana o Europea es siempre positiva. La forma típica en que vega cambia con S_0 se muestra en la Figura 15.11.

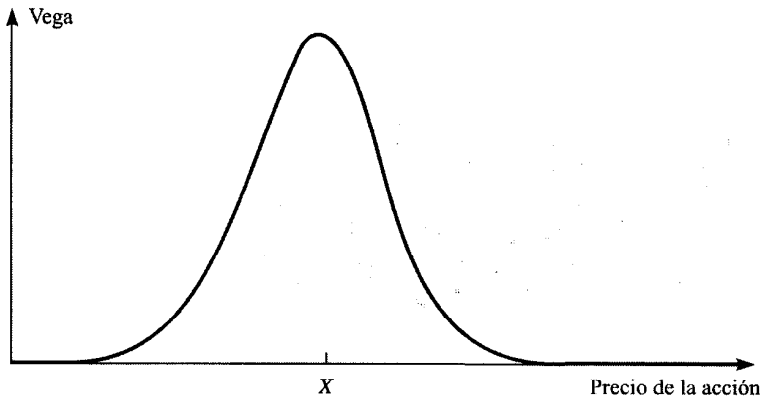


Figura 15.11. Variación de la vega de una opción con respecto al precio de la acción subyacente.

Ejemplo

Consideremos una opción de venta a cuatro meses sobre un índice bursátil. El valor actual del índice es 305, el precio de ejercicio es 300, el rendimiento por dividendo es del 3 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual, y la volatilidad del índice es del 25 por ciento anual. En este caso $S_0 = 305$, $X = 300$, $q = 0{,}03$, $r = 0{,}08$, $\sigma = 0{,}25$ y $T = 4/12$. La vega de la opción es

$$S_0 \sqrt{T} N'(d_1) e^{-qT} = 66{,}44$$

Por tanto, una subida del 1 por ciento (0,01) en la volatilidad (del 25 por ciento al 26 por ciento) hace subir el precio de la opción en aproximadamente 0.6644 (=0,01 × 66,44).

El cálculo de vega a partir del modelo de Black-Scholes y sus extensiones puede parecer extraño dado que uno de supuestos subyacentes al modelo es que la volatilidad es constante. Sería teóricamente más correcto calcular vega a partir de un modelo con volatilidad estocástica. Sin embargo, resulta que la vega calculada a partir de modelos con volatilidad estocástica es muy similar a la vega de Black-Scholes. De ahí que la práctica de calcular vega a partir de un modelo con volatilidad constante funcione razonablemente bien.[10]

La neutralidad gamma protege contra grandes cambios en el precio del activo subyacente entre fechas de reajustes de cobertura. La neutralidad vega protege contra una σ variable. Como podría esperarse, el utilizar una opción negociada disponible para realizar la cobertura vega o la cobertura gamma depende del tiempo entre los reajustes de cobertura y la volatilidad de la volatilidad.[11]

15.9. RHO

El coeficiente *rho* de una cartera de opciones es la tasa de variación del valor de la cartera con respecto al tipo de interés. Mide la sensibilidad del valor de una cartera frente a los tipos de interés. Para una opción Europea de compra sobre acciones que no pagan dividendos,

$$\text{rho} = XTe^{-rT}N(d_2)$$

donde d_2 se define como en la Ecuación (11.5). Para una opción Europea de venta,

$$\text{rho} = -XTe^{-rT}N(-d_2)$$

Estas mismas fórmulas se aplican a opciones Europeas de compra y de venta sobre acciones y sobre índices bursátiles que pagan un dividendo continuo a tasa q cuando se realizan los cambios adecuados en la definición de d_2.

Ejemplo

Consideremos una opción de venta a cuatro meses sobre un índice bursátil. El valor actual del índice es 305, el precio de ejercicio es 300, el rendimiento por dividendo es del 3 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual, y la volatilidad del índice es del 25 por ciento anual. En este caso $S_0 = 305$, $X = 300$, $q = 0{,}03$, $r = 0{,}08$, $\sigma = 0{,}25$ y $T = 4/12$. La rho de la opción es

$$-XTe^{-rT}N(-d_2) = -42{,}6$$

[10] Ver J. C. Hull y A. White, «The Pricing of Options and Assets with Stochastic Volatilities», *Journal of Finance* 42 (junio 1987): 281-300; J. C. Hull y A. White, «An Analysis of the Bias in Option Pricing Caused by Stochastic Volatility», *Advances in Futures and Options Research 3* (1988): 27-61.

[11] Para una discusión de este punto, ver J. C. Hull y White, «Hedging the Risk from Writing Foreing Currency Options», *Journal of International Money and Finance 6* (junio 1987): 131-52.

Esto significa que para un cambio del 1 por ciento (0,01) de cambio en el tipo de interés libre de riesgo (de 8 a 9 por ciento) el valor de la opción baja en 0,426 (=0,01 × 42,6).

En el caso de opciones sobre divisas, hay dos rhos correspondientes a los dos tipos de interés. La rho correspondiente al tipo de interés doméstico viene dada por las fórmulas ya presentadas. La rho correspondiente al tipo de interés extranjero para una opción Europea de compra sobre divisas viene dada por

$$\text{rho} = -Te^{-r_f T} S_0 N(d_1)$$

mientras para una opción Europea de venta es

$$\text{rho} = Te^{-r_f T} S_0 N(-d_1)$$

15.10. COBERTURAS EN LA PRÁCTICA

En un mundo ideal, los operadores que trabajan para instituciones financieras podrían reajustar sus carteras con mucha frecuencia para mantener una delta cero, gamma cero, vega cero, etc. En la práctica esto no es posible. Cuando se gestiona una gran cartera que depende de un único activo subyacente, los operadores suelen hacer delta cero al menos una vez al día operando con el activo subyacente. Desafortunadamente, es más difícil conseguir una gamma cero y una vega cero porque es difícil encontrar opciones u otros derivados no lineales que puedan negociarse en el volumen requerido a precios competitivos. En la mayoría de los casos, gamma y vega son observadas muy de cerca. Cuando estas entidades se hacen muy grandes tanto de forma positiva como negativa, se toma una acción correctora o se corta la negociación.

Hay grandes economías de escala para los operadores de opciones. Como previamente dijimos, mantener una neutralidad delta para una opción individual sobre, digamos, el S&P 500 en la negociación diaria sería muy caro, hasta niveles prohibitivos. Pero es realista hacerlo para una cartera de varios cientos de opciones sobre el S&P 500. Esto es porque el coste del reajuste diario (tanto negociando con acciones subyacentes al índice o negociando futuros sobre el índice) se cubre con el beneficio de muchas operaciones diferentes.

En muchos mercados, la mayoría de las operaciones de las instituciones financieras son ventas de opciones de compra y de venta a sus clientes. Las emisiones de opciones de compra y de venta tienen gammas y vegas negativas. Se deduce que, a medida que pasa el tiempo, la gamma y la vega de la cartera de una institución financiera tienden a ser progresivamente más negativas. Los operadores que trabajan para la institución financiera están entonces buscando vías para comprar opciones (por ejemplo, adquirir gammas y vegas positivas) a precios competitivos. Hay un aspecto de una cartera de opciones que mitiga algo este problema. Las opciones están a menudo cerca de dinero cuando se venden por primera vez por lo que presentan gammas y vegas relativamente elevadas. Pero tras el paso del tiempo, tienden a estar claramente fuera de dinero o muy en dinero. En este caso sus gammas y vegas se hacen más pequeñas y las consecuencias son escasas. La peor situación para un operador de opciones es que las opciones emitidas permanezcan muy cerca de dinero hasta su vencimiento.

15.11. ANÁLISIS DE ESCENARIO

Además de controlar los riesgos como delta, gamma y vega, los operadores de opciones suelen realizar análisis de escenarios. El análisis incluye el cálculo de la ganancia o pérdida sobre un período especificado en una variedad de escenarios diferentes. Es probable que el período de tiempo elegido dependa de la liquidez de los instrumentos. Los escenarios pueden ser elegidos por el gestor o generados por un modelo.

Consideremos un banco con una cartera de opciones sobre divisas. Hay dos variables principales de las que depende el valor de la cartera. Éstas son el tipo de cambio y la volatilidad del tipo de cambio. Suponga que el tipo de cambio actual sea 1,0000 y su volatilidad del 10 por ciento anual. El banco podría calcular una tabla como la Tabla 15.7 que muestra el beneficio o pérdida experimentada en el período de dos semanas bajo diferentes escenarios. Esta tabla considera siete tipos de cambio diferentes y tres volatilidades diferentes. Dado que un movimiento de una desviación estándar en el tipo de cambio durante un período de dos semanas es aproximadamente 0,02, los movimientos considerados para el tipo de cambio serán aproximadamente una, dos y tres desviaciones estándar.

En la Tabla 15.7, la mayor pérdida está en la esquina inferior derecha de la tabla. Esta pérdida corresponde a una volatilidad del 12 por ciento y un tipo de cambio que sube hasta 1,06. Normalmente, la mayor pérdida en una tabla como la 15.7 ocurre en una de las esquinas, pero esto no es siempre así. Considere, por ejemplo, la situación en la que la cartera del banco consiste en diferencial mariposa invertido (véase Sección 9.2). La mayor pérdida ocurrirá cuando el tipo de cambio permanezca invariable.

Tabla 15.7. Beneficio o pérdida obtenida en dos semanas bajo diferentes escenarios (millones de dólares).

Volatilidad	Tipo de cambio						
	0,94	0,96	0,98	1,00	1,02	1,04	1,06
8 %	+102	+55	+25	+6	−10	−34	−80
10 %	+80	+40	+17	+2	−14	−38	−85
12 %	+60	+25	+9	−2	−18	−42	−90

15.12. CREACIÓN SINTÉTICA DE OPCIONES PARA ASEGURAMIENTO DE CARTERAS

Los gestores de carteras suelen estar interesados en adquirir una opción de venta sobre su cartera. Esto les da protección contra bajadas del mercado preservando el potencial de ganancia si el mercado funciona bien. Un enfoque (comentado en el Capítulo 12) consiste en comprar opciones de venta sobre un índice del mercado como el S&P 500. Una alternativa es crear sintéticamente la opción.

Crear sintéticamente una opción implica tomar una posición en el activo subyacente (o contrato de futuros sobre el activo subyacente) de modo que la delta de la posición se man-

tiene igual a la delta de la opción requerida. La posición necesaria para crear una opción sintéticamente es la inversa de la necesaria para cubrirla. Esto es porque el procedimiento para cubrir una opción implica la creación sintética de una opción igual y opuesta.

Hay dos motivos por los que puede ser más atractivo para el gestor de la cartera el crear sintéticamente la opción de venta requerida en lugar de comprarla en el mercado. El primero es que los mercados de opciones no siempre tienen liquidez para absorber las operaciones que los gestores de grandes fondos querrían llevar a cabo. El segundo es que los gestores de fondos a menudo necesitan precios y fechas de ejercicio diferentes a los disponibles en opciones negociadas en los mercados.

La opción sintética puede crearse negociando la cartera u operando con contratos de futuros sobre índices bursátiles. Primero examinaremos la creación de una opción de venta negociando con la cartera. Recordemos que la delta de una opción Europea de venta sobre un índice viene dada por

$$\Delta = e^{-qT}[N(d_1) - 1] \tag{15.8}$$

donde, con nuestra notación habitual,

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

donde S_0 es el valor de la cartera, X es el precio de ejercicio, r es el tipo de interés libre de riesgo, q es el rendimiento por dividendo de la cartera, σ es la volatilidad de la cartera, y T es la vida de la opción.

Para crear sintéticamente la opción de venta, el gestor del fondo debe asegurarse de que en cualquier momento dado, se ha vendido una proporción

$$e^{-qT}[1 - N(d_1)]$$

de las acciones en la cartera original y se han invertido los ingresos en activos libres de riesgo. Cuando el valor de la cartera original baja, la delta de la opción de venta dada por la Ecuación (15.8) se hace más negativa y la proporción de la cartera vendida debe incrementarse. Cuando el valor de la cartera original aumenta, la delta de la opción de venta se hace menos negativa y la proporción de la cartera vendida debe disminuir (es decir, parte de la cartera original debe volver a comprarse).

Utilizar esta estrategia para asegurar la cartera significa que, en cualquier momento dado, los fondos se dividen entre la cartera de acciones sobre la que se necesita el seguro y activos libres de riesgo. Cuando el valor de la cartera de acciones aumenta, los activos libres de riesgo se venden y la posición en la cartera de acciones aumenta. Cuando el valor de la cartera de acciones baja, la posición en la cartera disminuye y se compran activos libres de riesgo. El coste del seguro surge porque el gestor de la cartera siempre vende en un mercado que baja y compra después de que el mercado haya subido.

Ejemplo

Una cartera está valorada en 90 millones de dólares. Para protegerse frente a caídas en el mercado los gestores de la cartera necesitan una opción Europea de venta a seis meses sobre la cartera con un precio de ejercicio de 87 millones de dólares. El tipo de interés libre

de riesgo es del 9 por ciento anual, el rendimiento por dividendo del 3 por ciento anual y la volatilidad de la cartera es del 25 por ciento anual. El índice S&P 500 está a 900. Como se considera que la cartera replica el comportamiento del S&P 500, una alternativa es comprar 1.000 contratos de opción de venta sobre el S&P 500 con un precio de ejercicio de 870. Otra alternativa es crear la opción sintéticamente. En ese caso, $S_0 = 90$ millones, $X = 87$ millones, $r = 0{,}09$, $q = 0{,}03$, $\sigma = 0{,}25$ y $T = 0{,}5$ de forma que

$$d_1 = \frac{\ln(90/87) + (0{,}09 - 0{,}03 + 0{,}25^2/2)0{,}5}{0{,}25\sqrt{0{,}5}} = 0{,}4499$$

y la delta de la opción requerida es inicialmente

$$e^{-qT}[N(d_1) - 1] = -0{,}3215$$

Esto muestra que debería venderse un 32,15 por ciento de la cartera para obtener la delta de la opción requerida. La cantidad vendida de la cartera debe controlarse frecuentemente. Por ejemplo, si tras el primer día, el valor de la cartera se redujera a 88 millones de dólares, la delta de la opción requerida cambia a $-0{,}3679$ y debe venderse un 4,64 por ciento adicional de la cartera original. Si el valor de la cartera sube hasta 92 millones de dólares, la delta de la opción requerida cambia a $-0{,}2787$ y debería recomprarse un 4,28 por ciento de la cartera original.

Uso de contratos de futuros sobre índices

Utilizar contratos de futuros sobre índices para crear opciones sintéticas puede ser mejor que utilizar las acciones subyacentes, ya que los costes de transacción asociados con las operaciones de futuros sobre índices son generalmente menores que las operaciones en las acciones subyacentes. La cantidad en dólares en posiciones cortas en contratos de futuros, como proporción del valor de la cartera, debe ser, a partir de las Ecuaciones (15.3) y (15.8), igual a

$$e^{-qT}e^{-(r-q)T^*}[1 - N(d_1)] = e^{q(T^*-T)}e^{-rT^*}[1 - N(d_1)]$$

donde T^* es el tiempo al vencimiento del contrato de futuros. Si la cartera tiene un valor de K_1 veces el índice y cada contrato de futuros sobre índices es sobre K_2 veces el índice, esto significa que el número de posiciones cortas en contratos de futuros en cualquier momento dado debe ser

$$e^{q(T^*-T)}e^{-rT^*}[1 - N(d_1)]\frac{K_1}{K_2}$$

Ejemplo

Suponga que en el ejemplo anterior se utilizan contratos de futuro a nueve meses sobre el S&P 500 para crear una opción sintética. En este caso inicialmente, $T = 0{,}50$,

$T^* = 0{,}75$, $K_1 = 100.000$, $K_2 = 250$ y $d_1 = 0{,}4499$, con lo que el número de posiciones cortas en contratos de futuros debería ser

$$e^{q(T^*-T)}e^{-rT^*}[1 - N(d_1)]\frac{K_1}{K_2} = 123{,}2$$

o 123 redondeando al entero más cercano. A medida que pasa el tiempo y el índice cambia, se debe ajustar la posición en contratos de futuros.

Hasta ahora hemos supuesto que la cartera replica el índice. Como explicamos en el Capítulo 12, la estrategia de cobertura puede ajustarse para funcionar en otras situaciones. El precio de ejercicio para las opciones utilizadas debe ser el nivel esperado del índice del mercado cuando el valor de la cartera alcanza su valor asegurado. El número de opciones sobre índices utilizadas debe ser β veces el número de opciones que se necesitarían si la cartera tuviese una beta de 1,0. Puede suponerse que la volatilidad de la cartera es igual a su beta multiplicado por la volatilidad de un índice apropiado y bien diversificado.

El 19 de octubre de 1987

La creación sintética de opciones de venta sobre índices no funciona bien si la volatilidad del índice varía rápidamente o si el índice exhibe grandes saltos. El lunes 19 de octubre de 1987, el 'Dow Jones Industrial Average' cayó más de un 20 por ciento. Los gestores de carteras que se habían asegurado comprando opciones de venta negociadas en los mercados organizados sobrevivieron bien a este *crash*. Aquéllos que habían creado sintéticamente opciones de venta no fueron capaces de vender ni las acciones ni los contratos de futuros sobre índices lo suficientemente rápido como para proteger su posición.

El informe de la comisión Brady

El informe de la comisión Brady sobre el crash del 19 de octubre de 1987 proporciona interesantes puntos de vista sobre el efecto del aseguramiento de carteras sobre el mercado en ese momento.[12] La comisión Brady estimó que entr4e 60 y 90 billones de dólares en acciones estaban bajo la administración de algún seguro de carteras en octubre de 1987. Entre el miércoles 14 de octubre de 1987 y el viernes 16 de octubre de 1987, el mercado cayó cerca de un 10 por ciento con muchas de estas caídas durante el viernes por la tarde. Esto habría generado al menos 12 billones de dólares de ventas de acciones o de contratos de futuro sobre índices como resultado de las estrategias de seguro de carteras.[13] De hecho, menos de 4 billones de dólares fueron vendidos, lo cual significa que los aseguradores de carteras plantearon la semana siguiente con gran cantidad de ventas ya dictadas por sus modelos. La comisión Brady estimó que el lunes 19 de octubre, los programas de venta de tres aseguradores de carteras ascendían a casi un 10 por ciento de las ventas de la 'New York Stock Exchange' y que las ventas

[12] Véase «Report of the Presidential Task Force on Market Mechanisms», enero 1988.

[13] Para poner esto en perspectiva, el lunes 19 de octubre, todos los registros previos se rompieron cuando 604 millones de acciones valoradas en 21 billones de dólares se negociaron en el 'New York Stock Exchange'. Ese día se negociaron aproximadamente 20 billones de dólares de contratos de futuros sobre S&P 500.

de aseguramiento de carteras ascendían al 21,3 por ciento de todas las ventas en los mercados de futuros sobre índices. Parece probable que los de carteras presionaron en cierta manera a la baja sobre el mercado.

Dada la rápida caída del mercado y la sobrecarga de los sistemas del mercado de valores, los aseguradores de carteras no pudieron ejecutar la mayoría de las transacciones generadas por sus modelos y fracasaron en la obtención de la protección buscada. No es necesario decir que la popularidad de las estrategias de aseguramiento de carteras basadas en transacciones dinámicas en acciones y contratos de futuros se ha reducido considerablemente desde octubre de 1987.

15.13. VOLATILIDAD DEL MERCADO BURSÁTIL

Ya hemos planteado el tema de si la volatilidad se debe exclusivamente a la llegada de nueva información o si la negociación en sí misma genera la volatilidad. Las estrategias de aseguramiento de carteras como las que acabamos de describir pueden potencialmente incrementar la volatilidad. Cuando el mercado cae, hace que los gestores de carteras vendan acciones o contratos de futuros. Ambas alternativas pueden acentuar la caída. La venta de acciones puede conducir el índice del mercado hacia abajo de forma más directa. La venta de contratos de futuros sobre índices puede llevar a la baja a los precios de futuros. Esto crea presión de venta sobre acciones a través del mecanismo de arbitraje de índices (véase Capítulo 3) con lo cual el índice del mercado es propenso a caer en este caso. De forma similar, cuando el mercado sube, las estrategias de aseguramiento de carteras hacen que los gestores de éstas compren acciones o compren contratos de futuros. Esto puede acentuar la subida.

Además de las estrategias formales para asegurar carteras podemos especular que muchos inversores consciente o inconscientemente siguen estrategias de seguro por sí mismos. Por ejemplo, un inversor puede desear entrar en el mercado cuando sube pero cuando baje intentará limitar el riesgo de bajada.

El modo en que las estrategias de asegurar carteras (formales o informales) afectan la volatilidad depende de cuán fácilmente el mercado pueda absorber las negociaciones que generan los aseguradores de carteras. Si las negociaciones de aseguramiento son una fracción muy pequeña de todas las negociaciones, su efecto es casi nulo. Cuando el aseguramiento se hace más popular, puede tener un efecto desestabilizador en el mercado.

15.14. RESUMEN

Las instituciones financieras ofrecen una variedad de opciones a sus clientes. A menudo, las opciones no corresponden a los productos estandarizados negociados por los mercados organizados. Esto genera a la institución financiera el problema de cubrir su exposición. Las posiciones cubiertas y descubiertas las dejan sujetas a un nivel del riesgo inaceptable. Una acción que se propone a veces es una estrategia para frenar pérdidas. Ésta implica mantener una posición descubierta cuando una opción está fuera de dinero y convertirla en una posición cubierta tan pronto la opción se mueve en dinero. Aunque aparentemente atractiva, esta estrategia no funciona bien.

La delta, Δ, de una opción es la tasa de variación de su precio con respecto al precio del activo subyacente. La cobertura delta implica crear una posición con una delta cero (a veces

llamada como una posición neutral a delta o delta-neutral). Como la delta del activo subyacente es 1,0, una forma de conseguir esta cobertura es tomar una posición de $-\Delta$ en el activo subyacente por cada posición larga en opciones que se cubre. La delta de una opción varía a lo largo del tiempo. Esto significa que la posición en el activo subyacente tiene que reajustarse frecuentemente.

Una vez una posición en una opción se ha hecho neutral a delta, el paso siguiente suele ser su gamma. La gamma de una opción es la tasa de variación de su delta con respecto al precio del activo subyacente. Es una medida de la curvatura de la relación entre el precio de la opción y el precio del activo. El impacto de esta curvatura sobre el funcionamiento de la cobertura delta puede reducirse haciendo la posición de la opción neutral a gamma. Si Γ es la gamma de la posición que se cubre, esta reducción se suele alcanzar tomando una posición en una opción negociada con una gamma de $-\Gamma$.

Las coberturas delta y gamma están basadas en el supuesto de que la volatilidad del activo subyacente es constante. En la práctica las volatilidades varían a lo largo del tiempo. La vega de una opción o una cartera de opciones mide la tasa de variación de su valor con respecto a la volatilidad. Si un operador desea cubrir una posición en una opción contra los cambios de la volatilidad, puede hacer la posición neutral a vega. Igual que en el procedimiento para crear la neutralidad de gamma, debemos tomar una posición compensatoria en una opción negociada. Si el operador desea alcanzar la neutralidad de gamma y de vega, normalmente se necesitan dos opciones negociadas.

Otras dos medidas del riesgo de una posición en una opción son theta y rho. Theta mide la tasa de variación del valor de la posición con respecto al paso del tiempo con todo lo demás invariable. Rho mide la tasa de variación del valor de la posición con respecto al tipo de interés a corto plazo con todo lo demás invariable.

En la práctica, los operadores de opciones suelen reajustar sus carteras al menos una vez al día para mantener la neutralidad delta. Normalmente no es factible mantener las neutralidades gamma o vega de forma regular. Es típico que los operadores vigilen estas medidas. Si se hacen demasiado grandes, se toma alguna acción correctora o se cortan las operaciones.

Los gestores de carteras están interesados a veces en crear opciones de venta sintéticamente con el propósito de asegurar el valor de una cartera de acciones. Pueden hacerlo negociando la cartera o negociando contratos de futuros sobre índices y la cartera. Negociar la cartera implica dividir la cartera entre acciones y valores libres de riesgo. Cuando el mercado cae, se invierte más en valores libres de riesgo. Cuando el mercado sube, se invierte más en acciones. Negociar contratos de futuros sobre índices implica mantener la cartera de acciones intacta y vender los contratos de futuros sobre índices. Cuando el mercado cae, se venden más contratos de futuros sobre índices; cuando sube se venden menos. Esta estrategia funciona bien en condiciones normales de mercado. Sin embargo, el lunes 19 de octubre de 1987, cuando el 'Dow Jones Industrial Average' cayó más de 500 puntos, funcionó mal. Los aseguradores de carteras no pudieron vender acciones o contratos de futuros sobre índices lo suficientemente rápido para proteger sus posiciones. Como resultado, la popularidad de estas estrategias ha bajado drásticamente.

Lecturas recomendadas

Sobre la cobertura de posiciones en opciones

Boyle, P. P., y D. Emanuel, «Discretely Adjusted Option Hedges», *Journal of Financial Economics*, 8 (1980), 259-282

Figlewski, S., «Options Arbitrage in Imperfect Markets», *Journal of Finance*, 44 (diciembre 1989), 1289-1311

Galai, D., «The Components of the Return from Hedging Options against Stocks», *Journal of Business*, 56 (enero 1983), 45-54

Hull, J., y A. White, «Hedging the Risks from Writing Foreign Currency Options», *Journal of International Money and Finance*, 6 (junio 1987), 131-152

Sobre aseguramiento de cartera

Asay, M., y C. Edelberg, «Can a Dynamic Strategy Replicate the Returns on an Option?», *Journal of Futures Markets*, 6 (primavera 1986), 63-70

Bookstaber, R., y J. A. Langsam, «Portfolio Insurance Trading Rules», *Journal of Futures Markets*, 8 (febrero 1988) 15-31

Etzioni, E. S., «Rebalance Disciplines for Portfolio Insurance», *Journal of Portfolio Insurance*, 13 (otoño 1986), 59-62

Leland, H. E., «Option Pricing and Replication with Transactions Costs», *Journal of Finance*, 40 (diciembre 1985), 1283-1301

Leland, H. E., «Who Should Buy Portfolio Insurance?», *Journal of Finance*, 35 (mayo 1980), 581-594

Rubinstein, M., «Alternative Paths for Portfolio Insurance», *Financial Analysts Journal*, 41 (julio/agosto 1985), 42-52

Rubinstein, M., y H. E. Leland, «Replicating Options with Positions in Stock and Cash», *Financial Analysts Journal*, 37 (julio-agosto 1981), 63-72

Tilley, J. A., y G. O. Latainer, «A synthetic Option Framework for Asset Allocation», *Financial Analysis Journal*, 41 (mayo/junio 1985), 32-41

Test (respuestas al final del Libro)

15.1. Explique cómo puede implementarse una estrategia de cobertura para frenar pérdidas por parte del emisor de una opción de compra fuera de dinero. ¿Por qué proporciona una cobertura relativamente pobre?

15.2. ¿Qué significa afirmar que la delta de una opción de compra es 0,7? ¿Cómo puede una posición corta en 1.000 opciones hacerse delta-neutral cuando la delta de cada opción es 0,7?

15.3. Calcule la delta de una opción Europea de compra a seis meses a dinero sobre acciones que no pagan dividendos cuando el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual y la volatilidad del precio de las acciones es del 25 por ciento anual.

15.4. ¿Qué significa afirmar que la theta de una posición en opciones es $-0,1$ cuando el tiempo se mide en años? Si un operador cree que ni el precio de las acciones ni su volatilidad implícita cambiarán, ¿qué tipo de posición en opciones será la apropiada?

15.5. ¿Qué indica la gamma de una posición en opciones? Consideremos la situación de un emisor de opciones cuando la gamma de su posición es grande y negativa y la delta es cero. ¿Cuáles son los riesgos?

15.6. «El procedimiento de crear sintéticamente una posición en una opción es la inversa del procedimiento de cubrir la posición de la opción.» Explique esta afirmación.

15.7. ¿Por qué el aseguramiento de carteras no funcionó bien el 19 de octubre de 1987?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

15.8. El precio Black-Scholes de una opción de compra fuera de dinero con un precio de ejercicio de 40 dólares es 4 dólares. El operador que ha emitido la opción quiere utilizar un estrategia de frenar pérdidas. El plan del operador es comprar a 40,10 dólares y vender a 39,90 dólares. Estime el número esperado de veces que las acciones deben comprarse o venderse.

15.9. Supongamos que el precio actual de las acciones es 20 dólares y que se crea sintéticamente una opción de compra con un precio de ejercicio de 25 dólares utilizando una posición contínuamente variable en las acciones. Consideremos las dos situaciones siguientes:

a) El precio de las acciones aumenta constantemente de 20 dólares hasta 35 dólares durante la vida de la opción.
b) El precio de las acciones aumenta bruscamente finalizando en 35 dólares.

¿Qué escenario haría más cara la opción creada sintéticamente? Razone su respuesta.

15.10. ¿Cuál es la delta de una posición corta en 1.000 opciones Europeas de compra sobre contratos de futuros sobre plata? Las opciones vencen dentro de ocho meses y el contrato de futuros subyacente a la opción vence dentro de nueve meses. El precio actual de futuros a nueve meses es 8 dólares por onza, el precio de ejercicio de la opción es 8 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es el 12 por ciento anual, y la volatilidad de la plata es del 18 por ciento anual.

15.11. En el Problema 15.10, ¿qué posición inicial en contratos de futuros a nueve meses es necesaria para la cobertura delta? Si se utiliza la plata, ¿cuál es la posición inicial? Si se utiliza un contrato de futuros a un año, ¿cuál es la posición inicial? Suponga que no hay costes de almacenamiento para la plata.

15.12. Una empresa utiliza la cobertura delta para cubrir una cartera de posiciones largas en opciones de venta y de compra sobre una divisa. ¿Cuál de los siguientes hechos daría un resultado más favorable?

a) Un tipo al contado virtualmente constante.
b) Movimientos violentos en el tipo al contado.

Razone su respuesta.

15.13. Repita el Problema 15.12 para una institución financiera con una cartera de posiciones a corto en opciones de venta y de compra sobre divisas.

15.14. Una institución financiera acaba de vender 1.000 opciones Europeas de compra a siete meses sobre yenes japoneses. Supongamos que el tipo de cambio de contado es de 0,80 centavos por yen, el precio de ejercicio es 0,81 centavos por yen, el tipo de interés libre de riesgo en Estados Unidos es del 8 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo en Japón es del 5 por ciento anual y la volatilidad del yen es del 15 por ciento anual. Calcule la delta, gamma, vega, theta y rho de la posición de la institución financiera. Interprete cada coeficiente.

15.15. ¿Bajo qué circunstancias es posible hacer una posición en una opción Europea sobre un índice bursátil neutral a gamma y a vega introduciendo otra opción Europea negociada dentro de la cartera?

15.16. El gestor de un fondo mantiene una cartera bien diversificada que refleja el funcionamiento del S&P 500 y tiene un valor de 360 millones de dólares. El valor del S&P 500 es 1.200 y el gestor de la cartera querría asegurarse contra una reducción de más del 5 por ciento en el valor de la cartera durante los próximos seis meses. El tipo de

interés libre de riesgo es del 6 por ciento anual. El rendimiento por dividendo de la cartera y del S&P 500 es del 3 por ciento, y la volatilidad del índice es del 30 por ciento anual.

a) Si el gestor del fondo compra opciones Europeas de venta, ¿cuánto costaría el seguro?
b) Explique cuidadosamente estrategias alternativas disponibles para el gestor del fondo que incluyan opciones Europeas de compra, y muestre que conducen al mismo resultado.
c) Si el gestor del fondo decide asegurarse manteniendo parte de la cartera en activos libres de riesgo, ¿cuál debe ser la posición inicial?
d) Si el gestor del fondo decide asegurarse utilizando contratos de futuros sobre índices a nueve meses, ¿cuál debe ser la posición inicial?

15.17. Repita el Problema 15.16 que la cartera tiene una beta de 1,5. Suponga que el rendimiento por dividendo de la cartera es el 4 por ciento anual.

15.18. Demuestre sustituyendo en los diversos términos de la Ecuación (15.7) que la ecuación es correcta para:

a) Una única opción Europea de compra sobre acciones que no pagan dividendos.
b) Una única opción Europea de venta sobre acciones que no pagan dividendos.
c) Cualquier cartera de opciones Europeas de compra y de venta sobre acciones que no pagan dividendos.

15.19. Suponga que se desea asegurar una cartera de acciones valorada en 70 billones de dólares. Suponga que las estrategias están diseñadas para asegurar que el valor de los activos no descendera más de un 5 por ciento en un año. Haciendo las estimaciones que crea necesario, use DerivaGem para calcular el valor de las acciones o de los contratos de futuros que los administradores de las estrategias de seguro de la cartera intentan vender si el mercado cae un 23 por ciento en un sólo día.

15.20. ¿Tiene un contrato a plazo la misma delta que su correspondiente contrato de futuros? Razone su respuesta.

15.21. La posición de un banco en opciones sobre el tipo de cambio dólar-euro tiene una delta de 30.000 y una gamma de -80.000. Explique cómo pueden interpretarse estas cifras. El tipo de cambio (dólares por euro) es 0,90. ¿Qué posición tomaría para hacer que la posición sea delta-neutral? Tras un corto período de tiempo, el tipo de cambio se mueve a 0,93. Estime la nueva delta. ¿Qué negociación adicional será necesaria para mantener la posición neutral a delta? Suponiendo que el banco hubiese mantenido originalmente una posición delta-neutral, ¿habría ganado o perdido dinero tres este movimiento en el tipo de cambio?

Preguntas de repaso

15.22. Considere una opción de compra Europea sobre una acción cuando el precio de la acción es 30 dólares, el precio de ejercicio es 30 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento y la volatilidad es del 25 por ciento anual. Use el software DerivaGem para calcular el precio, delta, gamma, vega, theta y rho de la opción. Verifique que delta es correcta cambiando el precio de la acción a 30,1 dólares recalculando el precio de la opción. Verifique que gamma es correcta recalculando delta para la situación en la que el precio de la acción es 30,1 dólares. Realice cálculos

similares para verificar que vega, theta y rho son correctas. Use el software DerivaGem para dibujar el precio de la opción delta, gamma, vega, theta y rho en función del precio de la acción.

15.23. Una institución financiera tiene la siguiente cartera de opciones sobre la libra esterlina *over-the-counter*:

Tipo	Posición	Delta de la opción	Gamma de la opción	Vega de la opción
Compra	−1.000	0,50	2,2	1,8
Compra	−500	0,80	0,6	0,2
Venta	−2.000	−0,40	1,3	0,7
Compra	−500	0,70	1,8	1,4

Una opción negociada está disponible y tiene una delta de 0,6, una gamma de 1,5 y una vega de 0,8.

a) ¿Qué posición en la opción negociada y en libras haría la cartera neutral a gamma y a delta?

b) ¿Qué posición en la opción negociada y en libras haría la cartera neutral a vega y a delta?

15.24. Consideremos de nuevo la situación del Problema 15.23. Supongamos que está disponible una segunda opción negociada con una delta de 0,1, una gamma de 0,5, y una vega de 0,6. ¿Cómo se podría hacer la cartera neutral a delta, gamma y vega?

15.25. Un instrumento de depósito ofrecido por un banco garantiza que los inversores recibirán un rendimiento durante un período de seis meses que es el mayor (a) cero y (b) el 40 por ciento del rendimiento proporcionado por un índice del mercado. Un individuo está planeando invertir 100.000 dólares en el instrumento. Describa el pago como una opción sobre el índice. Considere que el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual, el rendimiento por dividendo del índice es del 3 por ciento anual, y la volatilidad del índice es el 25 por ciento anual, ¿es el producto un buen negocio para el individuo?

CAPÍTULO 16

Valor en riesgo

En el Capítulo 15 examinamos medidas como delta, gamma y vega para describir diferentes aspectos del riesgo en una cartera que incluye opciones y otros activos financieros. Las instituciones financieras suelen calcular diariamente cada una de estas medidas en cada variable de mercado a la que están expuestas. A menudo hay cientos, o incluso miles de variables de mercado de este tipo. Un análisis delta-gamma-vega conduce, por tanto, a un gran número de medidas de riesgo todos los días. Estas medidas de riesgo proporcionan una información valiosa a los operadores responsables de la gestión de de los diferentes componentes de la cartera de las instituciones financieras, pero son de un uso limitado para los gestores de alto nivel.

El Valor en Riesgo (VaR) es un intento de proveer a los altos directivos de una única medida que resuma el riesgo total en una cartera de activos financieros. Se ha usado de forma generalizada entre tesoreros de empresa, gestores de fondos e instituciones financieras. Los reguladores en los Bancos Centrales usan también el VaR para determinar el capital que debe mantener un banco para reflejar el riesgo que está asumiendo.[1]

En este capítulo explicamos la medida del VaR y describimos las dos formas principales de calcularla. Éstas reciben el nombre de *simulación histórica* y de *modelización* (*model-building*). Ambos son muy usados por empresas tanto financieras como no financieras. No hay un acuerdo general sobre cuál de los dos es el mejor.

16.1. LA MEDIDA DEL VaR

Cuando se usa la medida del valor en riesgo, el gestor de una cartera de instrumentos financieros está interesado en hacer declaraciones del siguiente estilo:

[1] Para una discusión sobre este punto ver P. Jackson, D. J. Maude, y W. Perraudin, «Bank Capital and Value at Risk», *Journal of Derivatives* 4(3) (primavera 1997): 73-90.

«Estamos seguros en un X por ciento de que no perderemos más de V dólares en los próximos N días.»

La variable V es el VaR de la cartera. Es función de dos parámetros: N es el horizonte temporal y X el nivel de confianza. El VaR es el nivel de pérdidas que no se sobrepasará a lo largo de N días con una seguridad del X por ciento.

Para el cálculo del capital bancario para el riesgo de mercado, los reguladores utilizan $N = 10$ y $X = 99$. Esto quiere decir que se centran en el nivel de pérdidas a lo largo de un período de 10 días que se espera sea sobrepasado sólo con un 1 por ciento de probabilidad. El capital que requieren que mantenga es al menos tres veces su medida VaR.[2]

En general, cuando el horizonte temporal es de N días y el nivel de confianza el X por ciento, el VaR es la pérdida correspondiente al $(100 - X)$ percentil de la distribución del cambio en el valor de la cartera a lo largo de los siguientes N días. Por ejemplo, cuando $N = 5$ y $X = 97$, es el percentil de la distribución de cambios en el valor de la cartera para los próximos cinco días. La Figura 16.1 ilustra al VaR para la situación donde el cambio en el valor de la cartera sigue una distribución aproximadamente normal.

El VaR es una medida atractiva porque es fácil de entender. Esencialmente hace una pregunat muy sencilla. «¿Qué es lo peor que puede pasar?» Ésta es la pregunta cuya respuesta desean los altos ejecutivos. Se sienten muy cómodos con la idea de condensar todas las letras Griegas para todas las variables del mercado en una única cifra.

Si aceptamos que es útil disponer de una única cifra para describir el riesgo de una cartera, una pregunta interesante será si el VaR es la mejor alternativa. Algunos investigadores han argumentado que el VaR podría inducir a los operadores a seleccionar una cartera con una distribución de rendimientos similar a la que aparece en la Figura 16.2. Las carteras en las Figuras 16.1 y 16.2 tienen el mismo VaR, pero la cartera de la Figura 16.2 es mucho más arriesgada porque las pérdidas potenciales son mucho mayores.

Una medida que considera el problema que acabamos de mencionar es el *VaR Condicional* (C-VaR).[3] Mientras el VaR responde a la pregunta «¿Qué es lo peor que puede pasar?»

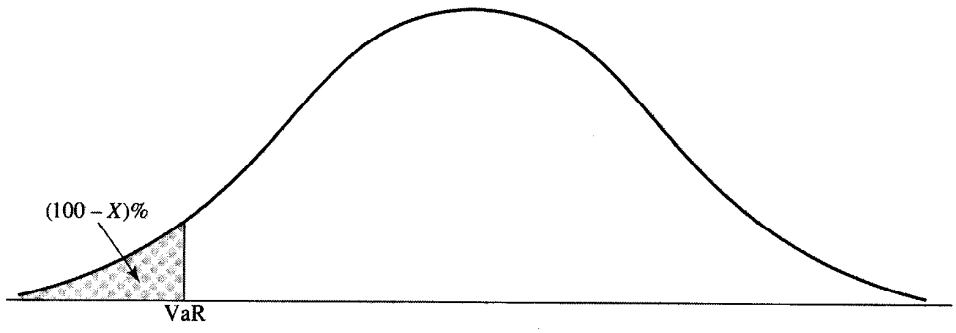


Figura 16.1. Cálculo del VaR a partir de la distribución de probabilidad de cambios en el valor de la cartera; el nivel de confianza es el X por ciento.

[2] Para ser más preciso, el capital requerido para cubrir el riesgo de mercado para un banco particular es k veces el VaR para 10 días al 99 por ciento donde el multiplicador k es seleccionedo por los reguladores y es al menos tres.

[3] Esta medida fue sugerida por P. Artzener, F. Delbaen, J.-M. Eber y D. Heath, «Coherent Measures of Risk», *Mathematical Finance* 9 (1999):203-28. Estos autores definen ciertas propiedades que debería tener una buena medida de riesgo y muestran que el VaR estándar no las cumple todas.

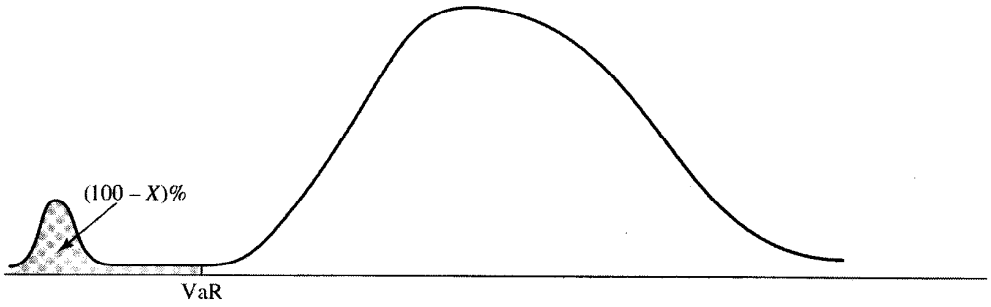


Figura 16.2. Situación alternativa a la Figura 16.1; el VaR es el mismo pero la pérdida potencial es mayor.

el C-VaR pregunta: «Si las cosas ahora fuesen mal, ¿cuánto podemos esperar perder?» El C-VaR es la pérdida esperada durante un período de N días condicionada a que estemos en el $(100 - X)$ por ciento de la cola izquierda de la distribución. Por ejemplo, con $X = 99$ y $N = 10$, C-VaR es la cantidad promedio que perderemos a lo largo de un período de 10 días suponiendo que ocurriese algo dentro del 1 por ciento de los peores casos posibles.

A pesar de su debilidad, el VaR (no el C-VaR) es la medida de riesgo más popular tanto entre los reguladores como entre los gestores. Por tanto, dedicaremos la mayoría del resto de este capítulo a su cálculo.

El horizonte temporal

En teoría el VaR depende de dos parámetros: N, el horizonte temporal medido en días y X, el nivel de confianza. En la práctica, los analistas eligen $N = 1$. Ello se debe a la ausencia de datos suficientes para estimar directamente el comportamiento de las variables de mercado en períodos de tiempo superiores a un día. El supuesto más frecuente es

$$N\text{-día VaR} = 1 \text{ día VaR} \times \sqrt{N}$$

Esta fórmula es exacta si los cambios en el valor de la cartera en días sucesivos se distribuyen idéntica e independientemente como una variable normal con media igual a cero.

Mencionamos previamente que los reguladores exigirán que el capital mantenido por un banco sea al menos tres veces el VaR para 10 días al 99 por ciento. Dada la forma de cálculo del VaR a 10 días, este nivel de capital es, a todos los efectos, $3 \times \sqrt{10} = 9{,}49$ veces el VaR para 1 día al 99 por ciento.

16.2. SIMULACIÓN HISTÓRICA

La simulación histórica es una forma muy popular en el cálculo del VaR. Utiliza datos pasados de una forma muy directa como guía de qué puede ocurrir en el futuro. Supongamos que queremos calcular el VaR de una cartera usando un horizonte temporal de un día, un intervalo de confianza del 99 por ciento y datos de 500 días. El primer paso es identificar las variables de mercado que afectan a la cartera. Típicamente serán los tipos de cambio, los precios de las acciones, los tipos de interés, etc. Entonces recogemos datos sobre los movimientos de estas

variables en los últimos 500 días. Esto nos proporcionará 500 escenarios alternativos acerca de qué podrá ocurrir entre hoy y mañana. El escenario 1, los cambios porcentuales en los valores de todas la variables son los mismos que se dieron el primer día para el que recogimos datos; el escenario 2 se da cuando son los mismos que el segundo día para el que tenemos datos; etc. Para cada escenario calculamos el cambio en dólares que se ha dado en el valor de la cartera entre hoy y mañana. Esto define una distribución de probabilidad para cambios diarios en el valor de nuestra cartera. El quinto peor cambio diario corresponderá al primer percentil de la distrubución. La estimación del VaR es la pérdida correspondiente cuando estamos en este percentil. Suponiendo que los últimos 500 días fuesen una buena guía de lo que podría pasar al siguiente día, estamos seguros al 99 por ciento de que no tendremos una pérdida superior a nuestra estimación del VaR.

La metodología de simulación histórica está ilustrada en las Tablas 16.1 y 16.2. La Tabla 16.1 muestra observaciones de variables de mercado a lo largo de los últimos 500 días. Las observaciones se toman en cierto momento concreto del día (normalmente al cierre de operaciones). Denotamos el primer día para el que tenemos datos como día 0, el segundo como día 1; etc. Hoy es el día 500; mañana será el día 501.

La Tabla 16.2 muestra los valores que tendrían las variables de mercado mañana si sus porcentajes de cambio entre hoy y mañana fuesen iguales a los que fueron entre el día $i - 1$ y el día i para $1 \leqslant i \leqslant 500$. La primera fila de la Tabla 16.2 muestra los valores de las variables de mercado mañana, suponiendo que sus cambios porcentual entre hoy y mañana fuesen los mismos que se dieron entre el día 0 y el día 1; la segunda fila muestra los valores de las variables de mercado mañana, suponiendo que se diesen los cambios porcentuales de cambio entre el día 1 y el día 2, etc. Las 500 filas de la Tabla 16.2 son los 500 escenarios considerados.

Definimos v_i como el valor de una variable de mercado el día i y m como el número de días de información usados. El escenario i supone que el valor de la variable de mercado mañana será

$$v_m \frac{v_i}{v_{i-1}}$$

Tabla 16.1. Datos para el cálculo del VaR a partir de una simulación histórica.

Día	Variable de mercado 1	Variable de mercado 2	...	...	Variable de mercado N
0	20,33	0,1132	...	...	65,37
1	20,78	0,1159	...	...	64,91
2	21,44	0,1162	...	...	65,02
3	20,97	0,1184	...	...	64,90
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
498	25,72	0,1312	...	...	62,22
499	25,75	0,1323	...	...	61,99
500	25,85	0,1343	...	...	62,10

Tabla 16.2. Escenarios generados para mañana (Día 501) usando los datos de la Tabla 16.1.

Escenario número	Variable de mercado 1	Variable de mercado 2	...	...	Variable de mercado N	Valor de la cartera (millones $)
1	26,42	0,1375	...	...	61,66	23,71
2	26,67	0,1346	...	...	62,21	23,12
3	25,28	0,1368	...	...	61,99	22,94
...	...	...	...	...	...	
...	...	...	...	...	...	
499	25,88	0,1354	...	...	61,87	23,63
500	25,95	0,1363	...	...	62,21	22,87

En nuestro ejemplo $m = 500$. Para la primera variable, el valor hoy , v_{500}, es 25,85. También $v_0 = 20{,}33$ y $v_1 = 20{,}78$. Sigue de ahí que el valor de la primera variable de mercado en el primer escenario sea

$$25{,}85 \times \frac{20{,}78}{20{,}33} = 26{,}42$$

La columna final de la Tabla 16.2 muestra el valor de la cartera mañana para cada uno de los 500 escenarios . El valor de la cartera hoy es conocido. Supongamos que fuese de 23,50 millones de dólares. Podríamos calcular el cambio en el valor de la cartera entre hoy y mañana para todos los diferentes escenarios. Para el escenario 1 es de 210.000 dólares; para el escenario 2 es de -380.000 dólares; y así sucesivamente. Estos cambios de valor se ordenan. La quinta peor pérdida será el VaR a un día al 99 por ciento. Como mencionamos en la sección previa, el VaR a N días para un intervalo de confianza del 99 por ciento se calcula como $\sqrt{N}$ veces el valor del VaR a un día.

Cada día, el VaR estimado en nuestro ejemplo sería actualizado usando los 500 datos de días más recientes. Consideremos, por ejemplo, qué pasaría el día 501. Encontramos nuevos valores para todas las variables de mercado y podemos calcular un nuevo valor para nuestra cartera.[4] Vamos a continuación a calcular un nuevo VaR utilizando el procedimiento que hemos descrito. Utilizamos datos de las variables de mercado desde el día uno hasta el día 501. (Esto nos proporciona las 500 observaciones requeridas de cambios en las variables de mercado, los valores de las variables de mercado del día 0 no se utilizarán.) De forma similar, el día 502 utilizamos datos desde el día 2 hasta el día 502 para determinar el VaR; etc.

16.3. MODELIZACIÓN

La principal alternativa a la simulación histórica es la modelización (en ocasiones también llamado enfoque varianza-covarianza). Antes de entrar en detalles sobre este enfoque, será apropiado mencionar una cuestión relativa a las unidades de medida de la volatilidad.

[4] Nótese que la composición de la cartera puede haber cambiado entre los días 500 y 501.

Volatilidades diarias

En la valoración de opciones, se suele medir el tiempo en años y la volatilidad de un activo se suele publicar como «volatilidad anual». Cuando usamos el enfoque de la modelización para calcular el VaR, normalmente medimos el tiempo en días y la volatilidad de un activo es normalmente referenciada como «volatilidad diaria».

¿Cuál es la relación entre la volatilidad anual usada en la valoración de opciones y la volatilidad diaria usada en el cálculo del VaR? Vamos a definir σ_{yr} como la volatilidad anual de cierto activo y $\sigma_{día}$ como la volatilidad diaria equivalente del mismo activo. Suponiendo que hay 252 días laborables de negociación en un año, podemos utilizar la Ecuación (11.4) para obtener la desviación estándar del rendimiento compuesto continuo del activo en un año tanto como σ_{yr} o $\sigma_{día}\sqrt{252}$. Por tanto

$$\sigma_{yr} = \sigma_{día}\sqrt{252}$$

o bien

$$\sigma_{día} = \frac{\sigma_{yr}}{\sqrt{252}}$$

es decir, la volatilidad diaria es, aproximadamente, el 6 por ciento de la volatilidad anual.

Tal como se señaló en la Sección 11.3, $\sigma_{día}$ es aproximadamente igual a la desviación estándar del cambio porcentual en el precio del activo en un día. Con el propósito de calcular el VaR suponemos una igualdad exacta. Definimos la volatilidad diaria del precio de un activo (o de cualquier otra variable) como la desviación estándar del cambio porcentual en un solo día.

Nuestros comentarios en las siguientes secciones suponen que disponemos de estimaciones de las volatilidades y correlaciones diarias. Más adelante en el capítulo explicamos cómo se obtienen estas estimaciones.

Caso de un único activo

Consideramos ahora cómo se calcula el VaR usando el enfoque de la modelización en una situación muy sencilla en la que la cartera consiste en una posición en acciones de una única empresa. La cartera que consideramos consiste en 10 millones de dólares en acciones de Microsoft. Suponemos que $N = 10$ y $X = 99$, por lo tanto nos interesa el nivel de pérdidas que no se superará con un 99 por ciento de probabilidad en un horizonte de 10 días. Consideremos inicialmente un horizonte temporal de un día.

Suponemos que la volatilidad de Microsoft es el 2 por ciento diario (correspondiente aproximadamente a un 32 por ciento anual). Dado que el tamaño de la posición es de 10 millones de dólares, la desviación estándar de los cambios diarios en el valor de la posición es el 2 por ciento de 10 millones de dólares, o 200.000 dólares.

En la modelización se acostumbra a suponer que la variación esperada en una variable de mercado a lo largo del período de tiempo considerado es cero. Esto no es exactamente así, pero es un supuesto razonable. La variación esperada en una variable de mercado en un período corto es generalmente pequeña cuando se la compara con la desviación estándar del cambio. Suponga, por ejemplo, que Microsoft tuviese un rendimiento esperado del 20 por ciento anual. En un período de un día, el rendimiento esperado es 0,20/252 o aproximadamente el

Tabla 16.3. Cálculo del VaR en una situación sencilla.

Fuente: Mesa del operador

Una empresa dispone de una cartera consistente en una inversión de 10 millones de dólares en Microsoft y 5 millones de dólares en AT&T. La volatilidad diaria de Microsoft es el 2 por ciento, la volatilidad diaria de AT&T es el 1 por ciento, y el coeficiente de correlación entre los rendimientos de Microsoft y AT&T es 0,3.

Cálculo del VaR

La desviación estándar del cambio en el valor de la posición diaria de Microsoft es de $10.000.000 \times 0,02 = 200.000$ dólares. La desviación estándar del cambio en el valor diario de la posición de AT&T es $5.000.000 \times 0,01 = 50.000$ dólares. La desviación estándar de la variación diaria en el valor de la cartera es, por tanto

$$\sqrt{200.000^2 + 50.000^2 + 2 \times 0,3 \times 200.000 \times 50.000} = 220.227$$

El VaR a un día al 99 por ciento es por tanto

$$220.227 \times 2,33 = 513.129 \text{ dólares}$$

El VaR a 10 días al 99 por ciento será $\sqrt{10}$ veces este valor o 1.622.657 dólares.

0,08 por ciento mientras que la desviación estándar del rendimiento es el 2 por ciento. A lo largo de un período de 10 días, el rendimiento esperado es 0,20/25,2, o aproximadamente 0,8 por ciento, mientras que la desviación estándar del rendimiento es $2\sqrt{10}$, o aproximadamente el 6,3 por ciento.

Hasta ahora hemos establecido que la variación en el valor de la cartera de acciones de Microsoft a lo largo de un período de un día tiene una desviación estándar de 200.000 dólares y (aproximadamente) una media de cero. Suponemos que la variación sigue una distribución normal.[5] A partir de las tablas del final del libro, $N(-2,33) = 0,01$. Esto significa que hay una probabilidad de un 1 por ciento de que una variable normalmente distribuida decrezca en valor en más de 2,33 desviaciones estándar. Equivalentemente, significa que hay una probabilidad del 99 por ciento de que una variable que siga una distribución normal no baje más de 2,33 desviaciones estándar. El VaR para un día al 99 por ciento para nuestra cartera consistente en una posición en 10 millones de dólares en Microsoft es, por tanto,

$$2,33 \times 200.000 = 466.000 \text{ dólares}$$

Como comentamos previamente, el VaR a N días se calcula como $\sqrt{N}$ veces el VaR a un día. El VaR a 10 días al 99 por ciento de Microsoft es por tanto

$$466.000 \times \sqrt{10} = 1.473.621 \text{ dólares}$$

Considere ahora una cartera consistente en una posición en 5 millones de dólares en AT&T, y suponga que la volatilidad diaria de AT&T fuese el 1 por ciento (aproximadamente

[5] Para ser coherentes con el supuesto para valoración de opciones realizado en el Capítulo 11, podríamos suponer que el precio de Microsoft será logonormal mañana. Como un solo día es un período muy corto de tiempo, esto es casi indistinguible del supuesto que hacemos —que el cambio del precio de la acción de hoy a mañana sea normal.

el 16 por ciento anual). Un cálculo similar al realizado para Microsoft muestra que la desviación estándar de la variación del valor de la cartera en un día es

$$5.000.000 \times 0{,}01 = 50.000$$

Suponiendo que la variación siguiese una distribución normal, el VaR para un día al 99 por ciento será

$$50.000 \times 2{,}33 = 116.500 \text{ dólares}$$

y el VaR a 10 días al 99 por ciento será

$$116.500 \times \sqrt{10} = 368.405 \text{ dólares}$$

El caso de dos activos

Considere ahora una cartera consistente en una inversión de 10 millones de dólares en acciones de Microsoft y 5 millones de dólares en acciones de AT&T. Suponemos que los rendimientos de las dos acciones siguiesen una distribución normal bidimensional con una correlación de 0,3. Un resultado estándar en estadística nos dice que, si dos variables X e Y presentan desviaciones estándar iguales a σ_X y σ_Y con coeficiente de correlación igual a ρ, la desviación estándar de $X + Y$ vendrá dada por:

$$\sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\rho\sigma_X\sigma_Y}$$

Para aplicar este resutado, hacemos X igual al cambio en el valor de la posición en Microsoft en un período de un día e Y igual al cambio en el valor de la posición sobre AT&T en un período de un día, es decir

$$\sigma_X = 200.000 \qquad \sigma_Y = 50.000$$

La desviación estándar del cambio en el valor de la cartera consistente en ambas acciones durante un período de un día es, por tanto,

$$\sqrt{200.000^2 + 50.000^2 + 2 \times 0{,}3 \times 200.000 \times 50.000} = 220.227$$

Suponemos que el cambio promedio es cero. El VaR de un día al 99 por ciento es por tanto

$$220.227 \times 2{,}33 = 513.129 \text{ dólares}$$

El VaR a 10 días al 99 por ciento es $\sqrt{10}$ veces este valor o 1.622.657 dólares. Este ejemplo se resume en la Tabla 16.3.

Los beneficios de la diversificación

En el ejemplo que acabamos de considerar:

1. El VaR a 10 días al 99 por ciento para la cartera de acciones de Microsoft es de 1.473.621 dólares.
2. El VaR a 10 días al 99 por ciento para la cartera de acciones de AT&T es de 368.405 dólares.

3. El VaR a 10 días al 99 por ciento para la cartera de acciones de Microsoft y AT&T es de 1.622.657 dólares.

La cantidad

$$(1.473.621 + 368.405) - 1.622.657 = 219.369 \text{ dólares}$$

representa el beneficio de la diversificación. Si Microsoft y AT&T estuviesen perfectamente correlacionadas, el VaR de la cartera que incluyese Microsoft y AT&T sería igual al VaR de la cartera de Microsoft más el VaR de la cartera de AT&T. Correlaciones que no sean perfectas harán que parte del riesgo 'desaparezca con la diversificación'.[6]

16.4. MODELO LINEAL

Los ejemplos que acabamos de considerar son ilustraciones sencillas del uso del modelo lineal para el cálculo del VaR. Supongamos que tenemos una cartera valorada en P consistente en n activos con un valor α_i invertidos en un activo i ($1 \leqslant i \leqslant n$). Definimos δx_i como el rendimiento de un activo i en un día. De ahí sigue que el cambio del valor en dólares de nuestra inversión en el activo i en un día es $\alpha_i \delta x_i$ y

$$\delta P = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \delta x_i \tag{16.1}$$

donde δP es el cambio en dólares del valor de toda la cartera en un día.

En el ejemplo considerado en la sección previa, se invirtieron 10 millones de dólares en el primer activo (Microsoft) y se invirtieron 5 millones de dólares en el segundo activo (AT&T) es decir que (y en millones de dólares) $\alpha_1 = 10$, $\alpha_2 = 5$, y

$$\delta P = 10\delta x_1 + 5\delta x_2$$

Si suponemos que las δx_i de la Ecuación (16.1) siguen una distribución normal de varias variables, δP se distribuirá de forma normal. Para calcular el VaR debemos por tanto calcular sólo la media y la desviación estándar de δP. Suponemos, tal como discutimos en la sección previa, que el valor esperado de cada δx_i es cero. Esto implica que la media de δP es cero.

Para calcular la desviación estándar de δP, definimos σ_i como la volatilidad diaria del activo i y ρ_{ij} como el coeficiente de correlación entre los rendimientos del activo i y el activo j. Esto significa que σ_i es la desviación estándar de δx_i y ρ_{ij} es el coeficiente de correlación entre δx_i y δx_j. La varianza de δP, que denotamos como σ_P^2, vendrá dada por

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j$$

Esta ecuación también puede escribirse como

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j<i} \rho_{ij} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j \tag{16.2}$$

[6] Harry Markowitz fue uno de los primeros investigadores que estudiaron los beneficios de la diversificación en la gestión de carteras. Fue galardonado con el premio Nóbel por su investigación en 1990. Véase H. Markowitz, «Portfolio Selection», *Journal of Finance* 7(1) (marzo 1952): 77-91.

La desviación estándar del cambio a lo largo de N días es $\sigma_P\sqrt{N}$ y el VaR para un horizonte temporal de N días al 99 por ciento es $2{,}33\sigma_P\sqrt{N}$.

En el ejemplo considerado en la sección previa, $\sigma_1 = 0{,}02$, $\sigma_2 = 0{,}01$ y $\rho_{12} = 0{,}3$. Como previamente señalamos, $\alpha_1 = 10$, $\alpha_2 = 5$, por tanto

$$\sigma_P^2 = 10^2 \times 0{,}02^2 + 5^2 \times 0{,}01^2 + 2 \times 10 \times 5 \times 0{,}3 \times 0{,}02 \times 0{,}01 = 0{,}0485$$

y $\sigma_P = 0{,}220$. Ésta es la desviación estándar del cambio diario en el valor de una cartera (en millones de dólares). El VaR a 10 días al 99 por ciento es $2{,}33 \times 0{,}220 \times \sqrt{10} = 1{,}623$ millones de dólares. Esto concuerda con los cálculos de la sección previa.

Control de tipos de interés

Está fuera de duda que no podemos definir una variable diferente de mercado para cada precio de bono o tipo de interés al que está expuesta la empresa. Es necesaria una cierta simplificación. El enfoque habitual consiste en seleccionar como variables de mercado los precios de los bonos cupón cero con vencimientos estándar: 1 mes, 3 meses, 6 meses, 1 año, 2 años, 5 años, 7 años, 10 años y 30 años. A efectos del cálculo del VaR, los flujos de caja procedentes de los instrumentos en la cartera se hacen corresponder con flujos de caja de los vencimientos estándar.

Considere una posición de 1 millón de dólares en un bono del Tesoro al que faltasen 1,2 años para su vencimiento y que pagase un cupón semestral del 6 por ciento. Se pagarán cupones en 0,2 0,7 y 1,2 años, y el principal se pagará en 1,2 años. Este bono será, por tanto, visto en una primera aproximación como una posición de 30.000 dólares en bonos cupón cero a 0,2 años más otra posición de 30.000 dólares en otro bono cupón cero a 0,7 años más otra posición en 1,03 millones de dólares en otro bono cupón cero a 1,2 años. La posición en el bono a 0,2 años se reemplaza entonces por una posición equivalente en bonos cupón cero a un mes y tres meses; la posición a 0,7 años se reemplaza por una posición equivalente en bonos cupón cero a seis meses y un año; y la posición en el bono a 1,2 años se reemplaza por una posición equivalente en bonos cupón cero a un año y dos años. El resultado es que la posición en el bono a 1,2 años con pago de cupón es, a efectos del VaR como una posición en bonos cupón cero con vencimientos a 1, 3 y 6 meses, y 1 y 2 años.

Este procedimiento se llama *de correspondencia de flujos de caja* (*cash-flow mapping*) y se explica en el Apéndice al final del capítulo.

Aplicaciones del modelo lineal

La aplicación más sencilla del modelo lineal es para una cartera sin derivados consistente en una posición en acciones, bonos, divisas y mercancías. En este caso el cambio en el valor de la cartera será linealmente dependiente del cambio porcentual en los precios de los activos incluidos en la cartera. Nótese que, a efectos de cálculo del VaR, todos los precios de los activos se miden en la moneda doméstica. Las variables de mercado consideradas por un gran banco en los Estados Unidos, por tanto, probablemente incluirán el índice FT-SE 100 medido en dólares, el precio en dólares de una Letra del Tesoro a tres meses del Reino Unido, el precio de una Letra del Tesoro a seis meses del Reino Unido, etc.

Un ejemplo de un derivado que puede ser gestionado con el modelo lineal es un contrato a plazo para la compra de divisas. Suponga que el contrato vence en el momento T. Puede ser visto como el intercambio de un bono cupón cero extranjero con vencimiento en el mo-

mento T por un bono cupón cero doméstico con vencimiento en el momento T. A efectos del cálculo del VaR, el contrato a plazo es, por tanto, tratado como una posición larga en el bono extranjero combinada con una posición corta en el bono doméstico. Cada bono puede controlarse utilizando la correspondencia de flujos de caja descrita con anterioridad.

Consideremos ahora un swap de tipos de interés. Como se explicó en el Capítulo 6, esta permuta puede contemplarse como el intercambio de un bono a tipo flotante por un bono a tipo fijo. El bono a tipo fijo es un bono estándar que paga cupón. El bono a tipo flotante está valorado a la par justo después de la siguiente fecha de pago. Puede ser visto como un bono cupón cero con fecha de vencimiento igual a la siguiente fecha de vencimiento. El swap de tipo de interés, por tanto, se reduce a una cartera de posiciones largas y cortas en bonos y puede controlarse utilizando la correspondencia de flujos de caja descrita previamente.

Las opciones y el modelo lineal

Consideramos ahora cómo puede usarse el modelo lineal cuando hay opciones. Consideremos primero una cartera consistente en opciones sobre acciones de una única empresa. El precio actual de estas acciones es S. Suponga que la delta de la posición (calculada en la forma descrita en el Capítulo 15) es Δ. Dado que Δ es la tasa de cambio en el valor de la cartera al variar S, es aproximadamente cierto que

$$\Delta = \frac{\delta P}{\delta P}$$

o

$$\delta P = \Delta \, \delta S \tag{16.3}$$

donde δS es el valor en dólares del cambio en el precio de las acciones en un solo día y δP, es como de costumbre, el cambio de valor diario de la cartera en dólares. Definimos δx como el cambio porcentual en el precio de la acción en un día, de ahí que

$$\delta x = \frac{\delta S}{S}$$

De ahí sigue que una relación aproximada entre δP y δx es

$$\delta P = S \Delta \, \delta x$$

Cuando tenemos una posición en varias variables de mercado subyacentes que incluyen opciones, podemos derivar de forma similar una relación lineal aproximada entre δP y las δx_i. Esta relación es

$$\delta P = \sum_{i=1}^{n} S_i \Delta_i \, \delta x_i \tag{16.4}$$

donde S_i es el valor de la i-ésima variable de mercado y Δ_i es la delta de la cartera con respecto a la i-ésima variable de mercado. Esto se corresponde con la Ecuación (16.1):

$$\delta P = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \, \delta x_i$$

con $\alpha_i = S_i \Delta_i$. La Ecuación (16.2) puede, por tanto, utilizarse para calcular la desviación estándar de δP.

Ejemplo

Una cartera consiste en opciones de Microsoft y AT&T. Las opciones sobre Microsoft tienen una delta de 1.000 y las opciones sobre AT&T tienen una delta de 20.000. El precio de la acción de Microsoft es de 120 dólares y el precio de la acción de AT&T es de 30 dólares. De la Ecuación (16.4) es aproximadamente cierto que

$$\delta P = 120 \times 1.000 \times \delta x_1 + 30 \times 20.000 \times \delta x_2$$

o

$$\delta P = 120.000\delta x_1 + 600.000\delta x_2$$

donde δx_1 y δx_2 son los rendimientos procedentes de Microsoft y AT&T en un día y δP es el cambio resultante en el valor de la cartera. (La cartera se supone que es equivalente a una inversión de 120.000 dólares en Microsoft y 600.000 dólares en AT&T.) Suponiendo que la volatilidad diaria de Microsoft fuesen el 2 por ciento y la volatilidad diaria de AT&T sea el 1 por ciento y la correlación entre los cambios diarios es 0,3, la desviación estándar de P (en miles de dólares) es

$$\sqrt{(120 \times 0{,}02)^2 + (600 \times 0{,}01)^2 + 2 \times 120 \times 0{,}02 \times 600 \times 0{,}01 \times 0{,}3} = 7{,}099$$

Porque $N(-1{,}65) = 0{,}05$, el valor en riesgo a cinco días al 95 por ciento es

$$1{,}65 \times \sqrt{5} \times 7.099 = 26.193 \text{ dólares}$$

16.5. MODELO CUADRÁTICO

Cuando una cartera incluye opciones, el modelo lineal es una aproximación. No tiene en cuenta la gamma de la cartera. Como se comentó en el Capítulo 15, delta se define como la tasa de cambio del valor de la cartera con respecto a una variable de mercado subyacente y gamma se define como la tasa de cambio de delta con respecto a la variable de mercado. Gamma mide la curvatura de la relación entre el valor de la cartera y una variable de mercado subyacente.

La Figura 16.3 muestra el impacto de una gamma no nula sobre la distribución de probabilidad de δP. Cuando gamma es positiva, la distribución de probabilidad de δP tiende a ser asimétrica hacia la derecha; cuando gamma es negativa, tiende a ser asimétrica hacia la izquierda. La Figura 16.4 muestra la relación entre el valor de una posición larga en opciones de compra y el precio del activo subyacente. Una posición larga en opciones de compra es un ejemplo de una posición en opciones con una gamma positiva. La figura muestra que, cuando la distribución de probabilidad para el precio del activo subyacente al final del día es normal, la distribución de probabilidad para el precio de la opción será asimétrica hacia la derecha.[7] La Figura 16.5 muestra la relación entre el valor de una posición corta en opciones de compra y el precio del activo subyacente. Una posición corta en opciones de compra tiene

[7] Como mencionamos en la nota al pie de página 5, podemos usar la distribución normal como una aproximación a la distribución lognormal en cálculos del VaR.

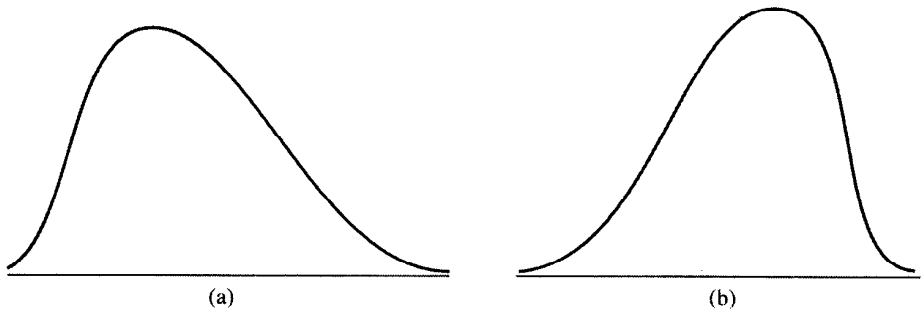


Figura 16.3. Distribución de probabilidad para el valor de la cartera: (a) gamma positiva, (b) gamma negativa.

gamma negativa. En este caso vemos que una distribución normal para el precio del activo subyacente al final de un día se corresponde con una distribución asimétrica a la izquierda para el valor de la posición en opciones.

El VaR de una cartera depende de forma crítica de la cola izquierda de la distribución de probabilidad de δP. Por ejemplo, cuando el nivel de confianza que se utiliza es el 99 por ciento, el VaR es el valor en la cola izquierda bajo el cual sólo tenemos el 1 por ciento de la distribución. Como se indica en las Figuras 16.3a y 16.4, una cartera con una gamma positiva tiende a presentar una cola izquierda menos gruesa que la distribución normal. Si suponemos que la distribución es normal, tenderemos a calcular un VeR demasiado alto. De forma similar, como se indica en las Figuras 16.3b y 16.5, una cartera con gamma negativa tiende a presentar una cola izquierda más gruesa que la distribución normal. Si suponemos que la distribución es normal, tenderemos a calcular un VaR demasiado bajo.

Para un calculo más preciso del VaR que el generado por el modelo lineal, podemos utilizar las medidas de gamma y delta para relacionar a δP y las δx_i. Considere una cartera depen-

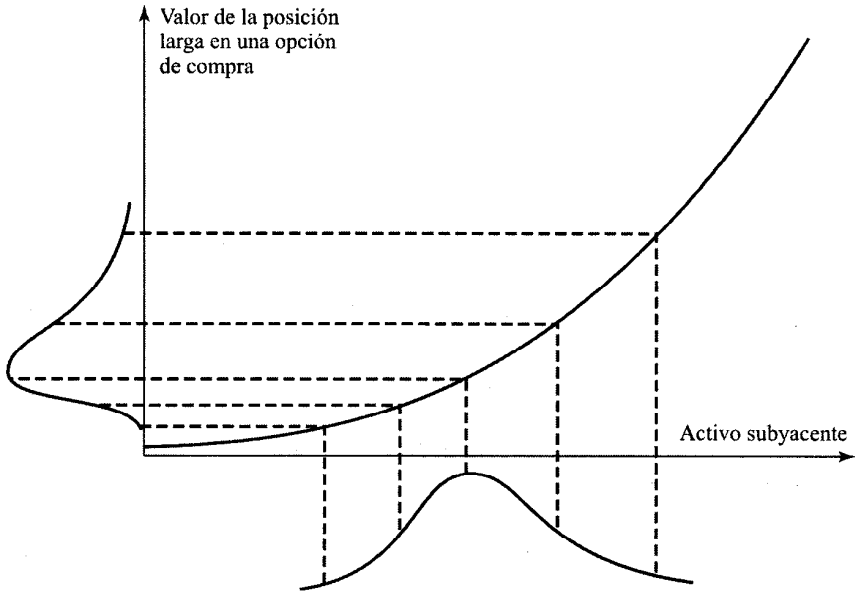


Figura 16.4. Paso de una distribución normal de probabilidad para un activo a una distribución de probabilidad para el valor de una posición larga en una opción de compra sobre ese activo.

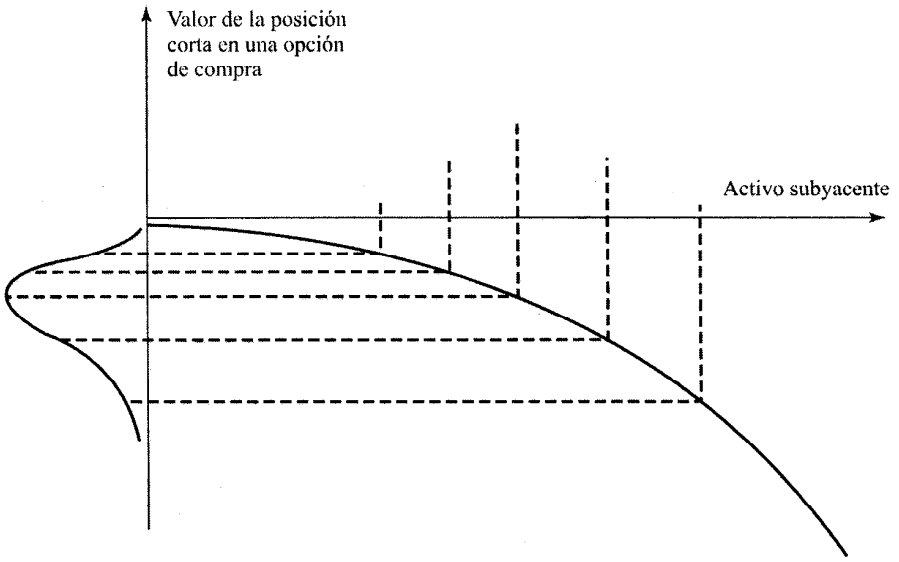


Figura 16.5. Paso de una distribución normal de probabilidad para un activo a una distribución de probabilidad para el valor de una posición corta en una opción de compra sobre ese activo.

diente de un único activo cuyo precio fuese S. Suponga que la delta y gamma de la cartera fuesen Δ y Γ. Una mejora sobre la aproximación de la Ecuación (16.3) es

$$\delta P = \Delta\,\delta S + \tfrac{1}{2}\Gamma\,(\delta S)^2$$

Si hacemos

$$\delta x = \frac{\delta S}{S}$$

se reduce a

$$\delta P = S\Delta\,\delta x + \tfrac{1}{2}S^2\Gamma(\delta x)^2 \qquad \textbf{(16.5)}$$

Existen ecuaciones cuadráticas similares que relacionan δP y δx_i, cuando hay más de una variable de mercado. Una forma de calcular el VaR es la **simulación** de Monte Carlo. Esta incluye los siguientes pasos:

1. Obtener una muestra de valores de las δx_i, procedentes de la distribución conjunta de las δx_i. Puede suponerse que esta distribución es normal con varias variables (como en la Sección 16.4) o calcularse a partir de datos históricos o derivarla de alguna otra forma.
2. Uso de la relación cuadrática entre las δx_i y las δP para calcular una muestra de valores de δP a partir de la muestra de valores de las δx_i.
3. Repetir las fases 1 y 2 muchas veces hasta obtener muchos valores muestrales de δP. Esta muestra de valores define una distribución completa de probabilidad para δP.

El VaR se calcula como el percentil apropiado de la distribución de probabilidad de δP. Suponga, por ejemplo, que calculásemos una muestra con 5.000 valores diferentes de δP en la forma que acabamos de describir. El VaR de un día al 99 por ciento será el valor de δP para el número 50 de los resultados peores; el VaR a un día al 95 por ciento será el valor del

número 250 de los peores resultados; etc. El VaR a N días, como es habitual, se estima como el VaR a un día multiplicado por $\sqrt{N}$.

16.6. ESTIMACIÓN DE VOLATILIDADES Y CORRELACIONES

El enfoque de la modelización requiere volatilidades diarias para todas las variables de mercado y correlaciones entre cada par de variables de mercado. Consideramos ahora cómo son obtenidas.

En esta sección definimos σ_n como la volatilidad diaria de una variable de mercado el día n, tal como se estimó al final del día $n-1$. (Esto es un cambio en la notación. Previamente en este capítulo, utilizamos σ_n para denominar la volatilidad de la n-ésima variable.) El cuadrado de la volatilidad del día n, σ_n^2 es la tasa de varianza. El enfoque estándar para la estimación de σ_n a partir de información histórica se describió en la Sección 11.4. Suponga que el valor de la variable de mercado al final del día i fuese S_i. La variable u_i se define como el rendimiento compuesto continuo durante el día i (entre el final del día $i-1$ y el final del día i):

$$u_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}$$

Una estimación insesgada de la tasa de varianza diaria, σ_n^2, usando las m observaciones más recientes sobre las u_i será:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (u_{n-i} - \bar{u})^2 \tag{16.6}$$

donde $\bar{u}$ es la media de las u_i:

$$\bar{u} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} u_{n-i}$$

A efectos del cálculo del VaR, la fórmula de la Ecuación (16.6) se suele cambiar de diferentes formas:

1. u_i se define como el cambio porcentual en la variable de mercado entre el final del día $i-1$ y el final del día i de forma que [8]

$$u_i = \frac{S_i - S_{i-1}}{S_{i-1}} \tag{16.7}$$

2. $\bar{u}$ se supone nulo.[9]
3. Reemplazamos $m-1$ por m.

[8] Esto es consistente con lo señalado en la Sección 16.3 sobre la forma en que se define la volatilidad a efectos del cálculo del VeR.

[9] Como se expuso en la Sección 16.3, este supuesto normalmente tiene un efecto muy pequeño en las estimaciones de la varianza porque el cambio esperado en una variable en un día es muy pequeño comparado con la desviación estándar de los cambios. Como un supuesto alternativo, podemos definir u_i como el rendimiento obtenido menos el rendimiento esperado el día i.

Estos tres cambios crean muy pocas diferencias en las estimaciones de la varianza que se calculan. Dan como resultado que la Ecuación (16.6) se transforma en

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} u_{n-i}^2 \tag{16.8}$$

donde u_i está dado por la Ecuación (16.7).

Esquemas de ponderación

La Ecuación (16.8) da igual peso a todos los u_i^2. Dado que el objetivo es controlar el nivel actual de volatilidad, lo apropiado es dar un mayor peso a los datos más recientes. Un modelo que hace esto es

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_{n-i}^2 \tag{16.9}$$

La variable α_i es el peso dado a la observación de hace i días. Las α son positivas. Dado que queremos dar un menor peso a las observaciones antiguas, $\alpha_i < \alpha_j$ cuando $i > j$.

Las ponderaciones deben sumar la unidad de forma que

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1$$

El modelo de medias móviles exponenciales ponderadas (MMEP) es un caso particular del modelo de la Ecuación (16.9) donde las ponderaciones α_i, decrecen exponencialmente a medida que retrocedemos en el tiempo. De forma específica, $\alpha_{i+1} = \lambda\alpha_i$ donde λ es una constante que está entre cero y uno.

Resulta que este esquema de ponderaciones conduce a una fórmula particularmente sencilla para actualizar las estimaciones de volatilidad. La fórmula es

$$\sigma_n^2 = \lambda\sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda)u_{n-1}^2 \tag{16.10}$$

La estimación, σ_n de la volatilidad para el día n (realizada al final del día $n - 1$) [10] y u_{n-1} (la observación más reciente sobre los cambios en la variable de mercado).

Ejemplo

El parámetro MMEP, λ, es 0,90, la volatilidad estimada para el día $n - 1$ es del 1 por ciento diario, y el cambio en la variable de mercado durante el día $n - 1$ es sel 2 por ciento. En este caso $\sigma_{n-1}^2 = 0{,}01^2 = 0{,}0001$ y $u_{n-1}^2 = 0{,}02^2 = 0{,}0004$. La Ecuación (16.10) nos da

$$\sigma_n^2 = 0{,}9 \times 0{,}0001 + 0{,}1 \times 0{,}0004 = 0{,}00013$$

La estimación de la volatilidad para el día n, σ_n será por tanto $\sqrt{0{,}00013}$ o el 1,14 por ciento por día. Nótese que el valor esperado de u_{n-1}^2 es σ_{n-1}^2 o 0,0001. En este ejemplo el valor realizado de u_{n-1}^2 es mayor que su valor esperado, y como resultado aumenta la estimación de la volatilidad. Si el valor realizado de u_{n-1}^2 hubiese sido inferior a su valor esperado, la estimación de la volatilidad habría disminuido.

[10] Se obtiene a partir de σ_{n-1} (la estimación de la volatilidad del día $n - 1$).

Para entender por qué la Ecuación (16.10) corresponde a ponderaciones que decrecen exponencialmente, sustituimos σ_{n-1}^2 para obtener

$$\sigma_n^2 = \lambda[\lambda\sigma_{n-2}^2 + (1 - \lambda)u_{n-2}^2] + (1 - \lambda)u_{n-1}^2$$

o

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda)(u_{n-1}^2 + \lambda u_{n-2}^2) + \lambda^2\sigma_{n-2}^2$$

Sustituyendo de forma similar para σ_{n-2}^2 obtenemos

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda)(u_{n-1}^2 + \lambda u_{n-2}^2 + \lambda^2 u_{n-3}^2) + \lambda^3\sigma_{n-3}^2$$

Continuando por esta vía, podemos ver que

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda)\sum_{i=1}^{m} \lambda^{i-1} + \lambda^m\sigma_0^2$$

Para un m lo bastante grande, el término $\lambda^m\sigma_0^2$ es suficientemente pequeño para ser ignorado de forma que la Ecuación (16.10) es la misma que la Ecuación (16.9) con $\alpha_i = (1 - \lambda)\lambda^{i-1}$. Las ponderaciones para las u_i declinan a una tasa λ a medida que retrocedemos en el tiempo declinan. Cada ponderación es λ veces la ponderación previa.

El enfoque MMEP tiene la atractiva característica de que requiere almacenar relativamente pocos datos. En cualquier momento sólo necesitamos recordar la estimación actual de la tasa de varianza y la observación más reciente sobre el valor de la variable de mercado. Cuando obtenemos una nueva observación para el valor de la variable de mercado, calculamos una nueva u^2 y usamos la Ecuación (16.10) para actualizar nuestra estimación de la tasa de varianza. La estimación antigua de la tasa de varianza y el valor antiguo de la variable de mercado pueden entonces descartarse.

El enfoque MMEP está diseñado para reflejar los cambios en la volatilidad. Supongamos que hubiese un gran cambio en la variable de mercado el día $n - 1$ de forma que u_{n-1}^2 fuese grande. A partir de la Ecuación (16.10), vemos que esto causará que σ_n, nuestra estimación de la volatilidad diaria para el día n, aumente. El valor de λ indica el tamaño de la respuesta de la estimación de la volatilidad diaria a las observaciones más recientes de las u_i^2. Un valor bajo de λ llevará a otorgar un gran peso a u_{n-1}^2 cuando se calcula σ_n. En este caso, las estimaciones obtenidas de la volatilidad para días sucesivos son muy volátiles. Un valor elevado de λ (por ejemplo, un valor cercano a 1,0) produce estimaciones de la volatilidad diaria que responden de forma relativamente lenta a la nueva información generada por las u_i^2.

Correlaciones

La correlación entre dos variables X e Y puede definirse como

$$\frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$$

donde σ_X y σ_Y son las desviaciones estándar de X e Y y cov (X, Y) es la covarianza entre X e Y. La covarianza entre X e Y se define como

$$E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$$

donde μ_X, μ_Y son las medias de X e Y y E denota el valor esperado. Aunque es más sencillo desarrollar intuición sobre la interpretación de una correlación que el de una covarianza, las variables fundamentales en nuestro análisis son las covarianzas.

Consideremos dos variables de mercado diferentes, U y V. Definimos u_i y v_i como los cambios porcentuales en U y V entre el final del día $i - 1$ y el final del día i:

$$u_i = \frac{U_i - U_{i-1}}{U_{i-1}}, \qquad v_i = \frac{V_i - V_{i-1}}{V_{i-1}}$$

donde U_i y V_i son los valores de U y V al final del día i. Definimos también

$\sigma_{u,n}$: Volatilidad diaria de la variable U, estimada para el día n.

$\sigma_{v,n}$: Volatilidad diaria de la variable V, estimada para el día n.

cov_n: Estimación de la covarianza entre variaciones diarias en U y V, calculadas el día n

Nuestra estimación de la correlación entre U y V el día n es

$$\frac{\text{cov}_n}{\sigma_{u,n}\sigma_{v,n}}$$

Usando un esquema con ponderaciones iguales y suponiendo que las medias de u_i y v_i son nulas, la Ecuación (16.8) muestra que podemos estimar las tasas de varianza de U y V a partir de las m observaciones más recientes haciendo

$$\sigma_{u,n}^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} u_{n-i}^2 \qquad \sigma_{v,n}^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} v_{n-i}^2$$

Una estimación similar para la covarianza entre U y V es

$$\text{cov}_n = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} u_{n-i}v_{n-i} \tag{16.11}$$

Una alternativa es un modelo MMEP similar al de la Ecuación (16.10). La fórmula para actualizar la estimación de la covarianza es entonces

$$\text{cov}_n = \lambda\,\text{cov}_{n-1} + (1 - \lambda)u_{n-1}v_{n-1} \tag{16.12}$$

Un análisis similar al presentado para el modelo MMEP de volatilidad muestra que las ponderaciones otorgadas a las $u_i v_i$ se reducen a medida que retrocedemos en el tiempo. Cuanto menor es el valor de λ, mayor será la ponderación que se otorgará a las observaciones recientes.

Ejemplo

El parámetro λ del MMEP es 0,95 y la estimación de la correlación entre dos variables U y V el día $n-1$ es 0,6. La estimación de las volatilidades de U y V el día $n-1$ son del 1 por ciento y del 2 por ciento respectivamente. Los cambios actuales en U y V el día $n-1$ son 0,5 y 2,5 por ciento respectivamente. En este caso, de las relación entre correlación y covarianza, la estimación de la covarianza entre U y V el día $n-1$ será

$$0{,}6 \times 0{,}01 \times 0{,}02 = 0{,}00012$$

La varianza y covarianza para el día n se calculan como sigue:

$$\sigma_{u,n}^2 = 0{,}95 \times 0{,}01^2 + 0{,}05 \times 0{,}005^2 = 0{,}00009625$$

$$\sigma_{v,n}^2 = 0{,}95 \times 0{,}02^2 + 0{,}05 \times 0{,}025^2 = 0{,}00041125$$

$$\text{cov}_n = 0{,}95 \times 0{,}00012 + 0{,}05 \times 0{,}005 \times 0{,}025 = 0{,}00012025$$

La nueva volatilidad de U es $\sqrt{0{,}00009625} = 0{,}981$ por ciento y la nueva volatilidad de V será $\sqrt{0{,}00041125} = 2{,}028$ %. El nuevo coeficiente de correlación entre U y V será

$$\frac{0{,}00012025}{0{,}00981 \times 0{,}02028} = 0{,}6044$$

RiskMetrics

Muchas empresas realizan el cálculo del VaR a partir de los datos y modelos generados por RiskMetrics (www.riskmetrics.com). RiskMetrics usa el método MMEP para actualizar a diario las varianzas y covarianzas de un gran número de variables de mercado. Utilizan un valor de λ igual a 0,94. Esta empresa ha encontrado que, para un amplio rango de variables de mercado este valor de λ genera una previsión de la tasa de varianza que es la más cercana a la tasa real de varianza. La tasa real de varianza para un día concreto fue, con este objeto, definida como el promedio con ponderaciones idénticas de las u_i^2 para los siguientes 25 días.

16.7. COMPARACIÓN DE ENFOQUES

Hemos comentado dos métodos para la estimación del VaR: la simulación histórica y la modelización. Las ventajas del enfoque de la modelización son que los resultados pueden obtenerse muy rápidamente y pueden ser usados junto a esquemas de actualización de la volatilidad como el MMEP. La principal desventaja del modelo de medias móviles es que supone que las variables de mercado siguen una distribución normal de varias variables. En la práctica, las variaciones diarias en las variables de mercado suelen seguir distribuciones muy diferentes a la normal. (Véase, por ejemplo, la Tabla 14.1.)

El enfoque de la simulación histórica presenta la ventaja de que los datos históricos determinan la distribución de probabilidad conjunta de las variables de mercado. También evita el crear una correspondencia para los flujos de caja. Las principales desventajas de la simulación

histórica son que es lenta en cuanto a su cálculo y que no admite fácilmente el uso de esquemas de actualización de la volatilidad.

En la práctica profesional se da una división casi al 50 por ciento entre ambos métodos. Aproximadamente la mitad de los profesionales utilizan la simulación histórica y la otra mitad el enfoque de la modelización. Ambos enfoques, implementados correctamente, dan buenos resultados.

16.8. PRUEBA DE *STRESS* Y COMPROBACIÓN HISTÓRICA

Además de calcular el VaR, muchas empresas realizan lo que se ha denominado la prueba de *stress* de su cartera. La prueba de stress supone estimar cómo se habría comportado la cartera bajo algunos de los movientos más extremos del mercado en los últimos 10 o 20 años.

Por ejemplo, para contrastar el impacto de un movimiento extremo en los precios de los valores en los EEUU, una empresa podría fijar el cambio porcentual para todas las variables de mercado igual al que se dio el 19 de octubre de 1987 (cuando el S&P 500 se redujo en 22,3 desviaciones estándar). Si esto es muy extremo, la empresa podría escoger el 8 de enero de 1988 (cuando el S&P 500 se desplazó 6,8 desviaciones estándar). Para contrastar el efecto de movientos extremos en los tipos de interés en el Reino Unido, la empresa podría fijar los cambios porcentuales en todas las variables de mercado iguales a las que se dieron el 10 de abril de 1992 (cuando los bonos a 10 años se desplazaron 7,7 desviaciones estándar).

Puede considerarse que la prueba de stress es una forma de tener en cuenta acontecimientos extremos que ocurren de vez en cuando y que, conforme a las distribuciones de probabilidad supuestas para las variables de mercado, son virtualmente imposibles. Un movimiento de cinco desviaciones estándar en un solo día es uno de estos acontecimientos extremos. Bajo el supuesto de la distribución normal, ocurre aproximadamente una vez cada 7.000 años pero, en la práctica, no es extraño ver movimientos de cinco desviaciones estándar en un día una o dos veces cada 10 años.

Cualquiera que sea el método usado en el cálculo del VaR, un contraste importante con la realidad es la comprobación histórica (*back testing*). Ésta implica contrastar con datos reales cómo habrían sido las estimaciones del VaR en el pasado. Suponga que estamos calculando el VaR a un día al 99 por ciento. La comprobación histórica supondrá observar con qué frecuencia la pérdida diaria excedió el VaR a un día al 99 por ciento. Si esto ocurriese en aproximadamente un 1 por ciento de los días, nos podríamos sentir razonablemente confortables con la metodología de cálculo del VaR. Si ocurriese, digamos un 7 por ciento de los días, la metodología sería sospechosa.

16.9. RESUMEN

El cálculo del valor en riesgo (VaR) se propone hacer afirmaciones del estilo «Estamos seguros en un porcentaje X de que no perderemos más de V dólares en un horizonte temporal de N días». La variable V es el VaR, X es el nivel de confianza y N el horizonte temporal.

Un enfoque para el cálculo del VaR es la simulación histórica. Ésta supone crear una base de datos consistente en los movimientos diarios de todas las variables de mercado a lo largo de cierto período de tiempo. La primera simulación supone que los cambios porcentuales en todas las variables de mercado son los mismos que en el primer día registrado de la base de

datos; la segunda simulación supone que los cambios porcentuales son los mismos que los del segundo día, etc. El cambio en el valor de la cartera, δP, se calcula para cada simulación y el VaR se calcula como el percentil apropiado de la distribución de probabilidad de δP.

Un enfoque alternativo es el de la modelización. Éste es relativamente sencillo si se pueden realizar dos supuestos:

1. El cambio en el valor de la cartera (δP) depende linealmente de un cierto número de variables (las δx_i).
2. Las δx_i siguen una distribución normal multivariante.

La distribución de probabilidad de δP es entonces normal, y hay fórmulas analíticas para relacionar las desviaciones estándar de δP con las volatilidades y correlaciones de las variables de mercado subyacentes. El VaR puede calcularse a partir de las conocidas propiedades de la distribución normal.

Cuando una cartera incluye opciones, δP no está relacionado linealmente con las δx_i. A partir de la gamma de la cartera, podemos derivar una aproximación cuadrática entre δP y las δx_i. Puede utilizarse entonces la simulación de Monte Carlo para estimar el VaR.

Cuando se utiliza el enfoque de la modelización, las volatilidades y correlaciones se actualizan a diario. Un enfoque muy popular es el método de las medias móviles exponenciales. En éste, las ponderaciones otorgadas a las observaciones se reducen hacia atrás en el tiempo. El peso otorgado a los datos de hace i días es λ veces el peso otorgado a los datos de hace $i - 1$ días, siendo λ un parámetro entre cero y uno.

Lecturas recomendadas

Boudoukh, J. M. Richardson, y R. Whitelaw, «The Best of Both Worlds», *RISK* (mayo 1988): 64-67

Dowd, K. *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management.* New York: John Wiley e hijos, 1998

Duffie, D. y J. Pan, «An Overview of Value at Risk», *Journal of Derivatives* 4(3) (primavera 1997): 7-49

Embrechts, P., C. Kluppelberg, y T. Mikosch, *Modeling Extremal Events for Insurance and Finance.* New York: Springer, 1997

Frye, J., «Principals of Risk: Finding VaR through Factor-Based Interest Rate Scenarios», In *VAR: Understanding and Applying Value at Risk,* pp. 275-88. London: Risk Publications, 1997

Hendricks, D., «Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data», *Economic Policy Review.* Federal Reserve Bank of New York, 2 (abril 1996): 36-69

Hopper, G., «Value at Risk: A New Methodology for Measuring Portfolio Risk», *Business Review,* Federal Reserve Bank of Philadephia (julio-agosto 1996): 19-26

Hua P. y P. Wilmott, «Crash Courses», *RISK* (junio 1997): 64-67

Hull, J. C. y A. White, «Value at Risk When Daily Changes in Market Variables Are Not Normally Distributed», *Journal of Derivatives* 5 (primavera 1998): 9-19

Hull, J. C. y A. White, «Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for Value at Risk», *Journal of Risk* 1(1) (1998): 5-19

Jackson, P., D. J. Maude y W. Perraudin, «Bank Capital and Value at Risk», *Journal of Derivatives* 4(3) (primavera 1997): 73-90

Jamshidian, F. y Y. Zhu, «Scenario Simulation Model: Theory and Methodology», *Finance and Stochastics* 1 (1997): 43-67

Jorion, P., *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk.* Burr Ridge, IL: Irwin, 1997

Risk Publications, «Value at Risk», *RISK* suplemento (junio 1996)

Test (respuestas al final del libro)

16.1. Explique el modelo de medias móviles de ponderaciones exponenciales (MMEP) para la estimación de la volatilidad a partir de información histórica.

16.2. La estimación más reciente de la volatilidad de un activo es del 1,5 por ciento, y el precio del activo el día de ayer al cierre de las operaciones fue de 30 dólares. El parámetro en el modelo MMEP es 0,94. Suponga que el precio del activo al cierre de las operaciones en el día de hoy fuese de 30,5 dólares. ¿Cómo se actualizaría la volatilidad a través del modelo MMEP?

16.3. Considere una posición consistente en una inversión de 300.000 dólares en el activo A y 500.000 dólares en el activo B. Suponga que las volatilidades diarias de los activos fuesen 1,8 por ciento y 1,2 por ciento respectivamente y que el coeficiente de correlación entre sus rendimientos es de 0,3. ¿Cuál será el valor en riesgo de la cartera a cinco días y al 95 por ciento?

16.4. Una empresa usa el modelo MMEP para realizar previsiones de volatilidad. La empresa decide cambiar el parámetro de 0,95 a 0,85. Explique el impacto probable sobre las previsiones.

16.5. Una institución financiera es propietaria de una cartera de opciones sobre el tipo de cambio entre la libra esterlina y el dólar USA. La delta de la cartera es 56,0. El tipo de cambio actual es de 1,5000. Derive una aproximación lineal a la relación entre el cambio en el valor de la cartera y el cambio porcentual en el tipo de cambio. Si la volatilidad diaria del tipo de cambio es 0,7 por ciento, estime el VaR a 10 días al 99 por ciento.

16.6. Suponga que usted conociese la gamma de la cartera de la pregunta anterior y que ésta fuese 16,0. ¿Cómo cambiaría su estimación de la relación entre el cambio en el valor de la cartera y el cambio porcentual en el tipo de cambio?

16.7. Suponga que una empresa tuviese una cartera consistente en posiciones en acciones, bonos, divisas y mercancías. Suponga que no hay derivados. Explique los supuestos subyacentes (a) a la simulación histórica y (b) el enfoque de la modelización para el cálculo del VaR.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

16.8. Explique la diferencia entre valor en riesgo y valor condicional en riesgo.

16.9. Considere una posición consistente en una inversión 100.000 dólares en el activo A y de 100.000 dólares en el activo B. Suponga que las volatilidades diarias de ambos activos fuesen del 1 por ciento y que el coeficiente de correlación entre sus rendimientos es 0,3. ¿Cuál será para esta cartera su valor en riesgo a 5 días al 99 por ciento?

16.10. La volatilidad de cierta variable de mercado es el 30 por ciento anual. Calcule el intervalo de confianza al 99 por ciento para el tamaño del cambio porcentual diario en la variable.

16.11. Explique cómo se corresponde, para los propósitos del VaR, un swap de tipo de interés con una cartera de bonos cupón cero con vencimientos estándar.

16.12. Explique por qué el modelo lineal puede generar sólo estimaciones aproximadas del VaR para una cartera que incluye opciones.

16.13. Verifique que el bono cupón cero a 0,3 años del Apéndice del final de capítulo se correspondería con una posición de 37.397 dólares en un bono a tres meses y una posición de 11.793 dólares en un bono a seis meses.

16.14. Suponga que el tipo de interés a 5 años fuese el 6 por ciento, el tipo a 7 años el 7 por ciento (ambos expresados compuestos anuales), la volatilidad diaria de un bono cupón cero a 5 años es del 0,5 por ciento, y la volatilidad diaria de un bono cupón cero a 7 años es el 0,58 por ciento. La correlación entre los rendimientos diarios de los dos bonos es 0,6. Se le pide que cree una correspondencia de flujos de caja entre los 1.000 dólares recibidos a los 6,5 años en una posición en un bono a 5 años y otra en un bono a 7 años usando el enfoque del Apéndice del final de capítulo. ¿Qué flujos de caja dentro de 5 y 7 años son equivalentes al flujo de dentro de 6,5 años?

16.15. Hace algún tiempo una empresa entró en un contrato a plazo para la compra de un millón de libras esterlinas por 1,5 millones de dólares. Al contrato le faltan en este momento seis meses para su vencimiento. La volatilidad diaria de un bono cupón cero a seis meses sobre libras esterlinas (cuando su precio se traduce en dólares) es 0,06 por ciento y la volatilidad diaria de un bono cupón cero a seis meses en dólares es 0,05 por ciento. La correlación entre los rendimientos de ambos bonos es 0,8. El tipo de cambio actual es de 1,53. Calcule la desviación estándard del cambio en el valor en dólares del contrato a plazo en un día. ¿Cuál es el VaR de 10 días al 99 por ciento? Suponga que el tipo de interés a seis meses tanto en libras esterlinas como en dólares es del 5 por ciento por año compuesto continuo.

16.16. La estimación más reciente de la volatilidad diaria del tipo de cambio entre el dólar USA y la libra esterlina es del 0,6 por ciento y el tipo de cambio ayer a las 4 p.m. fue 1,5000. El parámetro en el modelo MMEP es 0,9. Suponga que el tipo de cambio a las 4 p.m. de hoy resultase ser 1,4950. ¿Cómo se actualizaría la estimación de la volatilidad?

16.17. Suponga que las volatilidades actuales de los activos A y B fuesen 1,6 por ciento y 2,5 por ciento respectivamente. Los precios de los activos al cierre de las operaciones de ayer fueron 20 dólares y 40 dólares, y la estimación del coeficiente de correlación entre los rendimientos sobre los dos activos realizado en aquel momento fue 0,25. El parámetro λ utilizado en el modelo MMEP es 0,95.

(a) Calcule la estimación actual de la covarianza entre los activos.
(b) Bajo el supuesto de que los precios de los activos hoy al cierre de operaciones fuesen 20,5 y 40,5 dólares, respectivamente, actualice la estimación de la correlación.

16.18. Suponga que la volatilidad diaria del índice FT-SE 100 (medido en libras esterlinas) es del 1,8 por ciento y la volatilidad diaria del tipo de cambio dólar/libra esterlina es 0,9 por ciento. Suponga además que la correlación entre el FT-SE 100 y el tipo de cambio dólar/libra es 0,4. ¿Cuál será la volatilidad del FT-SE 100 cuando se traduce a dólares? Suponga que el tipo de cambio dólar/libra se expresa como el número de dólares por libra esterlina. (*Sugerencia*: Cuando $Z = XY$, el cambio porcentual diario en Z es aproximadamente igual al cambio porcentual diario en X más el cambio porcentual diario en Y.)

16.19. Suponga que en el Problema 16.18 la correlación entre el índice S&P 500 (medido en dólares) y el índice FT-SE (medido en libras) es 0,7, la correlación entre el índice S&P 500 (medido en dólares) y el tipo de cambio dólar-libra esterlina es 0,3, y la volatilidad diaria del índice S&P 500 es 1,6 por ciento. ¿Cuál es la correlación entre el índice S&P 500 (medido en dólares) y el índice FT-SE 100 cuando se traduce en dólares? (*Sugerencia*: Para las tres variables X, Y, Z la covarianza entre $X + Y$ y Z iguala la covarianza entre X y Z más la covarianza entre Y y Z.)

Preguntas de repaso

16.20. Considere una posición consistente en una inversión en 300.000 dólares en oro y 500.000 dólares en plata. Suponga que las volatilidades diarias de estos dos activos son 1,8 por ciento y 1,2 por ciento respectivamente y que el coeficiente de correlación entre sus rendimientos es 0,6. ¿Cuál es el valor en risgo a 10 días al 97,5 por ciento para la cartera? ¿Cuánto reduce el VaR la diversificación?

16.21. Considere una cartera de opciones sobre un único activo. Suponga que la delta de la cartera es 12, el precio del activo es 10 dólares y la volatilidad diaria del activo es el 2 por ciento. Estime el VaR de 1 día al 95 por ciento para la cartera. Suponga que la gamma de la cartera es $-2{,}6$. Derive la relación cuadrática entre el cambio en el valor de la cartera y el cambio porcentual en el precio del activo subyacente en un día.

16.22. Un banco ha emitido una opción de compra sobre una acción y una opción de venta sobre otra acción. Para la primera opción, el precio de la acción es 50, el precio de ejercicio 51, la volatilidad es el 28 por ciento por año, y el tiempo para el vencimiento es nueve meses. Para la segunda opción, el precio de la acción es 20, el precio de ejercicio 19, la volatlidad el 25 por ciento anual y el tiempo para el vencimiento es de un año. Ninguna de las dos acciones paga dividendo, el tipo de interés libre de riesgo es del 6 por ciento anual y la correlación entre los rendimientos del precio de las acciones es 0,4. Calcule el VaR a 10 días al 99 por ciento usando DerivaGem y el modelo lineal.

16.23. Suponga que el precio del oro al cierre de las operaciones de ayer fue de 300 dólares y que su volatilidad diaria estimada es del 1,3 por ciento. El precio al cierre de las operaciones de hoy es 298 dólares. Actualice la estimación de la volatilidad utilizando el modelo MMEP con $\lambda = 0{,}94$.

16.24. Suponga que en el Problema 16.23 el precio de la plata al cierre de operaciones de ayer fue de 8 dólares, su volatilidad diaria se estimó en 1,5 por ciento, y su correlación con el oro se estima en 0,8. El precio de la plata al cierre de las operaciones de hoy sigue siendo de 8 dólares. Actualice la volatilidad de la plata y la correlación entre el oro y la plata utilizando el modelo MMEP con $\lambda = 0{,}94$.

16.25. Puede usted bajar de la página web del autor

http://www.rotman.utoronto.ca/~hull

una hoja de cálculo Excel que incluye datos diarios sobre un número de diferentes tipos de cambio e índices de acciones.

Seleccione un tipo de cambio y un índice bursátil. Estime el valor de λ en el modelo MMEP que minimiza el valor de

$$\sum_i (v_i - \beta_i)^2$$

donde v_i es la previsión de la varianza realizada al finalizar el día $i - 1$ y β_i es la varianza calculada a partir de datos entre los días i e $i + 25$. Utilice el '*Excel Solver tool*'. Fije la previsión de la varianza al final del primer día igual al cuadrado del rendimiento de ese día para empezar los cálculos de MMEP.

APÉNDICE

Correspondencia de flujos de caja

En este apéndice explicamos un procedimiento para hacer corresponder los flujos de caja con fechas estándar de vencimiento. Ilustraremos el procedimiento considerando un ejemplo sencillo de una cartera consistente en una posición larga en un único bono del Tesoro con un principal de un millón de dólares y vencimiento en 0,8 años. Suponemos que el bono genera un cupón del 10 por ciento anual pagadero de forma semestral. Esto implica que el bono pagará un cupón de 50.000 dólares dentro de 0,3 años y en 0,8 años. También supondrá un pago de principal de un millón de dólares dentro de 0,8 años. El bono del Tesoro puede verse por tanto como una posición en un bono cupón cero a 0,3 años con un principal de 50.000 dólares y una posición en un bono cupón cero a 0,8 años con un principal de 1.050.000 dólares.

La posición en el bono cupón cero a 0,3 años se hace corresponder con una posición equivalente en bonos a 3 y a 6 meses. La posición en el bono cupón cero a 0,8 años se hace corresponder con una posición equivalente en bonos cupón cero a seis meses y un año. El resultado es que la posición en el bono que paga cupón a 0,8 años es, a efectos del VaR, como una posición en bonos cupón cero con vencimientos en tres meses, seis meses y un año.

Procedimiento

Consideremos los 1.050.000 dólares que se recibirán en 0,8 años. Suponemos que los tipos cupón cero, las volatilidades diarias en los precios de los bonos y las correlaciones entre los rendimientos de los bonos son como se muestran en la Tabla 16.4.

El primer paso es interpolar entre el tipo de interés a 6 meses, 6 por ciento, y el tipo del 7 por ciento a un año. Para obtener el tipo a 0,8 años de 6,6 por ciento. (Suponemos composición anual para todos los tipos). El valor actual del flujo de caja de 1.050.000 dólares que se recibirá dentro de 0,8 años es

$$\frac{1.050.000}{1{,}066^{0.8}} = 997.662$$

Tabla 16.4. Datos del ejemplo.

Vencimiento	**3 meses**	**6 meses**	**1 año**
Tipo cupón cero (% comp. anual)	5,50	6,00	7,00
Volatilidad del precio del bono (% diario)	0,06	0,10	0,20
Correlaciones entre rendimientos diarios	**Bono a tres meses**	**Bono a seis meses**	**Bono a 1 año**
Bono a 3 meses	1,0	0,9	0,6
Bono a 6 meses	0,9	1,0	0,7
Bono a 1 año	0,6	0,7	1,0

También interpolamos entre la volatilidad del 0,1 por ciento para el bono a 6 meses y la volatilidad del 0,2 por ciento del bono a un año hasta obtener una volatilidad del 0,16 por ciento para el bono a 0,8 años.

Suponga que asignamos una proporción α del valor actual al bono a 6 meses y $1 - \alpha$ del valor actual al bono a un año. Utilizando la Ecuación (16.2) y haciendo coincidir varianzas obtenemos

$$0{,}0016^2 = 0{,}001^2\alpha^2 + 0{,}002^2(1-\alpha)^2 + 2 \times 0{,}7 \times 0{,}001 \times 0{,}002\alpha(1-\alpha)$$

Ésta es una ecuación de segundo grado cuya solución es $\alpha = 0{,}320337$. Esto siginifica que un 32,0337 por ciento del valor debería asignarse al bono cupón cero a seis meses y un 66,9663 por ciento del valor debería asignarse al bono cupón cero a un año. El bono a 0,8 años valorado en 997.662 dólares se reemplaza, por tanto, por un bono a seis meses valorado en

$$997.662 \times 0{,}320337 = 319.589 \text{ dólares}$$

y un bono a un año valorado en

$$997.662 \times 0{,}679663 = 678.074 \text{ dólares}$$

Esta correspondencia entre flujos de caja tiene la ventaja de que preserva tanto el valor como la varianza del flujo de caja. También puede demostrarse que las ponderaciones asignadas a los bonos cupón cero adyacentes serán siempre positivas.

Para el flujo de caja de 50.000 dólares recibidos al cabo de 0,3 años, podemos efectuar cálculos similares. (Véase Problema 16.13). Resulta que el valor actual del flujo de caja es 49.189 dólares. Puede hacerse corresponder con una posición valorada en 37.397 dólares en bonos a tres meses y una posición por valor de 11.793 dólares en bonos a seis meses.

Los resultados de los cálculos se resumen en la Tabla 16.5. Al bono a 0,8 años que paga cupón se le hace corresponder una posición por valor de 37.397 dólares en bonos a tres meses, una posición por valor de 331.382 dólares en bonos a seis meses y una posición por valor de 678.074 dólares en bonos a un año. Utilizando las volatilidades y las correlaciones de la Tabla 16.4, la Ecuación (16.2) nos da la varianza del cambio en el precio del bono a 0,8 años con $n = 3$, $\alpha_1 = 37.397$, $\alpha_2 = 331.382$, $\alpha_3 = 678.074$, $\sigma_1 = 0{,}0006$, $\sigma_2 = 0{,}001$, $\sigma_3 = 0{,}002$, $\rho_{12} = 0{,}9$, $\rho_{13} = 0{,}6$ y $\rho_{23} = 0{,}7$. Esta varianza es 2.628.518. La desviación estándar del cambio en el precio del bono será por tanto, $\sqrt{2.628.518} = 1.621{,}3$. Porque estamos suponiendo que el bono es el único instrumento de la cartera, el VaR a 10 días al 99 por ciento será

$$1621{,}3 \times \sqrt{10} \times 2{,}33 = 11.946$$

o, aproximadamente, 11.950 dólares.

Tabla 16.5. Esquema ilustrativo de la correspondencia.

	Se reciben $50.000 en 0,3 años	**Se reciben $1.050.000 en 0,8 años**	**Total**
Posición en bonos a 3 meses ($)	37.397		37.397
Posición en bonos a 6 meses ($)	11.793	319.589	331.382
Posición en bonos a un año ($)		678.074	678.074

CAPÍTULO 17

Valoración mediante árboles binomiales

Como hemos visto en los Capítulos 11, 12 y 13, el modelo de Black-Scholes y sus extensiones pueden utilizarse para valorar opciones Europeas de compra y de venta sobre acciones, índices bursátiles, divisas y contratos de futuros. En este capítulo describimos un método numérico muy popular que puede usarse para valorar opciones Americanas sobre estos activos. El procedimiento es una extensión del análisis del Capítulo 10. Además de para la valoración de opciones, también puede emplearse para el cálculo de las letras griegas introducidas en el Capítulo 15. El software DerivaGem que acompaña este libro puede utilizarse para los cálculos descritos en el capítulo y visualizar los árboles generados.

17.1. EL MODELO BINOMIAL PARA UNA ACCIÓN QUE NO PAGA DIVIDENDOS

En el Capítulo 10 introducimos árboles binomiales a uno y dos períodos para acciones que no pagan dividendos y demostramos cómo ellos ayudan a valorar opciones Europeas y Americanas. Estos árboles son modelos muy imprecisos. Un modelo más realista es el que supone que los movimientos del precio de las acciones están compuestos de un gran número de pequeños movimientos binomiales. Éste es el supuesto subyacente a un procedimiento numérico muy utilizado que fue propuesto por primera vez por Cox, Ross y Rubinstein.[1]

[1] Véase J. C. Cox, S. A. Ross y M. Rubinstein, «Option Pricing: A Simplified Approach», *Journal of Financial Economics*, 7 (octubre 1979), 229-64.

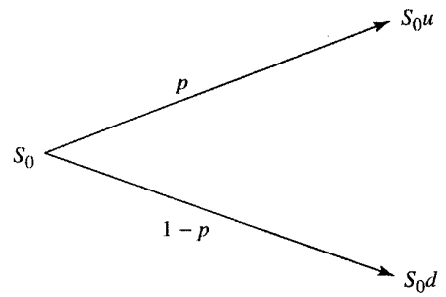


Figura 17.1. Movimientos del precio de la acción en el período δt en el modelo binomial.

Consideremos la valoración de una opción sobre acciones que no pagan dividendos. Empezaremos dividiendo la vida de la opción en un gran número de pequeños intervalos de duración δt. Suponemos que en cada intervalo de tiempo el precio de las acciones se mueve desde su valor inicial S_0 hasta uno de los dos nuevos valores S_0u o S_0d. Este modelo está ilustrado en la Figura 17.1. En general, $u > 1$ y $d < 1$. El movimiento de S_0 hasta S_0u es, por lo tanto, un movimiento y el movimiento de S_0 hasta S_0d es un movimiento a la baja. La probabilidad de un movimiento al alza se denota p y la probabilidad de un movimiento a la baja se denota que es $1 - p$.

Valoración neutral al riesgo

En los Capítulos 10 y 11 introducimos el principio de valoración neutral al riesgo. Ésta establece que cualquier valor dependiente del precio de las acciones puede valorarse suponiendo que el mundo es neutral al riesgo. Esto significa que con el objeto de valorar una opción (o cualquier activo derivado), podemos suponer que:

1. El rendimiento esperado de todos los valores negociados es el tipo de interés libre de riesgo.
2. Los flujos de caja futuros pueden valorarse descontando sus valores esperados al tipo de interés libre de riesgo.

Utilizaremos este resultado cuando usemos árboles binomiales.

Determinación de *p*, *u* y *d*

Diseñamos el árbol para representar la conducta del precio de una acción en un mundo neutral al riesgo. Los parámetros p, u y d deben dar valores correctos para la media y la varianza del precio de las acciones durante un intervalo de tiempo δt en este mundo. El rendimiento esperado de las acciones es el tipo de interés libre de riesgo, r. De ahí que, el valor esperado del precio de las acciones al final del intervalo de tiempo δt sea $Se^{r\delta t}$, donde S es el precio de las acciones al principio del intervalo de tiempo. A ello sigue que

$$Se^{r\delta t} = pSu + (1 - p)Sd \tag{17.1}$$

o

$$e^{r\delta t} = pu + (1 - p)d \tag{17.2}$$

Tal como se explicó en el Capítulo 11, la desviación estándar del cambio porcentual del precio de las acciones en un pequeño intervalo de tiempo δt es $\sigma\sqrt{\delta t}$. La varianza de este cambio porcentual es $\sigma^2\delta t$. La varianza de una variable Q se define como $E(Q^2) - E(Q)^2$, donde E denota el valor esperado. Por tanto,

$$\sigma^2\delta t = pu^2 + (1-p)d^2 - [pu + (1-p)d]^2 \qquad \textbf{(17.3)}$$

Las Ecuaciones (17.2) y (17.3) imponen dos condiciones sobre p, u y d. Una tercera condición utilizada por Cox, Ross y Rubinstein es

$$u = \frac{1}{d}$$

Puede demostrarse que, si δt es pequeño, las tres condiciones implican

$$p = \frac{a-d}{u-d} \qquad \textbf{(17.4)}$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} \qquad \textbf{(17.5)}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} \qquad \textbf{(17.6)}$$

donde

$$a = e^{r\delta t} \qquad \textbf{(17.7)}$$

La variable a se suele denominar *factor de crecimiento*. Nótese que las Ecuaciones (17.4) y (17.7) son consistentes con la Ecuación (10.3) del Capítulo 10.

El árbol de precios de acciones

El árbol completo de precios de las acciones que se considera cuando se utiliza el modelo binomial se ilustra en la Figura 17.2. En el momento cero se conoce el precio de las acciones, S_0. En el momento δt, hay dos precios de acciones posibles, S_0u y S_0d; en el momento $(2\delta t)$, hay tres precios de acciones posibles, S_0u^2, S_0 y S_0d^2; y así sucesivamente. En general, en el momento δt se consideran $i + 1$ precios de acciones. Éstos son

$$S_0u^jd^{i-j} \qquad (j = 0, 1, \ldots, i)$$

Nótese que la relación $u = 1/d$ se utiliza en el cálculo del precio de las acciones en cada nodo del árbol de la Figura 17.2. Por ejemplo, $S_0u^2d = S_0u$. Nótese también que el árbol recombina en el sentido que un movimiento hacia arriba seguido por un movimiento hacia abajo conduce al mismo precio de acciones que un movimiento hacia abajo seguido por un movimiento hacia arriba.

Movimientos hacia atrás en el árbol

Las opciones son evaluadas empezando al final del árbol (tiempo T) y moviéndonos hacia atrás (el procedimiento recibe el nombre de *inducción hacia atrás*). El valor de la opción se conoce en el momento T. Por ejemplo, una opción de venta tiene un valor de $\max(X - S_T, 0)$, y una opción de compra tiene un valor de $\max(S_T - X, 0)$, donde S_T es el precio de la

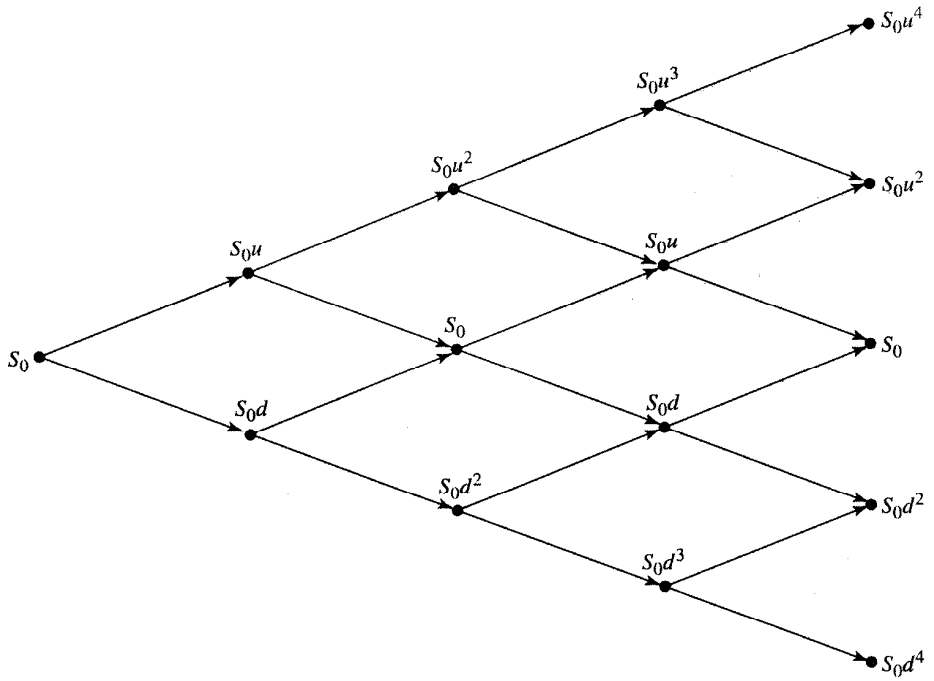


Figura 17.2. Árbol utilizado en la valoración de una opción sobre una acción.

acción en el momento T y X es el precio de ejercicio. Puesto que se supone un mundo neutral al riesgo, el valor de cada nodo en el momento $T - \delta t$ puede calcularse como el valor esperado en el momento T descontado al tipo r por un período de tiempo δt. Similarmente, el valor de cada nodo en el momento $T - 2\delta t$ puede calcularse como el valor esperado en el momento $T - \delta t$ descontado por un período de tiempo δt al tipo r, y así sucesivamente. Si la opción es Americana, es necesario revisar en cada nodo si es mejor ejercer antes del vencimiento a mantener la opción por un período de tiempo δt. Eventualmente, moviéndose hacia atrás a lo largo de todos los nodos, se obtiene el valor de la opción en el momento cero.

Ilustración

El procedimiento se ilustra mejor con un ejemplo. Consideremos una opción Americana de venta a cinco meses sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es 50 dólares, el precio de ejercicio es 50 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual, y la volatilidad es del 40 por ciento anual. Con nuestra notación habitual, esto significa que $S_0 = 50$, $X = 50$, $r = 0{,}10$, $\sigma = 0{,}40$ y $T = 0{,}4167$. Suponga que dividimos la vida de la opción en cinco intervalos de 1 mes para construir un árbol binomial. Entonces $\delta t = 1/12$ y utilizando las Ecuaciones (17.4) a (17.7)

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = 1{,}1224 \qquad d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} = 0{,}8909$$

$$a = e^{r\delta t} = 1{,}0084 \qquad p = \frac{a - d}{u - d} = 0{,}5073$$

$$1 - p = 0{,}4927$$

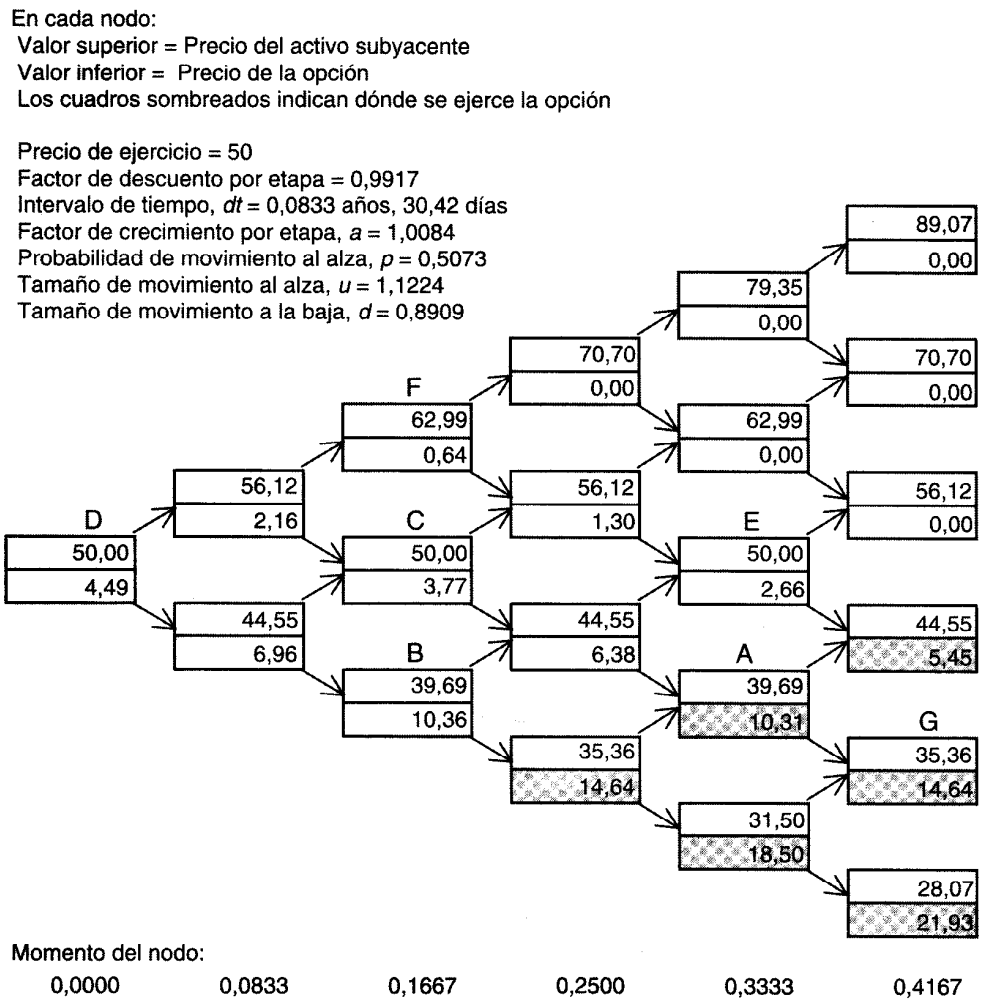


Figura 17.3. Árbol binomial a partir de DerivaGem para una opción Americana de venta sobre una acción que no pagase dividendos.

La Figura 17.3 muestra el árbol binomial producido por DerivaGem. En cada nodo hay dos números. El superior muestra el precio de las acciones en el nodo; el inferior muestra el valor de la opción en el nodo. La probabilidad de un movimiento hacia arriba siempre es 0,5073; la probabilidad de un movimiento hacia abajo siempre es 0,49274.

El precio de las acciones en el nodo j ($j = 0, 1, ..., i$) en el momento $i\delta t$ ($i = 0, 1, ..., 5$) se calcula como $S_0 u^j d^{i-j}$. Por ejemplo, el precio de las acciones en el nodo A ($i = 4$, $j = 1$) (esto es, el segundo nodo empezando por abajo en el cuarto mes) es $50 \times 1{,}1224 \times 0{,}8909^3 = 39{,}69$ dólares.

Los precios de las opciones en los nodos finales se calculan como $\max(X - S_T, 0)$. Por ejemplo, el precio de la opción en el nodo G es $50 - 35{,}36 = 14{,}64$. Los precios de las opciones en los penúltimos nodos se calculan a partir de los precios de las opciones de los nodos finales. Primero, suponemos que no ejercemos la opción en los nodos. Esto significa que el precio de la opción se calcula como el valor presente del precio esperado de la opción un intervalo de tiempo más adelante. Por ejemplo, en el nodo E el precio de la opción se calcula como

$$(0{,}5073 \times 0 + 0{,}4927 \times 5{,}45)e^{-0{,}10 \times 1/12} = 2{,}66$$

mientras que en el nodo A se calcula como

$$(0{,}5073 \times 5{,}45 + 0{,}4927 \times 14{,}64)e^{-0{,}10 \times 0{,}0833} = 9{,}90$$

Entonces evaluamos si ejercer antes del vencimiento es preferible a esperar. En el nodo E el ejercicio antes del vencimiento daría un valor de cero para la opción pues tanto el precio de las acciones como el precio de ejercicio son 50 dólares. Claramente, lo mejor es esperar. El valor correcto para la opción en el nodo E es, por lo tanto, 2,66 dólares. El nodo A es una historia diferente. Si la opción se ejerce, tiene un valor de 50,00 − 39,69 dólares o 10,31 dólares, superior a 9,90 dólares. Si el nodo A se alcanza, la opción, por lo tanto, debe ejercerse y el valor correcto para vender la opción en el nodo A es 10,31 dólares.

Los precios de las opciones en nodos anteriores pueden calcularse de forma similar. Nótese que no es siempre óptimo ejercer una opción antes del vencimiento cuando está en dinero. Considere el nodo B. Si la opción se ejerciese, valdría 50,00 − 39,69 dólares ó 10,31 dólares. Sin embargo, si se mantiene, su valor será

$$(0{,}5073 \times 6{,}37 + 0{,}4927 \times 14{,}64)e^{-0{,}10 \times 1/12} = 10{,}36$$

La opción, por lo tanto, no debe ejercerse en este nodo, y el valor de la opción correcto en este nodo es 10,36 dólares.

Moviéndonos hacia atrás en el árbol, encontramos que el valor de la opción en el nodo inicial es 4,48 dólares. Ésta es nuestra estimación numérica para el valor actual de la opción. En la práctica, se utilizaría un valor más pequeño de δt y muchos más nodos. DerivaGem muestra que con 30, 50 y 100 etapas temporales obtenemos precios para la opción iguales a 4,263, 4,272, 4,278 respectivamente.

Planteamiento algebraico

Supongamos que se divide la vida de una opción Americana de venta sobre acciones que no pagan dividendos en N subintervalos de duración δt. Nos referiremos al nodo j en el momento $i\delta t$ como al nodo (i, j) $(0 \leqslant i \leqslant N, 0 \leqslant j \leqslant i)$. Definimos $f_{i,j}$ como el valor de la opción en el nodo (i, j). El precio de la acción en el nodo (i, j) es $S_0u^jd^{i-j}$. Dado que el valor de una opción Americana de venta en su fecha de vencimiento es $\max(X - S_T, 0)$, sabemos que

$$f_{N,j} = \max(X - S_0u^jd^{N-j}, 0) \qquad (j = 0, 1, ..., N)$$

Hay una probabilidad p de moverse del nodo (i, j) en el momento $i\delta t$ hasta el nodo $(i + 1, j + 1)$ en el momento $(i + 1)\delta t$ y una probabilidad $1 - p$ de moverse del nodo (i, j) en el momento $i\delta t$ al nodo $(i + 1, j)$ en el instante $(i + 1)\delta t$. Considerando que no se ejerce la opción antes del vencimiento, la valoración neutral al riesgo será

$$f_{i,j} = e^{-r\delta t}[pf_{i+1,j+1} + (1 - p)f_{i+1,j}]$$

para $0 \leqslant N - 1$ y $0 \leqslant j \leqslant i$. Cuando se toma en cuenta el ejercicio antes del vencimiento, este valor para $f_{i,j}$ debe compararse con el valor intrínseco de la opción, y obtenemos

$$f_{i,j} = \max\{X - S_0u^jd^{i-j}, e^{-r\delta t}[pf_{i+1,j+1} + (1 - p)f_{i+1,j}]\}$$

Nótese que debido a que los cálculos empiezan en el momento T y nos movemos hacia atrás, el valor en el tiempo $i\delta t$ captura no sólo el efecto de las posibilidades de ejercicio antes del

vencimiento en el momento $i\delta t$, sino también el efecto del ejercicio antes del vencimiento en momentos posteriores. En el límite, cuando δt tiende a cero, se obtiene un valor exacto para la opción Americana de venta. En la práctica $N = 30$ suele dar resultados razonables.

Estimación de delta y otras letras griegas

Recordemos que la delta, Δ, de una opción es la tasa de variación de su precio con respecto al precio de las acciones subyacentes. En otras palabras,

$$\Delta = \frac{\delta f}{\delta S}$$

donde δS es una pequeña variación en el precio de las acciones y δf es la pequeña variación correspondiente en el precio de la opción. En el momento δt tenemos una estimación f_{11} para el precio de la opción cuando el precio de las acciones es S_0u y una estimación f_{10} para el precio de la opción cuando el precio de las acciones es S_0d. En otras palabras, cuando $\delta S = S_0u - S_0d$, $\delta f = f_{11} - f_{10}$. Una estimación de Δ en el momento δt es, por lo tanto,

$$\Delta = \frac{f_{11} - f_{10}}{S_0u - S_0d} \tag{17.8}$$

Para determinar gamma, Γ, notamos que tenemos dos estimaciones de Δ en el momento $2\delta t$. Cuando el precio de las acciones $(S_0u^2 + S_0)/2$ (a medio camino entre el segundo y el tercer nodo en el instante $2\delta t$), la delta es $(f_{22-21})/(S_0u^2 - S_0)$; cuando el precio de la acción es $(S_0 + S_0d^2)/2$ (a medio camino entre el primer y el segundo nodo en el instante $2\delta t$) la delta es $(f_{21-20})/(S_0 - S_0d^2)$. La diferencia entre los dos precios de las acciones es h donde

$$h = 0{,}5(S_0u^2 - Sd^2)$$

Gamma es la variación de delta dividida por h

$$\Gamma = \frac{[(f_{22} - f_{21})/(S_0u^2 - S_0)] - [(f_{21} - f_{20})/(S_0 - S_0d^2)]}{h} \tag{17.9}$$

Estos procedimientos proporcionan estimaciones de delta en el momento δt y de gamma en el momento $2\,\delta t$. En la práctica, éstas a menudo se utilizan como estimaciones de delta y gamma también en el momento cero.[2]

Otro parámetro de cobertura que puede obtenerse directamente a partir del árbol es theta, Θ. Ésta es la tasa de variación del precio de la opción con el tiempo cuando todo lo demás permanece constante. Si el árbol empieza en el momento cero, una estimación de theta es por tanto

$$\Theta = \frac{f_{21} - f_{00}}{2\,\delta t} \tag{17.10}$$

[2] Si se requiriese una precisión algo mayor para delta y gamma, podemos empezar el árbol binomial en el momento $-2\delta t$ y suponer que el precio de la acción es S_0 en ese momento. Esto hace que podamos calcular el precio de la opción para tres precios distintos de la acción en el momento inicial.

Vega puede calcularse haciendo una pequeña variación, $\delta\sigma$, en la volatilidad y construyendo un nuevo árbol para obtener un nuevo valor de la opción (δt debe mantenerse igual). La estimación de vega es

$$v = \frac{f^* - f}{\delta\sigma}$$

donde f y f^* son las estimaciones del precio de la opción a partir del árbol original y el nuevo árbol, respectivamente. Rho puede calcularse de forma similar.

Como ilustración considere el árbol de la Figura 17.3. En este caso $f_{1,0} = 6{,}96$ y $f_{1,1} = 2{,}16$. La Ecuación (17.8) nos da una estimación de delta de

$$\frac{2{,}16 - 6{,}96}{56{,}12 - 44{,}55} = -0{,}41$$

A partir de la Ecuación (17.9), una estimación de la gamma de la opción puede obtenerse de los valores en los nodos B, C y F como

$$\frac{[(0{,}64 - 3{,}77)/(62{,}99 - 50{,}00)] - [(3{,}77 - 10{,}36)/(50{,}00 - 39{,}69)]}{11{,}65} = 0{,}03$$

A partir de la Ecuación (17.10), una estimación de la theta de la opción puede obtenerse a partir de los valores en los nodos D y C como

$$\frac{3{,}77 - 4{,}49}{0{,}1667} = -4{,}3 \text{ por año}$$

o $-0{,}012$ por día calendario. Éstas son, por supuesto, estimaciones aproximadas. Se hacen progresivamente mejores a medida que se incrementa el número de etapas temporales en el árbol. Utilizando 50 etapas temporales, DerivaGem proporciona como estimaciones $-0{,}414$, $0{,}033$ y $-0{,}0117$ para delta, gamma y theta respectivamente.

17.2. UTILIZACIÓN DEL ÁRBOL BINOMIAL PARA OPCIONES SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES, DIVISAS Y CONTRATOS DE FUTUROS

Como mostramos en la Sección 12.3, el planteamiento del árbol binomial para valorar opciones sobre acciones que no pagan dividendos puede adaptarse fácilmente para valorar opciones Americanas de compra y de venta sobre acciones que pagan una tasa continua de dividendo de tipo q.

Como los dividendos proporcionan un rendimiento de q, el precio de las acciones debe proporcionar en promedio, un rendimiento $r - q$ en un mundo neutral al riesgo. De ahí que, la Ecuación (17.1) resulte:

$$Se^{(r-q)\delta t} = pSu + (1 - p)Sd$$

con lo que

$$e^{(r-q)\delta t} = pu + (1 - p)d$$

Los parámetros p, u y d deben satisfacer esta ecuación y la Ecuación (17.3). Resulta que las Ecuaciones (17.4), (17.5) y (17.6) son todavía correctas pero con

$$a = e^{(r-q)\delta t} \tag{17.11}$$

El procedimiento numérico del árbol binomial, por lo tanto, puede utilizarse exactamente como antes con este nuevo valor de a.

Recordemos que a partir de los Capítulos 12 y 13, los índices bursátiles, las divisas y los contratos de futuros pueden considerarse, para los propósitos de evaluación de opciones, como acciones que pagan una tasa continua de dividendo. En el caso de un índice bursátil, la tasa de dividendos relevante es la tasa de dividendos sobre la cartera de acciones subyacente al índice; en el caso de una divisa, es el tipo de interés libre de riesgo extranjero; en el caso de contratos de futuros, es el tipo de interés libre de riesgo doméstico. Por tanto, ahora se puede usar el árbol binomial, para valorar opciones sobre índices bursátiles, divisas y contratos de futuros.

Ejemplo 1

Consideremos una opción americana de compra a cuatro meses sobre un contrato de futuros sobre un índice. El precio de futuros actual es 300, el precio de ejercicio es 300, el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual, y la volatilidad del índice es del 30 por ciento anual. Dividimos la vida de la opción en cuatro períodos mensuales para construir el árbol. En este caso, $F_0 = 300$, $X = 300$, $r = 0{,}08$, $\sigma = 0{,}3$, $T = 4/12$ y $\delta t = 1/12$. Como un contrato de futuros es análogo a unas acciones que pagan dividendos a una tasa continua r, q debe establecerse igual a r en la Ecuación (17.11). Esto da $a = 1$. Los otros parámetros necesarios para construir el árbol son

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = 1{,}0905 \qquad d = \frac{1}{u} = 0{,}9170$$

$$p = \frac{a-d}{u-d} = 0{,}4784 \qquad 1 - p = 0{,}5216$$

El árbol se muestra en la Figura 17.4. (El número superior es el precio de futuros; el número inferior es el precio de la opción.) El valor estimado de la opción es 19,16. Se obtiene un mejor ajuste con más etapas. Con 50 etapas, DerivaGem proporciona un precio de 20,18; con 100 etapas, da un valor de 20,22.

Ejemplo 2

Consideremos una opción americana de venta a un año sobre la libra esterlina. El tipo de cambio actual es 1,6100, el precio de ejercicio es 1,6000, el tipo de interés libre de riesgo de U.S.A. es del 8 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo de la libra esterlina es del 9 por ciento anual, y la volatilidad del tipo de cambio de la libra es del 12 por ciento anual. En este caso, $S_0 = 1{,}61$, $X = 1{,}60$, $r = 0{,}08$, $r_f = 0{,}09$, $\sigma = 0{,}12$ y $T = 1{,}0$. Dividimos la vida de la opción en cuatro períodos trimestrales para construir el árbol con lo cual $\delta t = 0{,}25$. En el caso de que $q = r_f$ la Ecuación (17.11) da

$$a = e^{(0{,}08 - 0{,}09) \times 0{,}25} = 0{,}9975$$

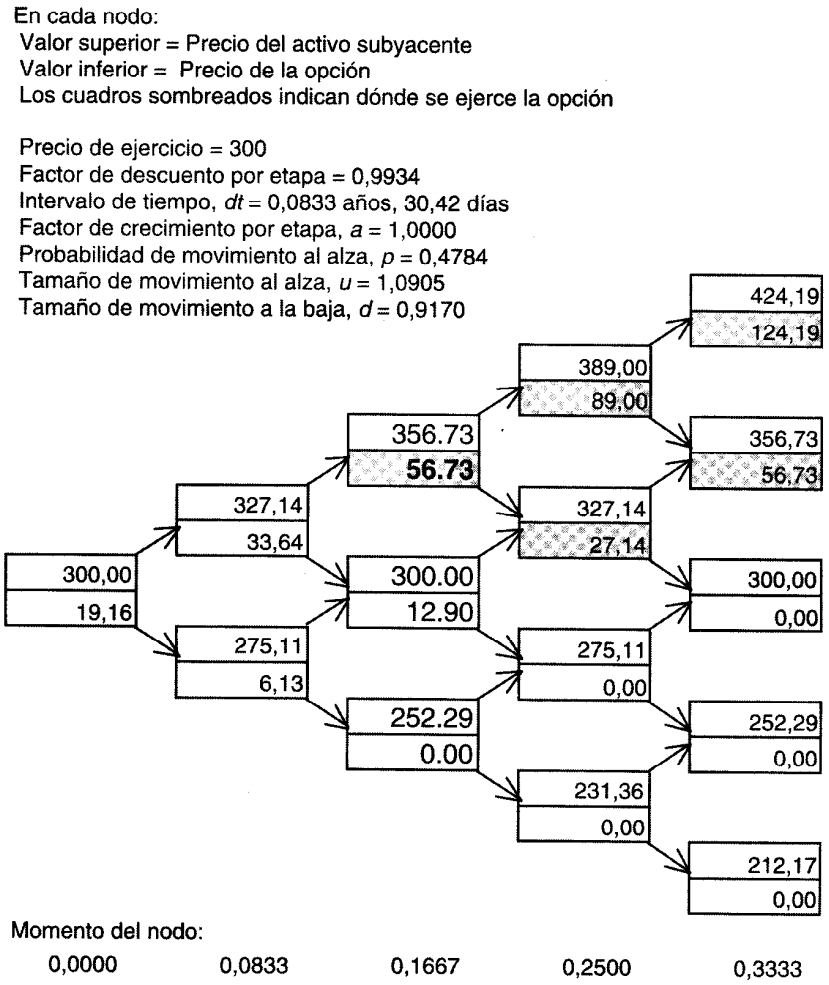


Figura 17.4. Árbol binomial generado por DerivaGem para una opción Americana de compra sobre un contrato de futuros de índices (Ejemplo 1).

Los otros parámetros necesarios para construir el árbol son

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = 1{,}0618 \qquad d = \frac{1}{u} = 0{,}9418$$

$$p = \frac{a - d}{u - d} = 0{,}4642 \qquad 1 - p = 0{,}5358$$

El árbol se muestra en la Figura 17.5. (El número superior es el tipo de cambio; el número inferior es el precio de la opción.) El valor estimado de la opción es 0,0710 dólares. (El uso de DerivaGem con 50 etapas nos da un valor para la opción de 0,0738; con 100 etapas también nos da el valor de 0,0738.)

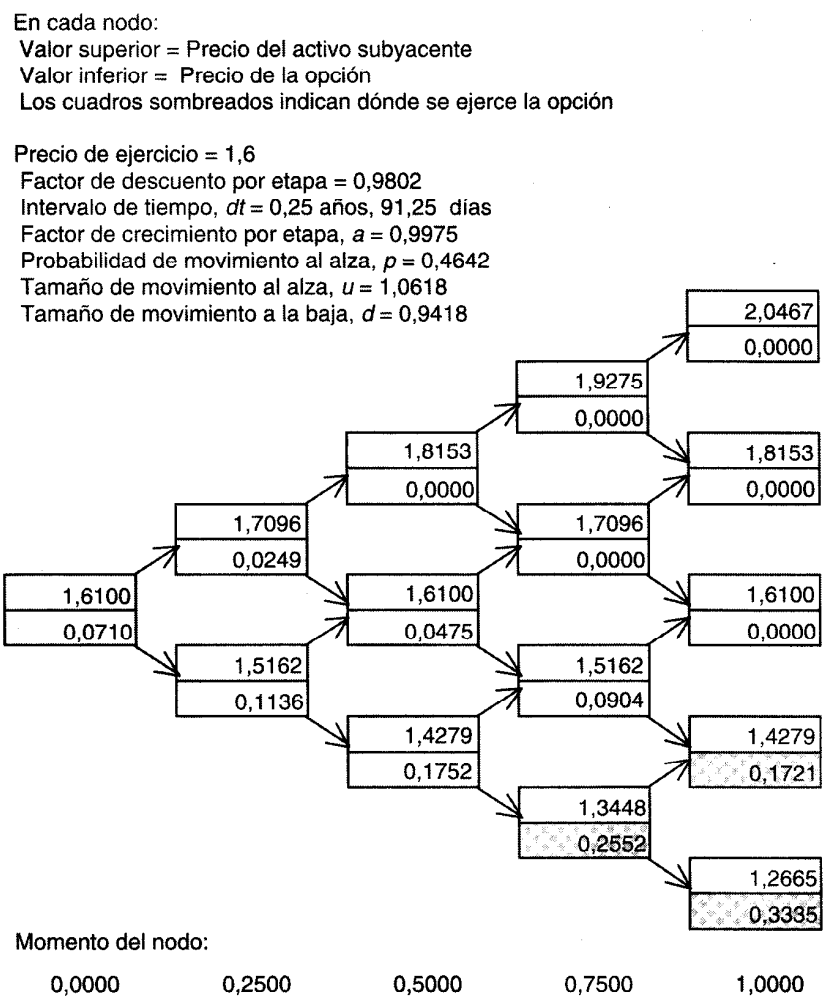


Figura 17.5. Árbol binomial generado por DerivaGem para una opción Americana de venta sobre divisas (Ejemplo 2).

17.3. EL MODELO BINOMIAL PARA UNA ACCIÓN QUE PAGA DIVIDENDOS

Ahora nos centramos en la cuestión más difícil de cómo puede utilizarse el modelo binomial con una ación que paga dividendos. Como en el Capítulo 11, la palabra «dividendo» se utilizará, para los propósitos de nuestra discusión, para referirnos a la reducción en el precio de las acciones en la fecha ex-dividendo como resultado del dividendo.

Tasa de dividendo conocida

Si suponemos que una tasa de dividendos conocida, δ proporción del precio de la acción, se paga en un cierto momento en el futuro, el árbol toma la forma mostrada en la Figura 17.6 y puede analizarse de manera análoga a la que acabamos de describir. Si el momento $i\,\delta t$ es

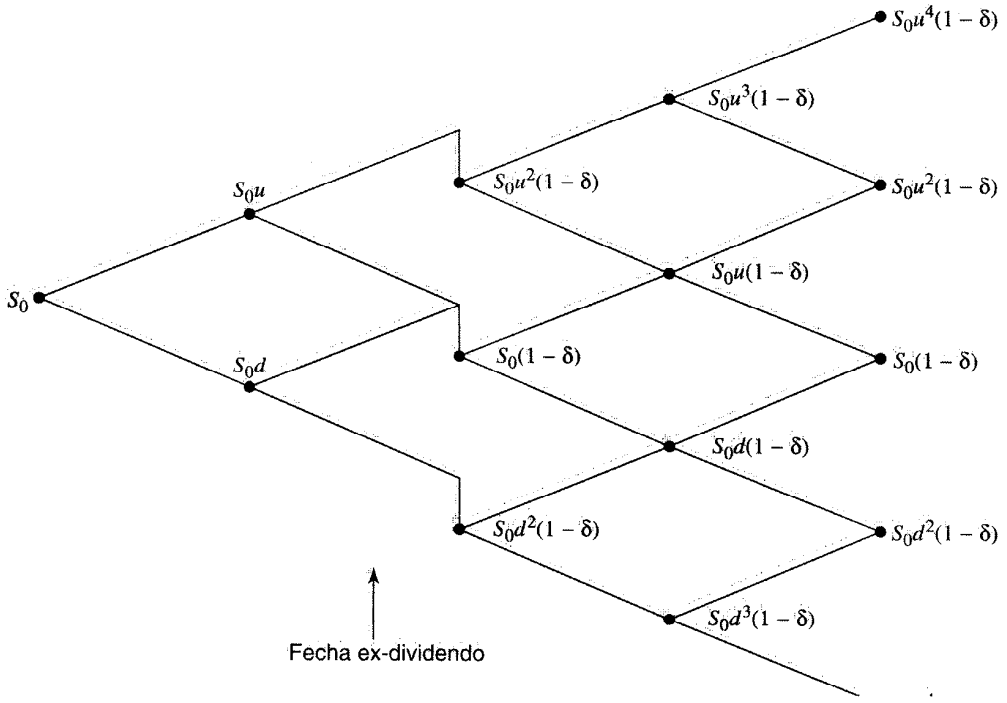


Figura 17.6. Árbol cuando la acción paga una tasa conocida de dividendo en un momento concreto.

anterior a que la acción pase a ser ex-dividendo, los nodos del árbol corresponden a los precios de las acciones

$$S_0u^jd^{i-j} \qquad (j = 0, 1, ..., i)$$

donde u y d se definen como en las Ecuaciones (17.5) y (17.6). Si el momento $i\,\delta t$ es después de que la acción pase a ser ex-dividendo, los nodos corresponden a los precios de las acciones

$$S_0(1 - \delta)u^jd^{i-j} \qquad (j = 0, 1, ..., i)$$

Podemos tratar de modo similar algunos dividendos conocidos durante la vida de una opción. Si δ_i es la tasa de dividendo total asociada con todas las fechas ex-dividendo entre el momento cero y el momento $i\,\delta t$, los nodos en el momento $i\,\delta t$ corresponden a los precios de las acciones

$$S_0(1 - \delta_i)u^jd^{i-j}$$

Dividendo monetario conocido

En algunas situaciones, es más realista suponer que se conoce por adelantado la cantidad en dólares de dividendos y no la tasa de dividendo. Si la volatilidad de las acciones, σ, se considera constante, el árbol tomaría la forma mostrada en la Figura 17.7. Este árbol no recombina, lo que significa que el número de nodos que hay que evaluar, particularmente si hay varios dividendos, es muy grande. Supongamos que hay sólo un dividendo, que la fecha ex-dividendo, τ, está entre $k\,\delta t$ y $(k + 1)\,\delta t$, y que la cantidad en dólares del dividendo es D. Cuando $i \leqslant k$, los nodos en el árbol en el momento $i\,\delta t$ corresponden a los precios de acciones

$$S_0u^jd^{i-j} \qquad (j = 0, 1, 2, ..., i)$$

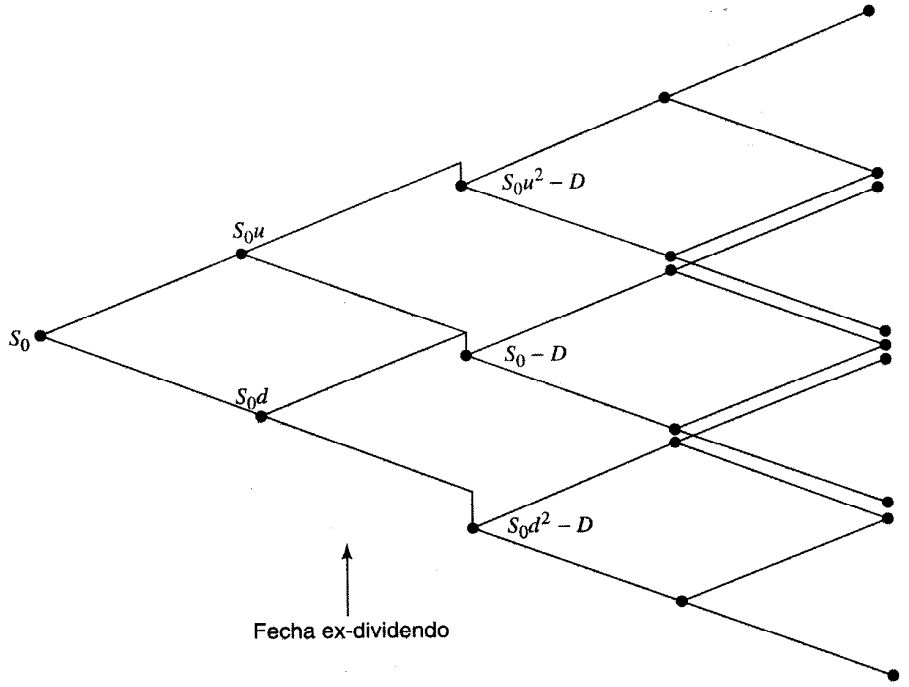


Figura 17.7. Árbol cuando el valor del dividendo se supone conocido y la volatilidad se supone conocida.

como antes. Cuando $i = k + 1$, los nodos en el árbol corresponde a los precios de acciones

$$S_0u^jd^{i-j} - D \qquad (j = 0, 1, 2, ..., i)$$

Cuando $i = k + 2$, los nodos del árbol correspondientes a los precios de las acciones

$$(S_0u^jd^{i-1-j} - D)u \qquad \text{y} \qquad (S_0u^jd^{i-1-j} - D)d$$

para $j = 0, 1, 2 ..., i - 1$, con lo cual hay $2i$ en lugar de $i + 1$ nodos. En el momento $(k + m)\,\delta t$, hay $m(k + 2)$ en lugar de $k + m + 1$ nodos.

El problema puede simplificarse suponiendo, como en el análisis de las opciones Europeas en el Capítulo 11, que el precio de las acciones tiene dos componentes: una parte que es incierta y otra que es el valor actual de todos los dividendos futuros durante la vida de la opción. Supongamos como antes que hay sólo una fecha ex-dividendo, τ, durante la vida de la opción y que $k\,\delta t \leqslant \tau \leqslant (k + 1)\,\delta t$. El valor del componente incierto, S^*, en el momento $i\,\delta t$ viene dado por

$$S^* = \mathrm{S} \qquad \text{cuando } i\,\delta t > \tau$$

y

$$S^* = \mathrm{S} - \mathrm{D}e^{-r(\tau - i\delta t)} \qquad \text{cuando } i\,\delta t \leqslant \tau$$

donde D es el dividendo. Definimos σ^* como la volatilidad de S^* y suponemos que σ^* es constante.[3] Los parámetros p, u y d pueden calcularse a partir de las Ecuaciones (17.4), (17.5), (17.6) y (17.7) con σ sustituida por σ^* y se puede construir un árbol de la manera habitual con

[3] En teoría σ^* es ligeramente mayor que σ, la volatilidad de S. En la práctica no se suele distinguir entre las dos.

el modelo S^*. Añadiendo al precio de las acciones en cada nodo el valor presente de los dividendos futuros (si hay alguno), el árbol puede convertirse en otro árbol para el modelo S. Suponga que S_0^* es el valor de S^* en el instante cero. En el momento $i\,\delta t$, los nodos de este árbol corresponden a los precios de acciones

$$S_0^* u^j d^{i-j} + De^{-r(\tau - i\delta t)} \qquad (j = 0, 1, ..., i)$$

cuando $i\,\delta t < \tau$ y

$$S_0^* u^j d^{i-j} \qquad (j = 0, 1, ..., i)$$

cuando $i\,\delta t > \tau$. Este planteamiento, que tiene la ventaja de ser coherente con el enfoque para las opciones Europeas de la Sección 11.12, funciona bien en situaciones donde el árbol se recombina de forma que se den $i + 1$ nodos en el momento $i\,\delta t$. Puede generalizarse de una forma sencilla para tratar la situación donde hay varios dividendos.

Ilustración

Consideremos como ejemplo del funcionamiento de este enfoque una opción de venta a cinco meses sobre acciones que se espera que paguen un único dividendo de 2,06 dólares durante la vida de la opción. El precio inicial de las acciones es 52 dólares, el precio de ejercicio es 50 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual, la volatilidad es del 40 por ciento anual, y la fecha ex-dividendo es dentro de 3,5 meses.

Primero construiremos un árbol del modelo S^*, el precio de las acciones menos el valor presente de los dividendos futuros durante la vida de la opción. Inicialmente, el valor presente del dividendo es

$$2{,}06e^{-0{,}1 \times 3{,}5/12} = 2{,}00$$

El valor inicial de S^* es, por lo tanto, 50. Suponiendo que el 40 por ciento anual de volatilidad se refiera a S^*, la Figura 17.3 proporciona un árbol binomial para S^*. (S^* tiene el mismo valor inicial y volatilidad en que se basa el precio de las acciones en la Figura 17.3.) La inclusión del valor presente del dividendo en cada nodo nos conduce a la Figura 17.8, un modelo binomial de S. Las probabilidades en cada nodo, son como en la Figura 17.3, 0,5073 para un movimiento al alza y 0,4927 para un movimiento a la baja. Moviéndonos hacia atrás a lo largo del árbol de la manera habitual obtenemos que el precio de la opción es 4,44 dólares.

17.4. EXTENSIONES DEL ENFOQUE DEL ÁRBOL BÁSICO

Señalamos ahora dos formas en las que puede extenderse el enfoque del árbol binomial.

Tipos de interés dependientes del tiempo

Cuando se valoran opciones Americanas, es habitual suponer que los tipos de interés son constantes. Cuando la estructura de tipos es muy creciente o claramente decreciente, éste puede no ser un supuesto razonable. Es más apropiado suponer que el tipo de interés para un período de extensión δt en el futuro iguale el actual tipo de interés a plazo para ese período. Podemos adaptar ese supuesto haciendo

$$a = e^{f(t)\,\delta t} \qquad \textbf{(17.12)}$$

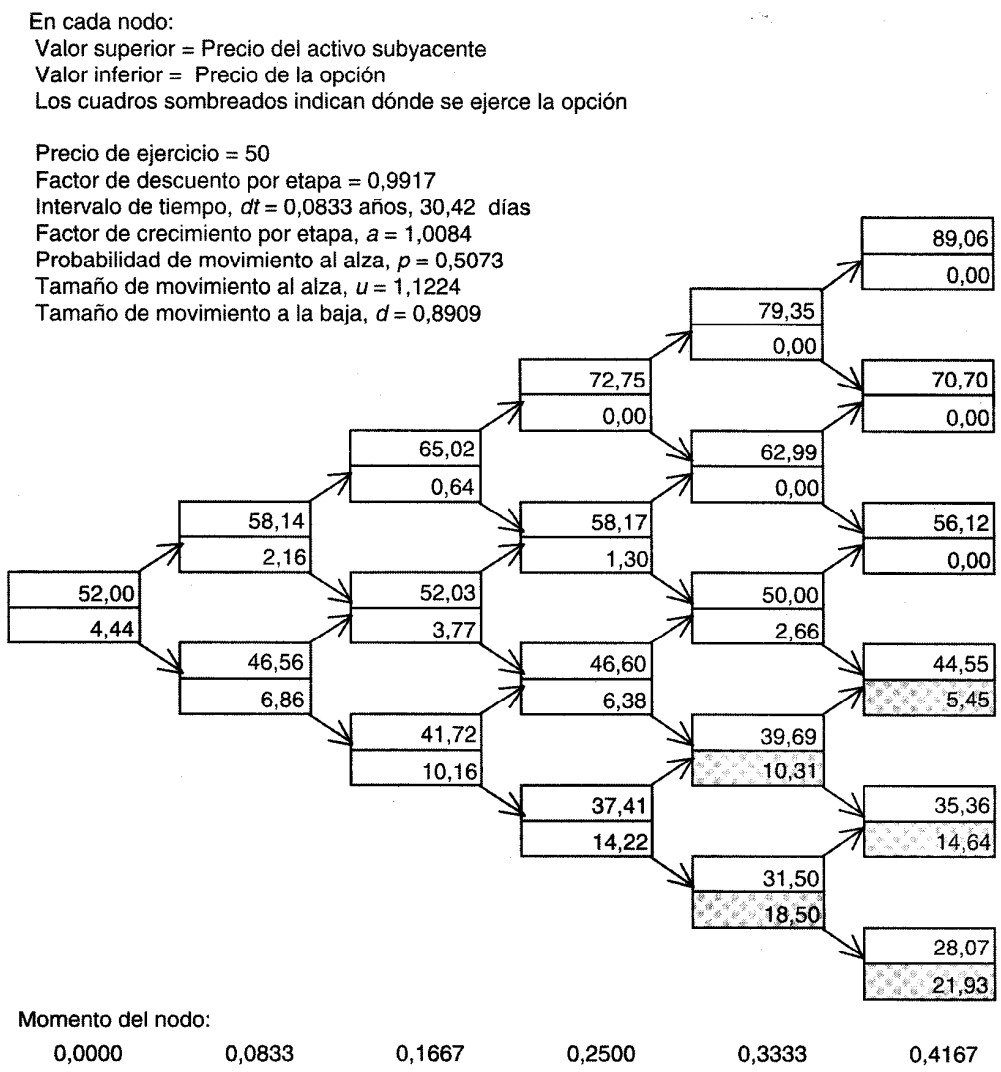


Figura 17.8. Arbol binomial generado por DerivaGem para una opción de venta sobre una acción que paga un único dividendo.

para nodos en el momento t donde $f(t)$ es el tipo a plazo entre los momentos t y $t + \delta t$. Esto no cambia la geometría del árbol porque u y d no dependen de a. Las probabilidades de las ramas que salen de los nodos en el momento t son igual que anteriormente.[4]

$$p = \frac{a - d}{u - d}$$

$$1 - p = \frac{u - a}{u - d}$$

El resto de la utilización del árbol es igual que anteriormente, excepto en que usaremos $f(t)$ cuando descontamos del momento $t + \delta t$ al momento t usaremos $f(t)$. Una modificación simi-

[4] Para un número de etapas temporales suficientemente grande, estas probabilidades son siempre positivas.

lar del árbol básico puede utilizarse para valorar opciones sobre índices, sobre divisas y sobre futuros. En estas aplicaciones la tasa de dividendo sobre un índice o un tipo de interés extranjeros pueden ser función del tiempo siguiendo un enfoque similar al que acabamos de describir.

La técnica «variable de control»

La técnica de «variable de control» puede ser utilizada en la valoración de opciones Americanas.[5] Esta técnica implica utilizar el mismo árbol para valorar tanto la opción Americana, f_A, la correspondiente opción Europea, f_E. También calculamos el precio Black-Scholes de la opción Europea, f_{BS}. El error producido por el árbol en la valoración de la opción Europea se supone igual al generado por el árbol en la valoración de la opción Americana. Esto nos lleva a una estimación de la opción Americana igual a

$$f_A + f_{BS} - f_E$$

Para ilustrar este enfoque, la Figura 17.9 valore la opción de la Figura 17.3 suponiendo que es Europea. El precio resultante es 4,32 dólares. A partir de la fórmula de Black-Scholes, el precio correcto de la opción Europea es 4,08 dólares. La estimación para la opción Americana de la Figura 17.3 es 4,49 dólares. La estimación «variable de control» del precio de la opción Americana es, por lo tanto,

$$4{,}49 + 4{,}08 - 4{,}32 = 4{,}25$$

Una buena estimación del precio de la opción Americana calculado usando un árbol de 100 etapas es 4,278. El planteamiento de la «variable de control», por lo tanto, produce una mejora considerable sobre la estimación de 4,49 obtenida, en este caso, mediante árbol básico. En efecto, utiliza el árbol para calcular la diferencia entre el precio de las opciones Europea y Americana en lugar de el precio de la propia opción Americana.

17.5. PROCEDIMIENTOS ALTERNATIVOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE ÁRBOLES

El enfoque original de Cox, Ross y Rubinstein no es la única forma de construir un árbol binomial. En lugar de imponer el supuesto $u = 1/d$ sobre las Ecuaciones (17.2) y (17.3), podemos fijar $p = 0{,}5$. Una solución a las ecuaciones cuando se ignoran los términos de orden superior a δt es por tanto

$$u = e^{(r-\sigma^2/2)\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}}$$

$$d = e^{(r-\sigma^2/2)\delta t - \sigma\sqrt{\delta t}}$$

[5] Véase J. C. Hull y A. White, «The Use of the Control Variate Technique in Option Pricing», *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 23 (septiembre 1988): 237-51.

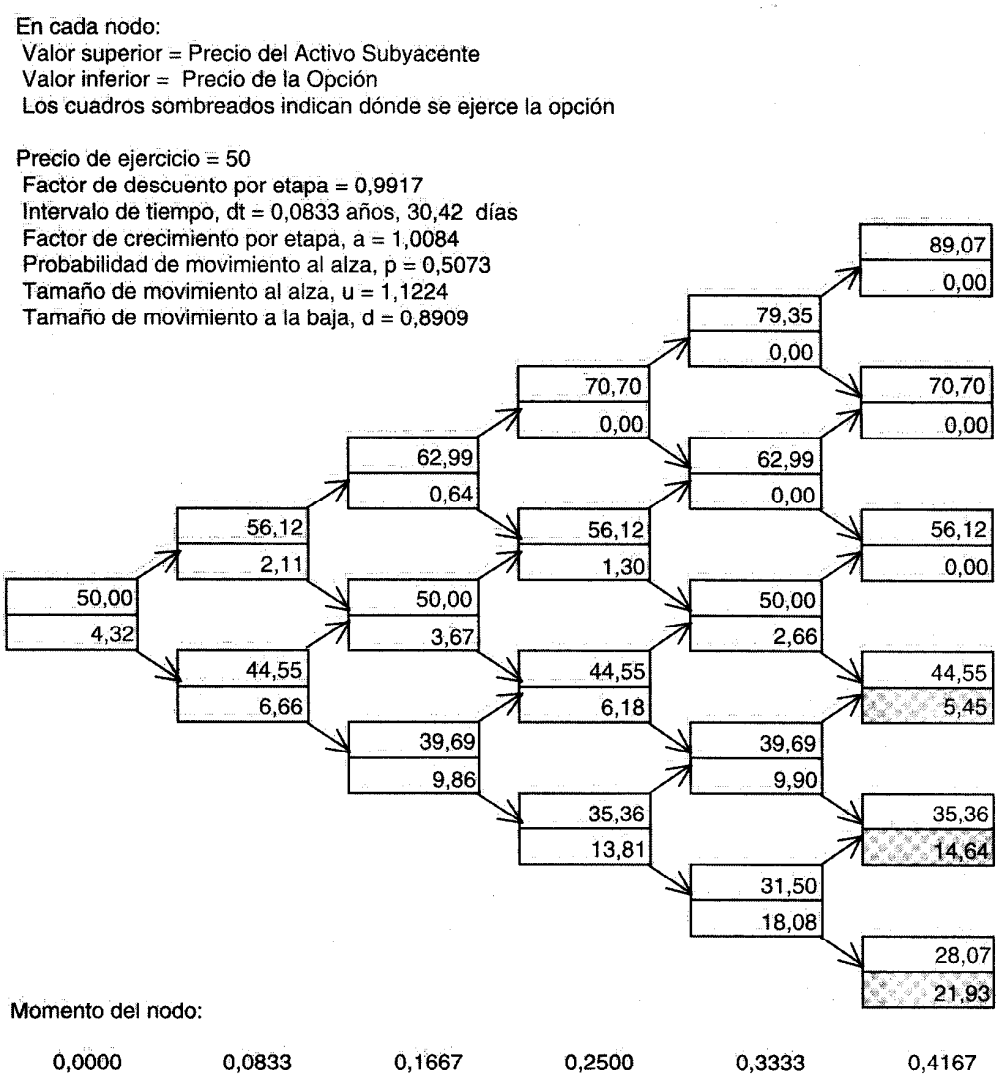


Figura 17.9. Árbol binomial generado por DerivaGem para la versión Europea de la opción de la Figura 17.3. En cada nodo, la cifra superior es el precio de la acción; la cifra inferior es el precio de la opción.

Cuando las acciones pagan un dividendo continuo a tasa q, la variable r se transforma en $r - q$ en estas fórmulas. Esto nos permite construir árboles con $p = 0{,}5$ para opciones sobre índices, divisas y futuros.

Este procedimiento alternativo de construcción del árbol binomial tiene la ventaja sobre el enfoque de Cox, Ross y Rubinstein de que las probabilidades son siempre 0,5 independientemente del valor de σ o del número de etapas.[6] Su desventaja es que el cálculo de delta, gamma y theta a partir del árbol no es tan preciso debido a que los valores del activo subyacente en los momentos δt y $2\,\delta t$ no van a ser centrados alrededor de S.

[6] En el caso poco usual de que las etapas temporales fuesen tan grandes que $\sigma < |(r - q)\sqrt{\delta t}|$, el árbol de Cox, Ross y Rubinstein nos da probabilidades negativas. El procedimiento alternativo que acabamos de describir no presenta estos inconvenientes.

Ejemplo

Consideremos una opción Americana de compra a nueve meses sobre el dólar canadiense. El tipo de cambio actual es 0,7900, el precio de ejercicio es 0,7950, el tipo de interés libre de riesgo U.S.A. es del 6 por ciento anual, el tipo de interés libre de riesgo canadiense es del 10 por ciento anual, y la volatilidad del tipo de cambio es del 4 por ciento anual. En este caso $S = 0{,}79$, $X = 0{,}795$, $r = 0{,}06$, $r_f = 0{,}10$, $\sigma = 0{,}04$ y $T = 0{,}75$. Dividimos la vida de la opción en períodos de tres meses para construir el árbol con lo cual $\delta t = 0{,}25$. Fijamos las probabilidades de cada rama iguales a 0,5 y

$$u = e^{(0{,}06 - 0{,}10 - 0{,}0016/2)0{,}25 + 0{,}04\sqrt{0{,}25}} = 1{,}0098$$

$$d = e^{(0{,}06 - 0{,}10 - 0{,}0016/2)0{,}25 - 0{,}04\sqrt{0{,}25}} = 0{,}9703$$

El árbol para el tipo de cambio se muestra en la Figura 17.10. El árbol da un valor a la opción de 0,0026.

17.6. LA SIMULACIÓN DE MONTE CARLO

Los árboles binomiales pueden utilizarse juntamente con la simulación de Monte Carlo para valorar derivados. (Ya describimos la metodología de la simulación de Monte Carlo en conexión con el cálculo del valor en riesgo en la Sección 16.5.) Tras construir el árbol la técnica consiste en crear caminos aleatorios a lo largo de dicho árbol. En lugar de movernos hacia atrás desde el final del árbol hacia el principio, trabajamos hacia delante a lo largo del árbol. El procedimiento básico es el siguiente. En el primer nodo generamos al azar un número entre 0 y 1. Si el número está entre 0 y p, tomamos la rama superior; si cae entre p y 0, tomamos la rama inferior. Repetimos este procedimiento en el nodo que hemos alcanzado y en todos los siguientes que se alcancen hasta llegar al final del árbol. Entonces calculamos el beneficio bruto de la opción para un determinado camino de movimientos dentro del árbol. Esto completa el primer proceso. Entonces llevamos a cabo muchos procesos repitiendo todo el procedimiento. Nuestra estimación del valor de la opción es la media aritmética de los beneficios brutos de todos los procesos descontados al tipo de interés libre de riesgo.

La simulación de Monte Carlo, que acabamos de describir, no puede utilizarse para opciones Americanas si no sabemos si es mejor ejercer antes del vencimiento cuando se alcanza un cierto nodo. Puede utilizarse para valorar opciones Europeas con lo cual se obtiene una comprobación de las fórmulas de valoración para estas opciones. También puede utilizarse para valorar algunas de las opciones exóticas de las que hablaremos en el Capítulo 19; por ejemplo, opciones asiáticas y *lookback*.

17.7. RESUMEN

Este capítulo ha descrito cómo pueden valorarse las opciones utilizando el enfoque del árbol binomial. Este planteamiento, cuando se utiliza para opciones sobre acciones, conlleva dividir

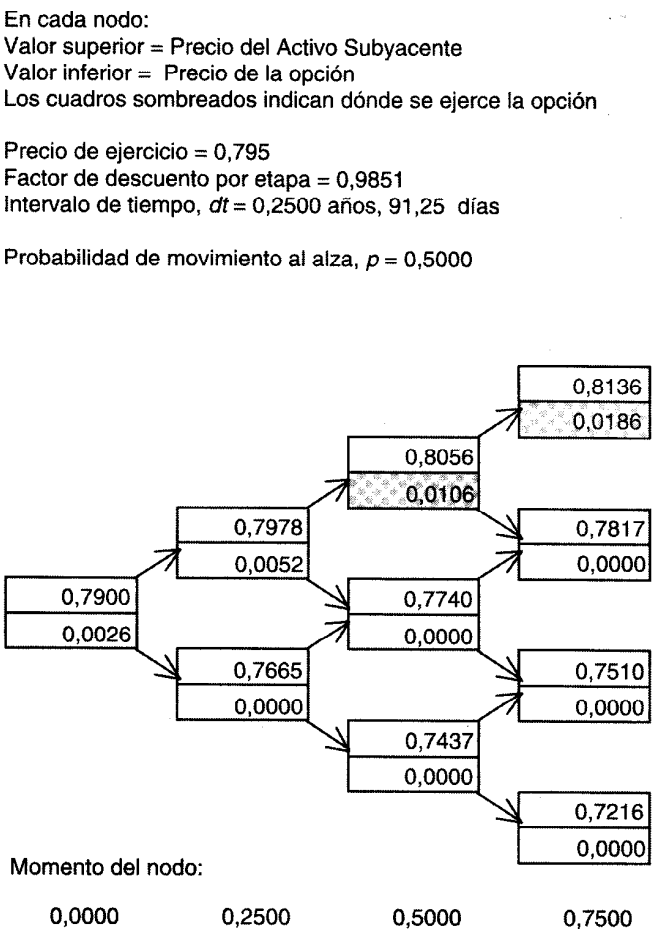


Figura 17.10. Árbol binomial para una opción de compra Americana sobre el dólar canadiense. En cada nodo, el número superior es el tipo de cambio. Todas las probabilidades son 0,5 y el número inferior es el precio de la opción.

la vida de la opción en un número de pequeños intervalos de duración δt y suponer que el precio de las acciones al principio de cada intervalo sólo puede llevar a uno de dos precios de acciones alternativos al final de dicho intervalo. Uno de estos precios de acciones alternativos se debe a un movimiento hacia arriba; el otro implica un movimiento hacia abajo.

El tamaño de los movimientos al alza y a la baja y sus probabilidades asociadas, se escogen la variación en el precio de las acciones tiene la media de modo que la desviación estándar para un mundo neutral al riesgo. Los precios de las opciones se calculan empezando al final del árbol y moviéndose hacia atrás. Al final del árbol, el precio de la opción es su valor intrínseco. En los nodos anteriores del árbol, el valor de una opción, si es Americana, debe calcularse como el mayor de

1. El valor que tiene si se ejerce inmediatamente.
2. El valor que tiene si se mantiene por un período de tiempo de duración δt.

Si se ejerce inmediatamente la opción en un nodo, el valor del la opción es su valor intrínseco. Si se mantiene por un período de tiempo de duración δt, su valor es el valor descontado al tipo libre de riesgo de su valor esperado al final del período de tiempo δt.

Delta, gamma y theta pueden estimarse directamente a partir de los valores de la opción en los diversos nodos del árbol. La vega puede estimarse haciendo un pequeño cambio en la volatilidad y recalculando el valor de la opción utilizando un árbol similar. Rho puede estimarse haciendo un pequeño cambio en el tipo de interés y recalculando el árbol.

El planteamiento del árbol binomial puede extenderse fácilmente para acomodarse a opciones sobre acciones que pagan tasas continuas de dividendo. Si los índices bursátiles, las divisas, y la mayoría de contratos de futuros se pueden interpretar como acciones que pagan tasas continuas de dividendo, el modelo binomial puede utilizarse también para valorar opciones sobre estos activos.

Cuando se utiliza el planteamiento del árbol binomial para valorar opciones sobre acciones que pagan una cantidad conocida en dólares de dividendos, es conveniente utilizar el árbol para modelizar el precio de las acciones menos el valor presente de todos los dividendos futuros durante la vida de la opción. Esto hace que el número de nodos en el árbol sea manejable.

La eficiencia del cálculo del planteamiento del árbol binomial puede mejorarse utilizando la técnica de «variable de control». Ésta conlleva valorar tanto la opción Americana que interesa como la correspondiente opción Europea utilizando el mismo árbol. El error en el precio de la opción Europea se utiliza como una estimación del error en el precio de la opción Americana.

Lecturas recomendadas

Boyle, P. P., «A lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23 (marzo 1988), 1-12

Cox, J., S. Ross, y M. Rubinstein, «Option Pricing: a Simplified Approach», *Journal of Financial Economics*, 7 (octubre 1979), 229-264

Hull, J., y A. White, «The Use of the Control Variate Technique in Option Pricing», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23 (septiembre, 1988), 237-251

Rendleman, R., y B. Bartter, «Two State Option Pricing», *Journal of Finance* 34 (1979): 1092-1110

Test (respuestas al final del libro)

17.1. ¿Cuál de los siguientes coeficientes puede estimarse para una opción Americana a través de la construcción de un árbol binomial: delta, gamma, vega, theta, rho?

17.2. Calcule el precio de una opción Americana de venta a tres meses sobre acciones que no pagan dividendos cuando el precio de las acciones es 60 dólares, el precio de ejercicio es 60 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual, y la volatilidad es del 45 por ciento anual. Utilice un árbol binomial con un intervalo temporal de un mes.

17.3. Explique cómo se implementa la técnica de «variable de control».

17.4. Calcule el precio de una opción Americana de compra a 9 meses sobre contratos de futuros de maiz cuando el precio de futuros actual es 198 centavos, el precio de ejercicio es 200 centavos, el tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento anual, y la volatilidad es del 30 por ciento anual. Utiliza un árbol binomial con un intervalo temporal de tres meses.

17.5. Considere una opción que paga la cantidad en que el precio final de las acciones excede la media del precio de las acciones alcanzado durante la vida de la opción. ¿Puede valorarse esta opción con un planteamiento de árbol binomial?

17.6. «Para unas acciones que pagan dividendos el árbol del precio de las acciones no recombina, pero el árbol para el precio de las acciones menos el valor presente de los dividendos futuros sí recombina.» Explique esta afirmación.

17.7. Explique por qué la simulación de Monte Carlo no puede usarse para valorar opciones Americanas.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

17.8. Una opción Americana de venta a 9 meses sobre acciones que no pagan dividendos tiene un precio de ejercicio de 49 dólares. El precio actual de las acciones es 50 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 5 por ciento anual y la volatilidad de las acciones es del 30 por ciento anual. Use un árbol binomial de tres etapas para calcular el precio de la opción.

17.9. Use un árbol de tres etapas para valorar una opción Americana de compra a 9 meses sobre futuros de trigo. El precio del futuro del trigo hoy es de 400 centavos, el precio de ejercicio es 420 centavos, el tipo de interés libre de riesgo es del 6 por ciento, y la volatilidad es del 35 por ciento anual. Estime la delta de la opción a partir de su árbol.

17.10. Una opción Americana de compra sobre una acción que no paga dividendo tiene un precio de ejercicio de 20 dólares. El precio actual de la acción es de 20 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 3 por ciento por año y la volatilidad es del 25 por ciento anual. Se espera un dividendo de 2 dólares en 1,5 meses. Use un árbol binomial en tres etapas para calcular el precio de la opción.

17.11. Una opción Americana de venta a un año sobre acciones que no pagan dividendos tiene un precio de ejercicio de 18 dólares. El precio actual de las acciones es 20 dólares el tipo de interés libre de riesgo es el 15 por ciento anual y la volatilidad de las acciones es del 40 por ciento anual. Use el software DerivaGem con cuatro períodos trimestrales para estimar el valor de la opción. Desarrolle el árbol y verifique que los precios de las opciones en los nodos final y penúltimo son correctos. Use DerivaGem para valorar la versión europea de la opción. Utilice la técnica de «variable de control» para mejorar la estimación del precio de la opción Americana.

17.12. Una opción Americana de venta a dos meses sobre un índice de acciones tiene un precio de ejercicio de 480. El nivel actual del índice es 484, el tipo de interés libre de riesgo es el 10 por ciento anual, la tasa de dividendos sobre el índice es el 3 por ciento anual, y la volatilidad del índice es del 25 por ciento anual. Divida la vida de la opción en cuatro períodos quincenales y utilice el planteamiento del árbol binomial para estimar el precio de la opción.

17.13. ¿Cómo utilizaría el planteamiento de «variable de control» para mejorar la estimación de la delta de una opción Americana cuando se utiliza el planteamiento del árbol binomial?

17.14. ¿Cómo utilizaría el planteamiento del árbol binomial para valorar una opción Americana sobre un índice bursátil cuando la tasa de dividendo sobre el índice es función del tiempo?

Preguntas de repaso

17.15. Una opción Americana de venta para la venta de francos suizos por dólares tiene un precio de ejercicio de 0,80 dólares y el tiempo para su vencimiento es de un año.

La volatilidad del franco suizo es del 10 por ciento, el tipo de interés del dólar es del 3 por ciento, el tipo de interés del franco suizo es del 3 por ciento y el tipo de cambio hoy es 0,81. Use un árbol de tres etapas para valorar la opción. Estime la delta de la opción a partir de su árbol.

17.16. Una opción Americana de compra a un año sobre contratos de futuros de plata tiene un precio de ejercicio de 9 dólares. El precio de futuros actual es 8,50 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 12 por ciento anual, y la volatilidad del precio de futuros es del 25 por ciento anual. Divida el año en cuatro intervalos trimestrales y utilice DerivaGem para estimar el valor de la opción. Desarrolle el árbol y verifique que los precios de la opción en los nodos final y penúltimo son correctos. Utilice la técnica de «variable de control» para mejorar esta estimación del precio de la opción Americana.

17.17. Considera una opción Americana de compra a seis meses sobre acciones de las que se espera que pagen dividendos de 1 dólar por acción al final del segundo y quinto mes. El precio actual de las acciones es 30 dólares, el precio de ejercicio es 34 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual y la volatilidad de la parte del precio de las acciones que no se utiliza para pagar los dividendos es del 30 por ciento anual. Divida la vida de la opción en 100 períodos y utilice DerivaGem para estimar el precio de la opción. Compare su respuesta con la dada por la aproximación de Black (véase Sección 11.10).

" INTRODUCCIÓN A LOS MERCADOS DE FUTUROS Y OPCIONES "

Contiene: Caps. 18-21

AUTOR : **Hull, J. C. (John C.).**

FOTOCOPIADO DE : **Introducción a los mercados de futuros y opciones / John C. Hull. -- 4a. ed. -- Madrid : Prentice Hall, 2002**

CÁTEDRA : **Finanzas II**

PROFESOR : **Eduardo Acuña**

SEMESTRE :

" USO EXCLUSIVO ALUMNOS FACEA , PARA FINES DE DOCENCIA E INVESTIGACIÓN "

CAPÍTULO 18

Opciones sobre tipos de interés

Las opciones sobre tipos de interés son opciones cuyos pagos dependen en cierta manera del nivel de tipos de interés. Recientemente han ido incrementando su popularidad. Actualmente se negocian una gran variedad de opciones sobre tipos de interés tanto *over-the-counter* como en mercados organizados. En este capítulo describimos algunos de estos productos y cómo se utilizan. Describimos en cierto detalle los modelos estándar de mercado que se utilizan para valorar tres populares instrumentos *over-the-counter*: opciones Europeas sobre bonos, contratos *cap* y *floor* de tipo de interés y opciones Europeas sobre swaps. Estos modelos están en el espíritu del modelo original de Black-Scholes para opciones Europeas sobre acciones y se basan en el supuesto de que la variable clave de mercado en un tiempo futuro estará distribuida de forma lognormal.

18.1. OPCIONES SOBRE TIPOS DE INTERÉS NEGOCIADAS EN MERCADOS ORGANIZADOS

Entre las opciones sobre tipos de interés que más se negocian en los mercados organizados en los Estados Unidos están las emitidas sobre contratos de futuros sobre bonos del Tesoro, contratos de futuros sobre Letras del Tesoro, y contratos de futuros sobre eurodólares. La Tabla 13.3 del Capítulo 13 muestra los precios de cierre para estos activos al 15 de marzo del 2001.

Una opción sobre futuros sobre bonos del Tesoro es una opción para entrar en un contrato de futuros sobre bonos del Tesoro. Como mencionamos en el Capítulo 5, un contrato de futuros sobre bonos del Tesoro lo es para la entrega de 100.000 dólares en bonos del Tesoro. El precio de un futuro sobre bonos del Tesoro se publica como un porcentaje del valor nominal del bono del Tesoro subyacente al sesenta y cuatroavo del 1 por ciento más próximo. La Ta-

bla 13.3 nos da el precio de la opción de compra sobre futuros de abril sobre un bono del Tesoro el 15 de marzo del 2001, como 2-11 o $2\frac{11}{64}$ por ciento del nominal del bono, cuando el precio de ejercicio es 104. Esto significa que un contrato cuesta 2.171,87 dólares. Los precios publicados para las opciones sobre Letras del Tesoro son similares.

Una opción sobre futuros del eurodólar es una opción para entrar en un contrato de futuros sobre eurodólares. Como explicamos en el Capítulo 5, cuando el precio publicado del futuro del eurodólar cambia en un punto básico, o 0,01, se genera una pérdida o ganancia en un contrato de futuros sobre eurodólares de 25 dólares. Similarmente, en la valoración de opciones sobre futuros del eurodólar, un punto básico representa 25 dólares. En el contrato de menor vencimiento, los precios se publican aproximándolos al cuarto de punto básico más próximo. Para los de vencimiento dos meses mayor se publican aproximándolos al medio punto básico más cercano. El precio publicado en el *Wall Street Journal* para el contrato CME de futuros sobre eurodólares de la Tabla 13.3 debería multiplicarse por 10 para obtener la cotización del CME en puntos básicos. La cotización de 5,92 para la opción de compra sobre futuros de marzo cuando el precio de ejercicio es 94,50 en la Tabla 13.3 debería interpretarse como 5,925 e indica que la cotización del CME es de 59,25 puntos básicos y un contrato cuesta $59{,}25 \times 25 = 1.481{,}25$ dólares; la cotización de 10,30 de abril indica que la cotización del CME es de 103 puntos básicos y así sucesivamente.

Los contratos de opción sobre futuros de tipos de interés funcionan de la misma forma que los otros contratos de opción sobre futuros discutidos en el Capítulo 13. Por ejemplo, el beneficio bruto de una opción de compra será $\max(F - X, 0)$, donde F es el precio del futuro en la fecha de vencimiento y X es el precio de ejercicio. Además del beneficio bruto líquido, el propietario de la opción obtiene una posición larga en un contrato de futuros cuando se ejerce la opción y el emisor de la opción obtiene la correspondiente posición corta.

Los precios de los futuros sobre tipos de interés suben cuando suben los precios de los bonos (es decir cuando bajan los tipos de interés). El precio de estos futuros baja cuando el precio de los bonos baja (esto es, si suben los tipos de interés). Un inversor que piensa que los tipos de interés a corto plazo subirán puede especular comprando opciones de venta sobre contratos de futuros sobre eurodólares, mientras que un inversor que piensa que caerán puede especular comprando opciones de compra sobre contratos de futuros sobre eurodólares. Un inversor que cree que los tipos de interés a largo plazo subirán puede especular comprando opciones de venta sobre futuros sobre Letras o bonos del Tesoro, mientras que un inversor que cree que caerán puede especular comprando opciones de compra sobre estos instrumentos.

Ejemplo 1

Suponga que estamos en febrero y que el precio del futuro para el contrato en eurodólares de junio es 93,82. (Esto se corresponde con un tipo de interés para eurodólares a tres meses del 6,18 por ciento anual.) El precio de una opción de compra sobre el contrato con un precio de ejercicio de 94 dólares se publica en el CME como de 20 puntos básicos. Esta opción podría ser atractiva para un inversor que cree probable un descenso en los tipos de interés. Suponga que los tipos de interés a corto plazo bajasen unos 100 puntos básicos y el inversor ejerciese la opción de compra cuando el precio del futuro del eurodólar es 94,78. (Esto se corresponde con un interés a tres meses del eurodólar del 5,22 por ciento anual.) El beneficio bruto será $25 \times (94{,}78 - 94{,}00) \times 100 = 1.950$ dólares. El coste del contrato es $20 \times 25 = 500$ dólares. El beneficio del inversor es, por tanto, de 1.450 dólares.

Ejemplo 2

Supongamos que estamos en agosto y que el precio de futuros para los contratos sobre bonos del Tesoro a diciembre negociados sobre el CBOT es 96-09 (o $96\ \frac{9}{32} = 96{,}28125$). El rendimiento sobre los bonos del Estado a largo plazo es el 8,4 por ciento anual. Un inversor que cree que este rendimiento caerá en diciembre puede decidir comprar opciones de compra a diciembre con un precio de ejercicio de 98. Consideremos que el precio de estas opciones es 1-04 (o $1\ \frac{4}{64} = 1{,}0625$ por ciento del principal). Si los tipos a largo plazo caen al 8 por ciento anual, el precio de futuros de los bonos del Tesoro subirá a 100-00 y el inversor obtendrá un beneficio neto por 100 dólares de contrato de futuros sobre bonos de

$$100{,}00 - 98{,}00 - 1{,}0625 = 0{,}9375$$

Como un contrato sobre opciones permite comprar o vender instrumentos con valor nominal igual a 100.000 dólares, el inversor obtendría un beneficio de 937,50 dólares por contrato sobre opciones compradas.

18.2. OPCIONES INCLUIDAS EN BONOS

Algunos bonos incluyen opciones de compra y de venta. Por ejemplo, un bono de amortización anticipada a opción del emisor —o bono con opción de recompra— incluye provisiones que permiten a la compañía emisora volver a comprar el bono a un precio predeterminado en cierto momento del futuro. El propietario de este bono ha vendido una opción de compra al emisor. El precio de ejercicio o precio de la opción es el precio predeterminado que debe abonar el emisor al propietario para recomprar el bono. Los bonos de amortización anticipada a opción del emisor normalmente no pueden amortizarse anticipadamente durante los primeros años de su existencia. (A esto se le conoce como el período de cierre —*lock out period*—.) Después de este período el precio de ejercicio suele ser función decreciente del tiempo. Por ejemplo, un bono de amortización anticipada a opción del emisor a 10 años podría no tener privilegios de opción durante los primeros dos años. Después de esto, el emisor podría tener el derecho a recomprar el bono a un precio de 110,00 dólares en los años 3 y 4 de su vigencia, a un precio de 107,50 los años 5 y 6, a un precio de 106,00 los años 7 y 8 y a un precio de 103,00 dólares los años 9 y 10. El precio de la opción de compra se refleja en la cotización de los bonos. Los bonos con opción de compra generalmente ofrecen rentabilidades superiores a los bonos sin opción de compra.

Un bono de amortización anticipada a opción de su propietario —o bono con opción de reventa— incluye cláusulas que permiten al propietario reclamar su amortización anticipada a un precio predeterminado en cierto momento en el futuro. El propietario de este bono ha comprado una opción de venta sobre el bono junto con el propio bono. Existen instrumentos diferentes de los bonos que incluyen opciones sobre tipos de interés. A veces las opciones son opciones sobre bonos. Por ejemplo, los bonos que incluyen opción de venta proporciona rendimientos más bajos al propietario que los bonos de iguales características sin esta posibilidad. Un ejemplo sencillo de bono de amortización anticipada a opción de su propietario es un bono a diez años *retractable* en el que el propietario tiene derecho a que se le devuelva la inversión pasados cinco años.

Como la opción de venta sube el precio del bono para el propietario, privilegios de amortización anticipada sobre depósitos a tipo fijo son análogos a unaa opción de venta sobre un bono. Privilegios de prepago sobre préstamos a tipo fijo son análogos a la opción de compra sobre un bono. También, los compromisos hechos por un banco u otra institución financiera en la concesión de préstamos son similares a opciones de venta sobre bonos. Consideremos, por ejemplo, que un banco fija un tipo de interés a cinco años del 10 por ciento anual a un cliente y establece que este tipo se aplicará los próximos dos meses. El cliente obtiene de hecho el derecho a vender el equivalente a un bono con un cupón del 10 por ciento a la institución financiera por su valor nominal en cualquier momento dentro de los próximos dos meses.

18.3. EL MODELO DE BLACK

Desde su publicación en 1973, el modelo de Black-Scholes, se ha converido en una herramienta muy popular. Como explicamos en los Capítulos 12 y 13, el modelo se ha extendido para que pueda utilizarse en la valoración de opciones sobre tipo de cambio, sobre índices y sobre contratos de futuros. Como se indicó en el Capítulo 14, los operadores han encontrado formas flexibles de utilizar el modelo para reflejar sus creencias. No es sorprendente, por tanto, que se haya extendido el modelo para que pueda valorar derivados sobre tipos de interés.

La extensión del modelo de Black-Scholes más utilizada en el área de tipos de interés se conoce como modelo de Black.[1] Como se comentó en la Sección 13.8, éste fue originalmente desarrollado para valorar opciones sobre futuros de mercancías. En este capítulo explicamos cómo se utiliza en la valoración de los diferentes tipos de derivados sobre tipos de interés.

Uso del modelo de Black en la valoración de opciones Europeas

Considere una opción Europea de compra sobre una variable V. Definimos:

T: Tiempo para el vencimiento de la opción
F: Precio del futuro de V para un contrato con vencimiento en el momento T
F_0: Valor de F en el momento 0
F_T: Valor de F en el momento T
X: Precio de ejercicio de la opción
r: Tipo de interés para el vencimiento T
σ: Volatilidad de F
V_T: Valor de V en el momento T

La opción pagará $\max(V_T - X, 0)$ en el momento T. Como $F_T = V_T$, también podemos ver la opción como si pagase el $\max(F_T - X, 0)$ en el momento T. Como se mostró en el Capítulo 13, el modelo de Black nos dará un valor, c, de la opción de compra igual a

$$c = e^{-rT}[F_0 N(d_1) - XN(d_2)] \qquad \textbf{(18.1)}$$

[1] Véase F. Black, «The Pricing of Commodity Contracts», *Journal of Financial Economics* 3 (marzo 1976): 167-79.

donde

$$d_1 = \frac{\ln(F_0/X) + \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0/X) - \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

El valor, p, de la correspondiente opción de venta viene dado por

$$p = e^{-rT}[XN(-d_2) - F_0N(-d_1)] \tag{18.2}$$

Extensión del modelo de Black

Podemos extender el modelo de Black permitiendo que el momento en el que se cobran los pagos de la opción sea difernte a T. Suponga que el pago de la opción se calcula a partir del valor de la variable V en el momento T, pero este pago se aplaza hasta el momento T^* siendo $T^* \geqslant T$. En este caso es necesario descontar el pago en el momento T^* y no en el momento T. Definimos r^* como el tipo de interés para el vencimiento T^*, y las Ecuaciones (18.1) y (18.2) resultan

$$c = e^{-r^*T^*}[F_0N(d_1) - XN(d_2)] \tag{18.3}$$

$$p = e^{-r^*T^*}[XN(-d_2) - F_0N(-d_1)] \tag{18.4}$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln(F_0/X) + \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0/X) - \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Cómo se utiliza el modelo

Cuando se utiliza el modelo de Black para valorar opciones Europeas sobre tipos de interés negociadas en mercados *over-the-counter*, la variable F_0 en las Ecuaciones (18.1) a (18.4) suele fijarse igual al precio de V y diferente de su precio de futuro. Recuérdese del Capítulo 5 que los precios a plazo y los precios del futuro son iguales cuando los tipos de interés son constantes, pero son diferentes cuando son estocásticos. Cuando tratamos con una opción sobre una variable dependiente del tipo de interés, el supuesto de que F_0 es un precio de contrato a plazo es cuestionable. Sin embargo, resulta (al menos para los productos considerados en este capítulo) que este supuesto compensa a la perfección otro supuesto que normalmente se realiza cuando se usa el modelo de Black. Éste es que los tipos de interés son constantes para realizar el descuento. Cuando se utilizan en la valoración de opciones sobre tipos de interés, el modelo de Black tiene bases teóricas más sólidas de lo que en ocasiones se supone.[2]

[2] Para una explicación de esto, véase J. C. Hull, *Options, Futures, and Other Derivatives*, 1.ª ed. (Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2000), Capítulo 19.

18.4. OPCIONES EUROPEAS SOBRE BONOS

Una opción Europea sobre bonos es una opción para comprar o vender un bono a cierto precio, X, en un momento determinado T. Un supuesto habitual en la valoración de opciones sobre bonos es que el precio del bono es lognormal en el momento T. Las Ecuaciones (18.1) y (18.2) pueden utilizarse con F_0 igual al precio a plazo del bono. La variable σ es la volatilidad de F de forma que $\sigma\sqrt{T}$ es la desviación estándar del logaritmo del precio del bono en el momento T.

Como se explicó en el Capítulo 5, F_0 puede calcularse a partir del precio al contado del bono, B, utilizando la fórmula

$$F_0 = (B - I)e^{rT} \tag{18.5}$$

donde I es el valor actual de los cupones que se pagarán durante la vida de la opción y r es el tipo de interés para el vencimiento T. En esta fórmula los precios al contado y a plazo del bono son precios en efectivo y no cotizaciones. (La relación entre precios de efectivo —*cash*— y cotizaciones se explica en el Capítulo 5; el precio efectivo es el precio de cotización más el «cupón corrido».) Los operadores se refieren al precio de cotización del bono como al «precio limpio» y al precio efectivo como el «precio sucio».

El precio de ejercicio, X, en las Ecuaciones (18.1) y (18.2) deberían ser los precios de ejercicio sucios (es decir, efectivos). En la selección del valor correcto para X, los términos precisos de la opción son, por tanto, importantes. Si el precio de ejercicio se define como el total de efectivo que se intercambia por el bono cuando se ejerce la opción, X debería igualarse a este precio de ejercicio. Si el precio de ejercicio es el precio limpio aplicable cuando se ejerce la opción (como ocurre en la mayoría de las opciones sobre bonos negociadas en mercados organizados), X debería igualarse al precio de ejercicio añadiendo los intereses adicionales en la fecha de vencimiento de la opción.

Ejemplo

Considere una opción Europea de compra a 10 meses sobre un bono a 9,75 años con un valor nominal de 1.000 dólares. (Cuando venciese la opción, al bono aún le quedarían 8 años y 11 meses de vigencia.) Suponga que el precio actual efectivo del bono fuese de 960 dólares, el precio de ejercicio es de 1.000 dólares, el tipo de interés libre de riesgo a 10 meses es del 10 por ciento anual, y la volatilidad del precio a plazo del bono es del 9 por ciento anual. El bono paga un cupón semestral del 10 por ciento, y se esperan pagos de cupón de 50 dólares dentro de 3 y 9 meses. (Esto quiere decir que el cupón corrido es 25 dólares y que el precio de cotización del bono es 935 dólares.) Suponemos que el tipo de interés libre de riesgo a 3 y 9 meses son del 9 por ciento y del 9,5 por ciento anual, respectivamente. El valor actual de los pagos de cupón son, por tanto

$$50e^{-0.09\times 0.25} + 50e^{-0.095\times 0.75} = 95{,}45$$

o 95,45 dólares. El precio a plazo del bono, usando la Ecuación (18.5) viene dado por

$$F_0 = (960 - 95{,}45)e^{0.1\times 10/12} = 939{,}68$$

a) Si el precio de ejercicio es el precio de efectivo que se pagaría por el bono al ejercicio, los parámetros de la Ecuación (18.1) son $F_0 = 939{,}68$, $X = 1.000$, $r = 0{,}1$, $\sigma = 0{,}09$ y $T = 0{,}8333$. El precio de la opción de compra será de 9,49 dólares.

b) Si el precio de ejercicio es el cotizado que se pagaría por el bono al ejercicio, se debe añadir un mes de intereses adicionales a X, porque el vencimiento de la opción ocurre un mes después de la fecha de cupón. Esto lleva a un valor de X de

$$1.000 + 50 \times 0{,}16667 = 1.008{,}33$$

Los valores para los otros parámetros en la Ecuación (18.1) no cambian ($F_0 = 939{,}68$, $r = 0{,}1$, $\sigma = 0{,}09$ y $T = 0{,}8333$). El precio de la opción es 7,97 dólares.

La volatilidad usada en el modelo de Black para valorar una opción sobre un bono depende de la vida de la opción y de la vida del bono subyacente. La Figura 18.1 muestra como cambia con el tiempo la desviación estándar del logaritmo del precio del bono. La desviación estándar es cero hoy, porque no hay incertidumbre sobre el precio actual del bono. También es cero al vencimiento del bono porque sabemos que el precio del bono iguala su valor nominal al vencimiento. Entre la fecha de hoy y la fecha de vencimiento del bono, la desviación estándar primero se incrementa y luego se reduce. La volatilidad, σ, utilizada en el modelo de Black será

$$\frac{\text{Desviación estándar del logaritmo del precio del bono al vencimiento de la opción}}{\sqrt{\text{Tiempo para vencimiento de la opción}}}$$

La Figura 18.2 muestra el comportamiento típico de σ en función de la vida de la opción. En general σ baja a medida que se incrementa la vida de la opción. Tiende también a ser una función creciente de la vida del bono subyacente cuando se fija la vida de la opción.

Volatilidades de rendimientos

Las volatilidades que se publican para opciones sobre bonos suelen ser volatilidades de rendimientos y no volatilidades de precios. El concepto de duración, presentado en el Capítulo 5,

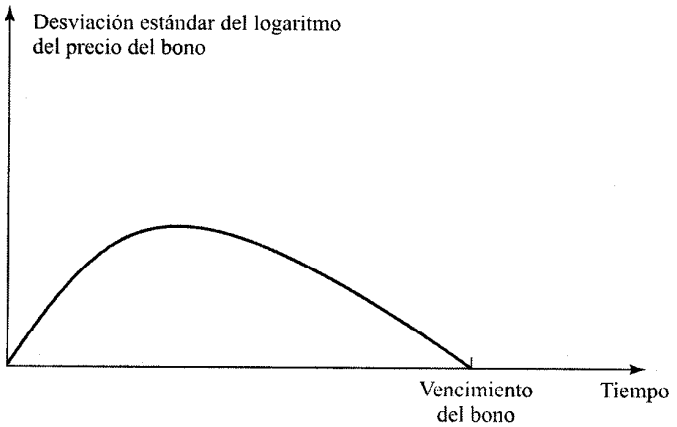


Figura 18.1. Desviación estándar del logaritmo del precio del bono en función del tiempo.

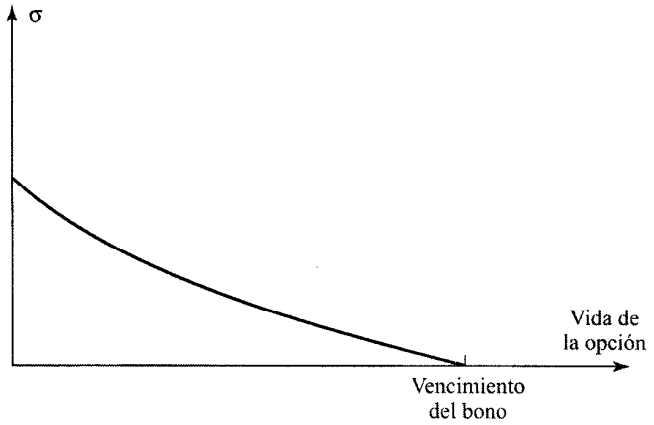


Figura 18.2. Variación de con la vida de la opción sobre el bono.

es usado por el mercado para convertir la volatilidad del rendimiento en volatilidad sobre el precio. Suponga que D es la duración modificada del bono subyacente a la opción en la fecha del vencimiento de la opción, tal como se definió en el Capítulo 5. La relación entre el cambio en el precio a plazo del bono, F, y su rendimiento, y_F, al vencimiento de la opción es

$$\frac{\delta F}{F} \approx -D\delta y_F$$

o

$$\frac{\delta F}{F} \approx -Dy_F \frac{\delta y_F}{y_F}$$

La volatilidad es una medida de la desviación estándar del cambio porcentual en el valor de una variable. Esta ecuación sugiere, por tanto, que la volatilidad del precio del bono a plazo, σ, usado en el modelo de Black, puede relacionarse aproximadamente con la volatilidad del rendimiento del bono a plazo σ_y, a través de

$$\sigma = Dy_0\sigma_y \qquad \textbf{(18.6)}$$

donde y_0 es el valor inicial de y_F. Cuando se publica una volatilidad del rendimiento para una opción sobre un bono, el supuesto implícito que se suele hacer es que se convertirá en volatilidad de precio usando la Ecuación (18.6), y que esta volatilidad será usada entonces junto con la Ecuación (18.1) o (18.2) para obtener un precio. Suponga que el bono subyacente a la opción de compra tuviese una duración modificada de cinco años al vencimiento de la opción, el rendimiento a plazo es del 8 por ciento y la volatilidad del rendimiento a plazo registrada por un intermediario es del 20 por ciento. Esto quiere decir que el precio de mercado de la opción correspondiente a la cotización del intermediario es el precio que nos da la Ecuación (18.1) cuando la volatilidad, σ, es

$$5 \times 0{,}08 \times 0{,}2 = 0{,}08$$

o el 8 por ciento anual.

La hoja de cálculo 'Bond_Options' del software DerivaGem que acompaña este libro puede utilizarse para valorar opciones europeas sobre bonos usando el modelo de Black a través de la selección 'Black_European' como 'Pricing Model' dentro del menú correspondiente. El usuario introduce una volatilidad de rendimiento, que se utiliza de la forma que acabamos de describir. El precio de ejercicio puede ser el precio efectivo o el precio de cotización.

Ejemplo

Considere una opción Europea de venta sobre un bono a diez años con un valor nominal de 100. El cupón es del 8 por ciento anual pagadero semestralmente. La vida de la opción es de 2,25 años y el precio de ejercicio de la opción es 115. La volatilidad del rendimiento a plazo es del 20 por ciento. La curva de rendimientos cupón cero es plana al 5 por ciento con composición continua. El software DerivaGem muestra que el precio de cotización del bono es 122,055. El precio de la opción cuando el precio de ejercicio es un precio publicado es de 2,613. Cuando el precio de ejercicio es un precio en efectivo, el precio de la opción es 1,938 dólares. (Nótese que los precios obtenidos mediante DerivaGem pueden no coincidir exactamente con los precios calculados manualmente porque DerivaGem supone 365 días por año y redondea el tiempo al número entero más cercano en días.)

18.5. CAPS DE TIPOS DE INTERÉS

Un tipo de opciones muy populares *over-the-counter* sobre tipos de interés ofrecidas por las instituciones financieras son los *cap de tipos de interés*. Los caps de tipos de interés pueden entenderse mejor considerando en primer lugar un bono de interés variable para el que el tipo de interés se fija periódicamente igual al LIBOR. El período entre reajustes se denomina *tenor*. Suponga que el tenor es de tres meses. El tipo de interés sobre el bono para los primeros tres meses es el LIBOR inicial a tres meses; el tipo de interés para los siguientes tres meses se fija igual al LIBOR a tres meses vigente en el mercado en un plazo de tres meses, y así sucesivamente.

Los caps de tipos de interés se diseñan para proporcionar un seguro contra una subida del tipo del bono variable por encima de cierto nivel. A este nivel se le llama tipo *cap*. La operativa de un cap se ilustra de forma esquemática en la Figura 18.3. Suponga que el principal es de 10 millones de dólares, la vida del cap de cinco años y el tipo cap es del 8 por ciento. (Dado que el *tenor* es tres meses, este tipo cap se expresa compuesto trimestral.) Suponga que en una determinada fecha de ajuste el tipo de interés LIBOR a tres meses es del 9 por ciento.

El tipo de interés variable requeriría pagar

$$0{,}25 \times 0{,}09 \times 10.000.000 \text{ dólares} = 225.000 \text{ dólares}$$

de intereses tres meses más tarde. Con un tipo LIBOR a tres meses del 8 por ciento, los pagos de intereses serían

$$0{,}25 \times 0{,}08 \times 10.000.000 \text{ dólares} = 200.000 \text{ dólares}$$

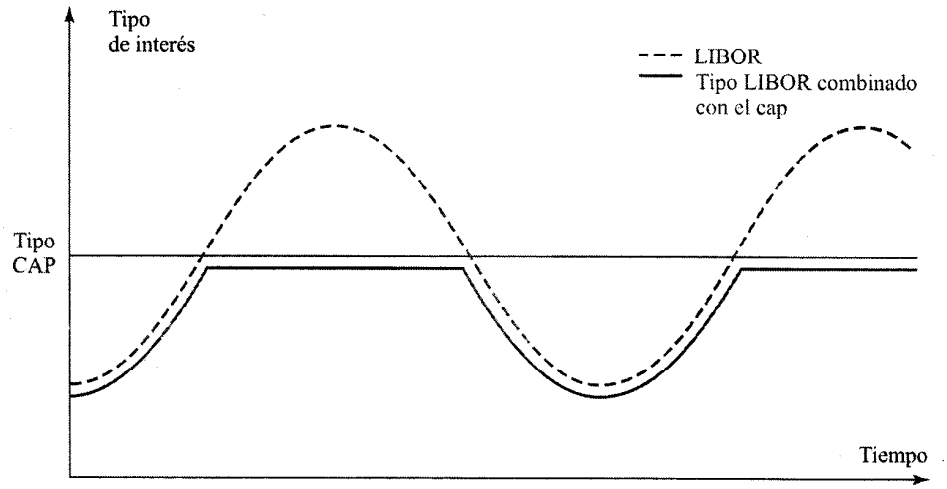


Figura 18.3. Efecto de un cap que protege un seguro contra subidas del LIBOR por encima del tipo cap.

Tabla 18.1. Uso de un cap de tipo de interés.

Fuente: Mesa del operador

Una compañía que acepta un préstamo a tipo variable a cinco años está preocupada por los posibles incrementos en los tipos de interés. El tipo sobre el préstamo es un LIBOR a tres meses más 30 puntos básicos. La empresa desea protegerse contra la subida por encima del 8,3 por ciento anual en cualquiera de los 19 días de reajuste.

La estrategia

La empresa compra a una institución financiera un cap de tipos de interés a cinco años con un tipo cap del 8 por ciento anual y 10 millones de dólares de principal. El cap de tipo de interés garantiza que siempre que el LIBOR a tres meses esté por encima del 8 por ciento anual en la fecha de ajuste, la institución financiera pagará la diferencia entre el LIBOR a tres meses y el 8 por ciento anual. El cap puede verse como una cartera de 19 opciones de compra sobre el tipo LIBOR a tres meses.

El cap, por tanto, provee un pago de 25.000 dólares (= 225.000 − 200.000).[3] Nótese que el pago no ocurre en la fecha de reajuste que es cuando se observa el 9 por ciento. Ocurre tres meses más tarde. Esto refleja la demora usual entre un tipo de interés observado y el correspondiente pago requerido.

Si una empresa obtiene un préstamo a tipo de interés variable por el que el tipo de interés depende del LIBOR, puede usarse un cap para limitar el interés pagado. Por ejemplo, si el tipo variable sobre un préstamo fuese el LIBOR más 30 puntos básicos y el préstamo fuese por cinco años, el cap que acabamos de considerar asegurará que el tipo pagado nunca superará el 8,3 por ciento. En cada fecha de reajuste durante la vigencia del cap observamos el LIBOR. Si

[3] Estos cálculos suponen que va a haber exactamente un trimestre entre dos fechas de ajuste. En la práctica, los cálculos toman en cuenta el número exacto de días entre fechas de reajuste usando una u otra convención específica para la contabilización de días.

el LIBOR fuese inferior al 8 por ciento, no habría ningún pago procedente del cap tres meses más tarde. Si el LIBOR fuese mayor del 8 por ciento, el pago sería una cuarta parte del exceso aplicado al principal de 10 millones de dólares. Nótese que los caps normalmente se definen de forma que el tipo LIBOR inicial, incluso de ser superior al tipo cap, no suponga un pago en la primera fecha de ajuste. En nuestro ejemplo el cap dura cinco años. Hay por tanto, un total de 19 fechas de ajuste (en los momentos 0,25; 0,50; 0,75; ...; 4,75 años) y 19 pagos potenciales procedentes de los caps (en los momentos 0,5; 0,75; 1,00; ...; 5,00 años). Este ejemplo se resume en la Tabla 18.1.

El cap como cartera de opciones sobre tipo de interés

Consideremos un cap con un principal de L unidades monetarias, y un tipo cap R_X. Suponga que las fechas de ajuste son $t_1, t_2, ..., t_n$ y las correspondientes fechas de pagos son $t_2, t_3, ..., t_{n+1}$. Definimos R_k como el tipo de interés para el período de tiempo entre t_k y t_{k+1} observado en el momento $t_k (1 \leq k \leq n)$.

El cap produce un pago en el momento t_{k+1} de

$$L\delta_k \max(R_k - R_X, 0) \tag{18.7}$$

donde $\delta_k = t_{k+1} - t_k$.[4]

La Ecuación (18.7) es una opción de compra sobre el tipo LIBOR observado en el momento t_k con su pago en el momento t_{k+1}. El cap es una cartera de n opciones de compra de estas características. A estas opciones se las llama *caplets*.

Floors y collars

Los *floors* (suelos) y los *collars* (a menudo llamados acuerdos suelo-techo) se definen de forma análoga a los caps. Un *floor* genera un pago cuando el tipo de interés sobre el bono subyacente a tipo variable cae por debajo de cierto nivel. Con la notación que ya hemos utilizado, un floor produce un pago en el momento $t_{k+1} (k = 1, 2, ..., n)$ de

$$L\delta_k \max(R_X - R_k, 0)$$

De forma análoga a un cap de tipo de interés, un floor de tipo de interés es una cartera de opciones de venta sobre tipos de interés. A cada una de las opciones individuales incluidas en un floor se la denomina *floorlet*. Un *collar* es un instrumento diseñado para garantizar que el tipo de interés del bono a tipo variable subyacente esté siempre entre dos límites dados. Un collar es una combinación de una posición larga en un cap y una posición corta en un floor. Normalmente se construye de forma que el precio del cap es inicialmente igual al precio del floor. El coste de entrar en el collar es, por tanto, cero.

[4] En esta ecuación tanto R_k como R_X se expresan con una frecuencia de composición igual a la frecuencia de reajustes. Se supone también que están medidas conforme a la convención de días actual/actual. En los Estados Unidos el LIBOR se publica sobre la convención de días actual/360. Para la Ecuación (18.7) y otras ecuaciones en este capítulo, suponemos que las cotizaciones se han multiplicado por 365/360 o 366/360 para convertirlas en la convención actual/actual.

Se cumple entonces la ecuación fundamental (*paridad put-call*) entre los precios de caps y floors. Es decir:

precio del cap = precio del floor + valor del swap

En esta relación, el cap y el floor tienen el mismo precio de ejercicio, R_X. El swap es un acuerdo para recibir un tipo variable y pagar un tipo fijo R_X sin intercambio de pagos en la primera fecha de ajuste.[5] Los tres instrumentos tienen el mismo vencimiento y la misma frecuencia de pagos. Puede comprobarse este resultado a través del hecho de que una posición larga en el cap combinada con una posición corta en el floor genera los mismos flujos de caja que el swap.

Valoración de *caps* y *floors*

Como mostramos en la Ecuación (18.7), el caplet correspondiente al tipo observado en el momento t_k genera un pago en el momento t_{k+1} de

$$L\delta_k \max(R_k - R_X, 0)$$

Si el tipo R_k se asume lognormal con volatilidad σ_k, la Ecuación (18.3) nos dará el valor del caplet como

$$L\delta_k e^{-r_{k+1}t_{k+1}}[F_k N(d_1) - R_X N(d_2)] \tag{18.8}$$

donde r_{k+1} es la tasa compuesta continua para un vencimiento t_{k+1}.

$$d_1 = \frac{\ln(F_k/R_X) + \sigma_k^2 t_k/2}{\sigma_k\sqrt{t_k}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_k/R_X) - \sigma_k^2 t_k/2}{\sigma_k\sqrt{t_k}} = d_1 - \sigma_k\sqrt{t_k}$$

y F_k es el tipo a plazo para el período de tiempo entre las fechas t_k y t_{k+1}. El valor del correspondiente *floorlet* es, por la Ecuación (18.4),

$$L\delta_k e^{-r_{k+1}t_{k+1}}[R_X N(-d_2) - F_k N(-d_1)] \tag{18.9}$$

Nótese que R_X y F_k están expresados compuestos continuos con frecuencia igual a la frecuencia de ajustes en estas ecuaciones.

Ejemplo

Consideremos un contrato que fija un límite cap al tipo de interés sobre un préstamo de 10.000 dólares al 8 por ciento anual (compuesto trimestral) durante tres meses y que se

[5] Nótese que los swaps se estructuran normalmente de forma que el tipo en el momento cero determina un intercambio de pagos en la primera fecha de ajuste. Como se indicó previamente, los caps y floors se estructuran normalmente de forma que no hay pagos en la primera fecha de ajuste. Esta diferencia explica por qué hemos excluido del swap el primer intercambio de pagos.

inicia dentro de un año. Esto es un caplet y podría ser un elemento de un cap. Suponga que la curva cupón cero es plana al 7 por ciento anual (compuesto trimestralmente) y la volatilidad del caplet a tres meses es del 20 por ciento anual. El tipo de interés compuesto continuo cupón cero para todos los vencimientos es 6,9394 por ciento. En la Ecuación (18.8), $F_k = 0{,}07$; $\delta_k = 0{,}25$; $L = 10.000$; $R_k = 0{,}08$; $r_{k+1} = 0{,}069394$; $\sigma_k = 0{,}20$; $t_k = 1{,}0$; $t_{k+1} = 1{,}25$. También

$$d_1 = \frac{\ln(0{,}07/0{,}08) + 0{,}2^2 \times 1/2}{0{,}2 \times 1} = -0{,}5677$$

$$d_2 = d_1 - 0{,}20 = -0{,}7677$$

por lo que el precio del caplet será

$$0{,}25 \times 10.000 \times e^{-0{,}069394 \times 1{,}25}[0{,}07N(-0{,}5677) - 0{,}08N(-0{,}7677)] = 5{,}162 \text{ dólares}$$

(Nótese que DerivaGem nos da 5.146 dólares como precio de este caplet. Esto ocurre porque el software supone 365 días por año y redondea el tiempo al número entero más cercano de días.)

Cada caplet de un cap debe valorarse separadamente usando la Ecuación (18.8). Una aproximación consiste en utilizar una volatilidad diferente para cada caplet. Las volatilidades se denominan entonces *volatilidades al contado*.[6] Un enfoque alternativo consiste en usar la misma volatilidad para todos los caplets comprendidos en un cap particular, aunque variando la volatilidad con la vida del cap. Las volatilidades que usamos en ese caso se denominan *volatilidades planas*. Las volatilidades que se publican en el mercado normalmente son volatilidades planas. Sin embargo muchos operadores prefieren trabajar con volatilidades al contado porque les permite identificar caplets y floorlets sobrevalorados e infravalorados. Las opciones sobre futuros en eurodólares que se negocian en el 'Chicago Mercantile Exchange' son similares a los caplets. Las volatilidades al contado implícitas para caplets sobre el LIBOR a tres meses se suelen comparar con las calculadas a partir de los precios de opciones sobre futuros de eurodólares.

La Figura 18.4 muestra el comportamiento típico de las volatilidades al contado y las volatilidades planas como función del vencimiento. (En el caso de volatilidades al contado, el vencimiento es el vencimiento del caplet; en el caso de volatilidad plana, es el vencimiento de un cap.) Las volatilidades planas son similares a los promedios acumulados de volatilidades al contado y, por lo tanto, muestran menor variabilidad. Como se indica en la Figura 18.4, normalmente observamos una 'joroba' (*hump*) en las volatilidades en torno al año segundo o tercero. Este hecho se observa tanto cuando las volatilidades se obtienen implícitamente de los precios de las opciones como cuando se calculan a partir de datos históricos. No hay un acuerdo general sobre la razón de la existencia de la joroba. Una posible explicación es la que sigue: los tipos en el corto plazo de la curva cupón cero están controlados por los bancos centrales. En contraste, los tipos de interés a dos y tres años están determinados en gran medida por las actividades de los operadores. Estos operadores pueden sobre-reaccionar a los cambios observados a corto plazo y causar que la volatilidad de estos cambios sea mayor que la volati-

[6] En ocasiones se utiliza también el término volatilidades a plazo (*forward volatilities*) para denominar a estas volatilidades.

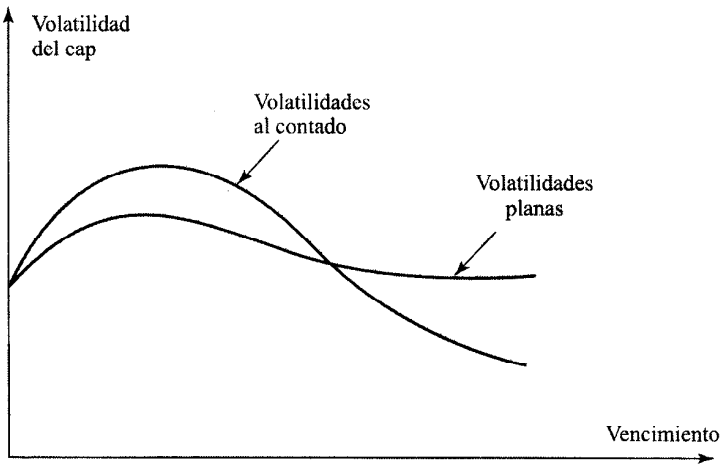


Figura 18.4. Gráfico de volatilidad.

Tabla 18.2. Cotizaciones típicas de volatilidad para caps y floors en dólares USA (porcentaje por año).

Vida	Cap demandado	Cap ofrecido	Floor demandado	Floor ofrecido
1 año	18,00	20,00	18,00	20,00
2 años	23,25	24,25	23,75	24,75
3 años	24,00	25,00	24,50	25,50
4 años	23,75	24,75	24,25	25,25
5 años	23,50	24,50	24,00	25,00
7 años	21,75	22,75	22,00	23,00
10 años	20,00	21,00	20,25	21,25

lidad de los tipos a corto plazo. Para vencimientos superiores a dos o tres años, la reversión a la media de los tipos de interés, que será comentada más adelante en este capítulo, causará una reducción en las volatilidades.

Los intermediarios pueden suministrarnos tablas de volatilidades implícitas planas para caps y floors. Los instrumentos subyacentes a las cotizaciones están normalmente «a dinero». Esto significa que el tipo cap/floor iguala al tipo swap para un swap que tenga las mismas fechas de pagos que el cap. La Tabla 18.2 muestra las cotizaciones típicas de un intermediario para el mercado del dólar de los EEUU. El tenor del cap es de tres meses y la vigencia del cap varía de 1 a 10 años. Las volatilidades son volatilidades planas y no volatilidades al contado. Los datos muestran la joroba que aparece en la Figura 18.4.

Uso de DerivaGem

El software DerivaGem que acompaña a este libro puede usarse para valorar caps y floors sobre tipos de interés usando el modelo de Black. En la hoja de cálculo Cap_and_Swap_Option seleccione Cap/Floor como tipo subyacente y Black-European como Modelo de Valoración (Pricing Model en el menú). La curva cupón cero se introduce utilizando composición

continua. Los datos que se introducen incluyen la fecha inicial y final del período cubierto por el cap, la volatilidad plana y la frecuencia de ajustes del cap (es decir, el tenor). El software calcula las fechas de pago moviéndonos hacia atrás desde el del cap hasta el principio. Se supone que el caplet/floorlet inicial cubre un período de duración entre 0,5 y 1,5 veces un período regular. Suponga, por ejemplo, que el período cubierto por el cap fuese de 1,2 a 2,8 años y que la frecuencia de ajuste fuese trimestral. Habría seis caplets cubriendo los períodos 2,55 a 2,80 años, 2,30 a 2,55 años, 2,05 a 2,30 años, 1,80 a 2,05 años, 1,55 a 1,80 años, y 1,20 a 1,55 años.

18.6. OPCIONES EUROPEAS SOBRE SWAPS

Las opciones sobre swaps, o *swaptions*, son opciones sobre swaps de tipos de interés y son otras de las opciones sobre tipos de interés cuya utilización y popularidad están en aumento. Estás opciones dan a su propietario el derecho a entrar en un cierto swap de tipos de interés en un determinado momento futuro. (El propietario no está obligado a ejercer este derecho.) Muchas de las grandes instituciones financieras que ofrecen contratos de swap sobre tipos de interés a sus clientes corporativos también están preparadas para venderles o comprarles este tipo de opciones.

Para dar un ejemplo de cómo puede utilizarse esta opción, consideremos una compañía que sabe que firmará un préstamo a cinco años a un tipo variable dentro de seis meses y sabe que deseará intercambiar los pagos de interés variable por pagos de interés fijo en vez de convertir el préstamo a uno a tipo fijo. (Véase en el Capítulo 6 cómo pueden utilizarse los swaps en este sentido.) La compañía podría firmar una swaption a un cierto coste y obtener el derecho a intercambiar los pagos de interés variable por un cierto pago de interés fijo, digamos, el 6 por ciento anual, para un período de cinco años que empezaría dentro de seis meses. Si el tipo fijo sobre un swap regular a cinco años dentro de seis meses resulta ser menor que el 6 por ciento anual, la compañía elegirá no ejercer la opción y firmará un swap de la manera habitual. Sin embargo, si resulta ser superior al 6 por ciento anual, la compañía elegirá ejercer la opción y obtendrá un swap en unas condiciones más favorables que las disponibles en el mercado. Este ejemplo está sintetizado en la Tabla 18.3.

Tabla 18.3. Uso de una swapción.

Fuente: Mesa del operador

Una compañía sabe que firmará un contrato de préstamo a tipo variable a cinco años dentro de seis meses y planea intercambiar los pagos a interés variable por pagos a interés fijo. Le gustaría asegurar que los pagos a interés fijo no van a ser más del 6 por ciento anual.

La estrategia

La compañía compra una swaption. Esta opción da el derecho (pero no la obligación) a intercambiar los pagos a interés variable por pagos a interés fijo del 6 por ciento anual durante un período de cinco años que empieza dentro de seis meses. Si el tipo fijo sobre un swap regular a cinco años dentro de seis meses resulta ser superior al 6 por ciento la compañía ejercerá la opción; bajo otras circunstancias, elegirá negociar un swap reflejando los tipos de interés del mercado.

Cuando se usan de la forma que acabamos de describir, estas opciones generan una cierta protección contra subidas en tipos de interés a las empresas que planean tomar dinero prestado. Constituyen una alternativa a los swaps a plazo (algunas veces llamados *deferred swaps*). Este último no implica costes de entrada pero tiene la desventaja de que obliga a la compañía a firmar cierto acuerdo de swap. Con una swaption la compañía puede beneficiarse de los movimientos favorables del tipo de interés mientras adquiere protección contra los movimientos desfavorables. La diferencia entre una swaption y un swap a plazo es análoga a la diferencia entre una opción sobre divisas y un contrato a plazo sobre divisas.

Relación con las opciones sobre bonos

Como dijimos en el Capítulo 6 un swap de tipos de interés puede considerarse como un acuerdo de intercambio de un bono a tipo fijo por un bono a tipo variable. Al inicio del swap el valor del bono a tipo variable siempre es igual a la cantidad de principal del swap. Una swaption, por lo tanto, puede considerarse como una opción para intercambiar un bono a tipo fijo por la cantidad de principal del swap. Si una swaption da a su propietario el derecho a pagar fijo y recibir variable, es una opción de venta sobre un bono de tipo fijo con un precio de ejercicio igual al principal. Si una swaption da a su propietario el derecho a pagar variable y recibir fijo, es una opción de compra sobre el bono a tipo fijo con un precio de ejercicio igual al principal.

Valoración de swaptions europeas

Como explicamos en el Capítulo 6, el *tipo swap* para un cierto vencimiento en un momento determinado es el tipo fijo que se intercambiaría por el LIBOR en un swap de nueva emisión con ese vencimiento. El modelo con el que se suelen valorar opciones Europeas sobre swaps supone que el tipo swap relevante al vencimiento de la opción sigue una distribución lognormal. Consideremos una swaption donde tenemos el derecho a pagar un tipo R_X y recibir el LIBOR sobre un swap que durará n años con inicio dentro de T años. Suponemos que se dan m pagos por año durante el swap y que el principal es L.

Suponga que el tipo swap para un swap a n años fuese, al vencimiento de la opción sobre el swap, R. (Tanto R como R_X se expresan compuestos con frecuencia de m veces por año.) Comparando los flujos de caja cuando el tipo fijo es R con los flujos de caja cuando el tipo fijo es R_X, vemos que los pagos generados por esta opción consisten en una serie de flujos de caja iguales a

$$\frac{L}{m}\max(R - R_X, 0)$$

Los flujos de caja se reciben m veces por año para los n años de vida del swap. Suponga que las fechas de pagos fuesen $t_1, t_2, \ldots, t_{mn}$, medidas en años a partir de hoy. (Es aproximadamente cierto que $t_i = T + i/m$). Cada flujo de caja es el pago de una opción de compra sobre R con precio de ejercicio R_X.

Utilizando la Ecuación (18.3), el valor del flujo de caja recibido en el momento t_i es

$$\frac{L}{m}e^{-r_i t_i}[F_0 N(d_1) - R_X N(d_2)]$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln(F_0/R_X) + \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0/R_X) - \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

F_0 es el tipo del swap a plazo y r_i es el tipo cupón cero compuesto continuo para un vencimiento t_i.

El valor total de la opción es

$$\sum_{i=1}^{mn} \frac{L}{VM} e^{-r_i t_i}[F_0 N(d_1) - R_X N(d_2)$$

Si definimos A como el valor de un contrato que pagase $1/m$ en los momentos $t_i (1 \leqslant i \leqslant mn)$ de forma que

$$A = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{mn} e^{-r_i t_i}$$

El valor de la opción resulta ser

$$LA[F_0 N(d_1) - R_X N(d_2)] \qquad \textbf{(18.10)}$$

Si esta opción otorga a su propietario el derecho a recibir un tipo fijo R_X en lugar de pagarlo, el pago de la opción será

$$\frac{L}{m} \max(R_X - R, 0)$$

Esto es una opción de venta sobre R. Igual que antes, los pagos se reciben en los momentos $t_i (1 \leqslant i \leqslant mn)$. La Ecuación (18.4) nos dirá que el valor de la swapción es

$$LA[R_X N(-d_2) - F_0 N(-d_1)] \qquad \textbf{(18.11)}$$

El software DerivaGem nos proporciona una implementación de las Ecuaciones (18.10) y (18.11). En la hoja de cálculo Cap_and_Swap_Options seleccione *Swap Option* como *Underlying Type* y *Black European* como *Pricing Model.*

Ejemplo

Suponga que la curva LIBOR de tipos de interés es plana al 6 por ciento anual con composición continua. Considere una swaption que diese a su propietario el derecho a pagar un 6,2 por ciento en un swap a tres años comenzando dentro de cinco años. La volatilidad para el tipo del swap es del 20 por ciento. Los pagos se hacen de forma semestral y el principal es de 100 dólares. En este caso

$$A = \tfrac{1}{2}(e^{-0{,}06\times 5{,}5} + e^{-0{,}06\times 6} + e^{-0{,}06\times 6{,}5} + e^{-0{,}06\times 7} + e^{-0{,}06\times 7{,}5} + e^{-0{,}06\times 8}) = 2{,}0035$$

Un tipo del 6 por ciento anual compuesto continuo se traduce en un 6,09 por ciento con composición semestral. Resulta en este ejemplo que $F_0 = 0{,}0609$; $R_X = 0{,}062$; $T = 5$, y $\sigma = 0{,}2$; de forma que

$$d_1 = \frac{\ln(0{,}0609/0{,}062) + 0{,}2^2 \times 5/2}{0{,}2\sqrt{5}} = 0{,}1836$$

$$d_2 = d_1 - 0{,}2\sqrt{5} = -0{,}2636$$

A través de la Ecuación (18.10) deducimos que el precio de la swaption es

$$100 \times 2{,}0035[0{,}0609 \times N(0{,}1836) - 0{,}062 \times N(-0{,}2636)] = 2{,}07$$

o 2,07 dólares. (Este resultado concuerda con el precio obtenido con DerivaGem.)

Los intermediarios nos proporcionan tablas de volatilidades implícitas para opciones Europeas sobre swaps. Los instrumentos subyacentes para los valores publicados están normalmente «a dinero». Esto significa que el tipo de ejercicio para el swap iguala al tipo a plazo. La Tabla 18.4 nos muestra los valores típicos publicados por los intermediarios para el mercado del dólar en los EEUU. El tenor de los swaps subyacentes (es decir, la frecuencia de reajustes para el tipo variable) es de seis meses. La vida de la opción se muestra en la escala vertical. Ésta va de un mes a cinco años. La vida del swap subyacente al vencimiento de la opción se muestra en la escala horizontal. Ésta va de 1 a 10 años. Las volatilidades en la columna que está más a la izquierda corresponden a instrumentos similares a los caps y exhiben la joroba de la que hablamos con anterioridad. A medida que nos movemos hacia las columnas a las que corresponden opciones sobre swaps de mayor duración, la joroba persiste pero resulta menos pronunciado.

Tabla 18.4. Volatilidades típicas (*mid market* en tanto por ciento anual) para opciones Europeas sobre swaps publicadas por los intermediarios de EEUU.

Final	Duración del swap						
	1 año	2 años	3 años	4 años	5 años	7 años	10 años
1 mes	17,75	17,75	17,75	17,50	17,00	17,00	16,00
3 meses	19,50	19,00	19,00	18,00	17,50	17,00	16,00
6 meses	20,00	20,00	19,25	18,50	18,75	17,75	16,75
1 año	22,50	21,75	20,50	20,00	19,50	18,25	16,75
2 años	22,00	22,00	20,75	19,50	19,75	18,25	16,75
3 años	21,50	21,00	20,00	19,25	19,00	17,75	16,50
4 años	20,75	20,25	19,25	18,50	18,25	17,50	16,00
5 años	20,00	19,50	18,50	17,75	17,50	17,00	15,50

18.7. MODELOS DE ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

El modelo de valoraciones de opciones Europeas sobre bonos que hemos presentado supone que el precio de los bonos en determinado momento del futuro se distribuirá de forma lognormal. El modelo de la valoración de caps supone que los tipos de interés a plazo se distribuyen de forma lognormal; el modelo de valoración de opciones Europeas sobre swaps supone que los tipos swap en cierto momento futuro se distribuyen de forma lognormal. Estos supuestos no son consistentes entre sí. Esto dificulta a los operadores la comparación entre las maneras en el mercado valora diferentes tipos de instrumentos.

Otro problema de los modelos es que es difícil extenderlos para valorar instrumentos diferentes de aquéllos para los que fueron diseñados. Por ejemplo, el modelo de Black para valorar una opción Europea sobre un bono no puede extenderse fácilmente para valorar opciones Americanas sobre bonos. Un planteamiento más sofisticado para valorar derivados sobre tipos de interés implica construir lo que se conoce como un *modelo de estructura temporal de tipos de interés*. Éste es un modelo que describe el comportamiento probabilístico de la estructura temporal de tipos de interés a lo largo del tiempo. El modelo de estructura temporal de tipos de interés es más complicado que los modelos utilizados para describir los movimientos del precio de unas acciones o el tipo de cambio de una divisa. Esto es porque considera los movimientos a lo largo de toda la curva —no los cambios de una sola variable. Con el paso del tiempo, los tipos de interés individuales no varían necesariamente en un mismo valor, por lo que la forma de la curva puede cambiar.

Está fuera del alcance de este libro el proporcionar una descripción completa de cómo se construyen los modelos de estructura temporal de tipos de interés. Resulta sin embargo interesante resaltar una propiedad de los tipos de interés que los distingue del precio de una acción o un tipo de cambio —de hecho, el precio de cualquier activo de inversión. El tipo de interés de corto plazo (digamos el tipo a tres meses) presenta la propiedad conocida como *reversión a la media*. Presenta una tendencia a acercarse a cierto nivel promedio a largo plazo. Cuando el tipo de interés a corto plazo es muy elevado, tiende a bajar; cuando es muy bajo tiende a aumentar. Por ejemplo, si el tipo de interés a tres meses en los EEUU alcanzase el 15 por ciento, sería más probable una bajada que una subida; si alcanzase el 2 por ciento, sería más probable una subida que una bajada. Esto se ilustra en la Figura 18.5.

Si el precio de las acciones mostrase reversión a la media, habría una estrategia obvia a seguir en su negociación: comprar las acciones cuando estén en su mínimo histórico y venderlas cuando lleguen a su máximo histórico. La reversión a la media de tipos de interés a tres meses no nos sugiere una estrategia similar de negociación. Esto ocurre porque el tipo de interés no es el precio de un activo que pueda ser negociado. No hay instrumento alguno de negociación cuyo precio sea siempre igual al tipo de interés a tres meses.

18.8. RESUMEN

Las opciones sobre tipos de interés surgen en la práctica de muchas maneras diferentes. Por ejemplo, opciones sobre contratos de futuros sobre bonos del Tesoro, contratos de futuros sobre Letras del Tesoro, y contratos de futuros sobre eurodólares se negocian activamente negociados en los mercados. Muchos bonos negociados incluyen algún tipo de opción. Los

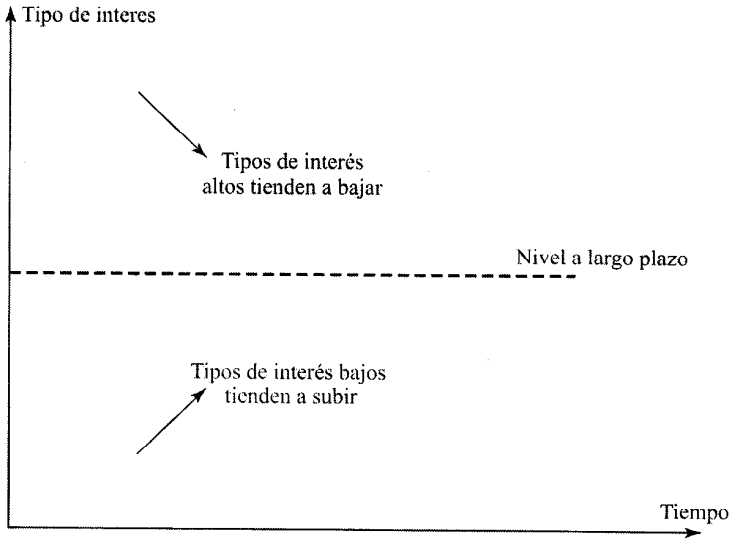


Figura 18.5. Reversión a la media.

instrumentos de préstamo y de depósito ofrecidos por instituciones financieras a menudo contienen opciones hidden.

Los bonos sobre opciones, caps y floors de tipos de interés y opciones sobre swaps son tres instrumentos *over-the-counter* muy utilizados. Una opción sobre un bono es una opción para la compra o venta de un bono concreto. Un cap (o floor) sobre tipo de interés nos proporciona un pago cuando el tipo de interés variable sube por encima o baja por debajo del tipo de interés de ejercicio. Una opción sobre un swap es una opción para entrar en un swap, donde se intercambiará un tipo fijo específico por variable en una fecha concreta en el futuro. El modelo de Black es el modelo usado por el mercado para valorar estos instrumentos. En el caso de opciones sobre bonos, se supone que la distribución de probabilidad del bono subyacente es lognormal. En el caso de caps y floors, los tipos de interés subyacentes se suponen lognormales. En el caso de opciones sobre swaps, el tipo swap subyacente se supone lognormal.

Lecturas recomendadas

Black, F., «The Pricing of Commodity Contracts», *Journal of Financial Economics* 3 (1976): 167-79

Black, F., E. Derman, y W. Toy, «A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options», *Financial Analysts Journal* (enero-febrero 1990): 33-39

Black, F. y P. Karasinski, «Bond and Option Pricing When Short Rates Are Lognormal», *Financial Analysts Journal* (julio-agosto 1991): 52-59

Cox, J. C., J. E. Ingersoll, y S. A. Ross, «A Theory of the Term Structure of Interest Rates», *Econometrica* 53 (1985): 385-407

Heath, D. R. Jarrow, y A. Morton, «Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology», *Econometrica* 60 (1992): 77-105

Heath, D., R. Jarrow, A. Morton, y M. Spindel, «Easier Done Than Said», *RISK* (mayo 1993): 77-80

Ho, T. S. Y., y S.-B. Lee, «Term Structure Movements and Pricing Interest-Rate Contingent Claims», *Journal of Finance* 41 (diciembre 1986): 1011-29

Hull, J. C., *Options, Futures, and Other Derivatives*, 4.ª ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2000

Hull, J. C., y A. White, «Pricing Interest Rate Derivative Securities», *The Review of Financial Studies* 3(4) (1990): 573-92

Hull, J. C., y A. White, «Using Hull-White Interest Rate Trees», *Journal of Derivatives* (primavera 1996): 26-36

James, J. y N. Webber, *Interest Rate Modelling* Chichester, UK: John Wiley e hijos, 2000

Rebonato, R., *Interest Rate Option Models*. New York: John Wiley e hijos, 1996

Vasicek, O. A., «An Equilibrium Characterization of the Term Structure», *Journal of Financial Economics* 5 (1977): 177-88

Test (respuestas al final del libro)

18.1. Una compañía entra en un cap sobre el LIBOR a tres meses, con un tipo cap del 10 por ciento anual. El principal es 20 millones de dólares. En una fecha de ajuste el LIBOR a tres meses es del 12 por ciento anual. ¿Qué pago debería realizarse bajo el contrato cap? ¿Cuándo se realizaría el pago?

18.2. Explique las características de (a) un bono con opción de recompra (b) un bono con opción de reventa.

18.3. Explique por qué una swaption puede considerarse como un tipo de opción sobre bonos.

18.4. Utilice el modelo de Black para valorar una opción Europea de venta a un año sobre un bono a diez años. Suponga que el valor actual del bono es 125 dólares, el precio de ejercicio es 110 dólares, el tipo de interés a un año es del 10 por ciento anual, la volatilidad del precio del bono del 8 por ciento anual, y el valor actual de los cupones que se pagarán durante la vida del la opción es 10 dólares.

18.5. Suponga que la curva de rendimientos LIBOR es plana al 8 por ciento con composición anual. Una swaption da a su propietario el derecho a recibir un 7,6 por ciento en un swap a cinco años que se inicia dentro de cuatro. Los pagos se realizan de forma anual. La volatilidad del tipo swap es del 25 por ciento anual y el principal es de 1 millón de dólares. Use el modelo de Black para valorar esta opción.

18.6. Calcule el precio de una opción que fija un cap sobre el tipo a tres meses empezando dentro de 18 meses al 13 por ciento (con composición trimestral) y sobre un principal de 1.000 dólares. El tipo de interés a plazo relevante para el período en cuestión es del 12 por ciento anual (compuesto trimestral), el tipo de interés libre de riesgo a 21 meses (compuesto continuo) es del 11,5 por ciento anual, y la volatilidad del tipo a plazo es del 12 por ciento anual.

18.7. ¿Cuáles son las ventajas de los modelos de estructura temporal de tipos de interés sobre el modelo de Black para valorar derivados sobre tipos de interés?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

18.8. Un banco utiliza el modelo de Black para valorar opciones Europeas sobre bonos. Suponga que una volatilidad implícita de precio para una opción a cinco años sobre un bono con vencimiento en 10 años se usa para valorar una opción a 9 años sobre el bono. ¿Esperaría que el precio resultante fuese muy alto o muy bajo? ¿Por qué?

18.9. Considere una opción de compra Europea a cuatro años sobre un bono que vence dentro de cinco años. El precio del bono a cinco años es 105 dólares, el precio de un bono a cuatro años con el mismo cupón que el bono de cinco años es de 102 dólares,

el precio de ejercico de la opción es de 100 dólares, el tipo de interés libre de riesgo es del 10 por ciento anual (compuesto continuo), y la volatilidad del precio a plazo del bono subyacente a la opción es del 2 por ciento anual. ¿Cuál es el valor actual del principal del bono a cuatro años? ¿Cuál es el valor actual de los cupones del bono a cuatro años? ¿Cuál es el precio a plazo del bono subyacente a la opción? ¿Cuál es el precio de la opción?

18.10. Si la volatilidad de los rendimientos para una opción de venta a cinco años sobre un bono con vencimiento en 10 años es igual al 22 por ciento, ¿cómo debería valorarse la opción? Suponga que, basándonos en los tipos de interés actuales, la duración modificada del bono al vencimiento de la opción será de 4,2 años y el rendimiento a plazo sobre el bono será del 7 por ciento.

18.11. Una empresa sabe que en tres meses deberá invertir 5 millones de dólares durante 90 días al tipo LIBOR menos 50 puntos básicos y desea asegurar que el tipo obtenido será al menos del 6,5 por ciento. ¿Qué posición tomará el banco en opciones sobre tipos de interés negociadas en mercados organizados?

18.12. Explique con detalle como usaría (a) volatilidades de contado (b) volatilidades planas para valorar un cap a cinco años.

18.13. ¿Qué otro instrumento es idéntico a un collar a cinco años de coste cero en el que el precio de ejercicio del cap iguala al precio de ejercicio del floor? ¿Cuál sería el precio de ejercicio común?

18.14. Suponga que los tipos cupón cero a 1 año, 2 años, 3 años, 4 años y 5 años son 6, 6,4, 6,7, 6,9 y 7 por ciento. El precio de un cap semestral a 5 años con un principal de 100 dólares con un tipo cap del 8 por ciento es 3 dólares. Use DerivaGem para determinar.

(a) La volatilidad plana a 5 años para caps y floors.
(b) El tipo floor en un collar de coste cero a 5 años cuando el tipo cap es del 8 por ciento.

18.15. Demuestre que $V_1 + f = V_2$ donde V_1 es el valor de una opción sobre un swap para el pago de un tipo fijo R_X y recibir el LIBOR entre las fechas T_1 y T_2, f es el valor de un swap a plazo para recibir un tipo swap a tipo fijo R_X y pagar el LIBOR entre las fechas T_1 y T_2, y V_2 es el valor de una opción swap para recibir un tipo fijo R entre las fechas T_1 y T_2. Deduzca que $V_1 = V_2$ cuando R_X iguala el tipo swap a plazo actual.

18.16. Explique por qué se da una oportunidad de arbitraje si la volatilidad (plana) implícita según el modelo de Black para un cap es diferente que para un floor. ¿Presentan las cotizaciones de los intermediarios de la Tabla 18.2 una oportunidad de arbitraje?

18.17. Suponga que los tipos cupón cero son como en el Problema 18.14. Use DerivaGem para determinar el precio de una opción a pagar un tipo fijo del 6 por ciento y recibir el LIBOR sobre un tipo swap a cinco años que comenzase dentro de uno. Suponga que el principal fuese de 100 millones de dólares, los pagos se intercambian semestralmente y la volatilidad del tipo swap es del 21 por ciento.

Preguntas de repaso

18.18. Consideremos una opción Europea de venta a ocho meses sobre un bono del Tesoro al que actualmente le faltan 14,25 años hasta el vencimiento. El principal del bono es 1.000 dólares. El precio actual del bono es 910 dólares, el precio de ejercicio es 900

dólares, y la volatilidad del precio del bono es del 10 por ciento anual. El bono pagará un cupón de 35 dólares dentro de tres meses. El tipo de interés libre de riesgo es del 8 por ciento para todos los vencimientos hasta un año. Utilice el modelo de Black para determinar el precio de la opción. Considere tanto el caso donde el precio de ejercicio es el precio de compra del bono como el caso donde corresponde al precio de cotización.

18.19. Calcule el precio de un cap sobre el tipo LIBOR a tres meses dentro de nueve meses para un principal de 1.000 dólares. Utilice el modelo de Black y la siguiente información:

Precio de futuros cotizado de eurodólares a nueve meses = 92
Volatilidad del tipo de interés implícita por una opción sobre eurodólares a nueve meses = 15 por ciento anual
Tipo de interés compuesto continuo actual a 12 meses = 7,5 por ciento anual
Tipo cap = 8 por ciento anual

18.20. Suponga que la curva de rendimientos del LIBOR fuese plana al 8 por ciento con composición anual. Una swaption da a su propietario el derecho a recibir 7,6 por ciento en un swap a cinco años que comienza dentro de cuatro. Los pagos se realizan anualmente. La volatilidad para el tipo swap es del 25 por ciento anual y el principal es de 1 millón de dólares. Use el modelo Black para valorar la swaption. Compare su respuesta con la obtenida con Deriva Gem.

18.21. Use el software DerivaGem para valorar un collar a cinco años que garantiza que los tipos de interés máximo y mínimo sobre un préstamo basado en el LIBOR (con ajustes trimestrales) son del 5 por ciento y el 7 por ciento respectivamente. La curva LIBOR cupón cero (compuesta continua) es actualmente plana al 6 por ciento. Use una volatilidad plana del 20 por ciento. Suponga que el principal es 100 dólares.

18.22. Use el software DerivaGem para valorar una opción Europea sobre un swap que le otorgase el derecho a entrar dentro de dos años en un swap a cinco años en el que usted paga un tipo fijo del 6 por ciento y recibe un tipo variable. Los flujos de caja se intercambian semestralmente bajo el swap. Los tipos de interés cupón cero a 1, 2, 5 y 10 años (compuestos continuos) son 5 por ciento, 6 por ciento, 6,5 por ciento y 7 por ciento respectivamente. Suponga un principal de 100 dólares y una volatilidad del 15 por ciento anual. Ofrezca un ejemplo de cómo podría usarse la opción sobre el swap por una corporación. ¿Qué opción sobre bonos es equivalente a la opción sobre el swap?

CAPÍTULO 19

Opciones exóticas y otros productos no estándar

Los derivados de los que hemos hablado en los primeros 18 capítulos de este libro son lo que hemos denominado *productos plain vanilla*. Éstos tienen propiedades estándar bien definidas y se negocian activamente. Sus precios o volatilidades implícitas son publicados por los mercados organizados o los intermediarios de forma regular. Uno de los aspectos más interesantes del mercado de derivados *over-the-counter* es el gran número de productos no-estándar (o exóticos) que han sido creados por la ingeniería financiera. Aunque suelen representar una parte relativamente pequeña de su cartera, estos productos exóticos son importantes para un banco de inversiones porque suelen ser mucho más rentables que los productos *plain vanilla*.

Los productos exóticos aparecen por un gran número de razones. En ocasiones satisfacen una necesidad genuina de cobertura en el mercado; en ocasiones son razones de orden fiscal, contable, legal o de regulación las que explican el interés de los tesoreros corporativos hacia ellos; en ocasiones estos productos se diseñan para reflejar la visión del tesorero de la empresa sobre el movimiento futuro potencial de ciertas variables de mercado; en ocasiones un producto exótico es diseñado por un banco de inversión para que parezca más atractivo de lo que es en realidad a algún tesorero poco cauteloso.

Comenzamos considerando opciones exóticas. Éstas son variaciones de las opciones estándar de compra y de venta en las que nos hemos centrado en los Capítulos 7 a 17. A continuación trataremos valores con respaldo hipotecario, que se han convertido en una importante característica de los mercados de derivados sobre tipos de interés en los Estados Unidos. Finalmente describimos algunos productos swap no estándar. Debería subrayarse que este capítulo no pretende ofrecer un listado exhaustivo de los productos exóticos que existen. Su objetivo es dar una idea general del conjunto de instrumentos que se han desarrollado.

19.1. OPCIONES EXÓTICAS

En esta sección describimos una serie de diferentes tipos de opciones exóticas que ofrecen los grandes bancos de inversión sobre activos subyacentes como acciones, índices bursátiles y divisas. Utilizamos una clasificación similar a la que aparece en una serie de excelentes artículos escritos por Eric Reiner y Mark Rubinstein para la revista *RISK* en 1991 y 1992. Las opciones asiáticas, binarias, *chooser*, compuestas y *lookback* pueden valorarse utilizando DerivaGem.[1]

Packages

Un *package* es una cartera consistente en opciones estándar Europeas de compra, opciones estándar Europeas de venta, contratos a plazo, dinero y el propio activo subyacente. Ya hemos comentado diferentes tipos de packages en el Capítulo 9: diferenciales alcistas, bajistas, mariposa y de calendario, conos, cunas (*strangles*) etc.

Los operadores suelen estructurar los packages de forma que su coste inicial es nulo. Un ejemplo es un contrato a plazo sobre rango.[2] Una posición corta en este contrato consiste en una posición larga en una opción de venta con un precio de ejercicio bajo, X_1, y una posición corta en una opción de compra con un precio elevado de ejercicio, X_2. Garantiza que el activo subyacente puede venderse por un precio entre X_1 y X_2 al vencimiento de las opciones. Una posición larga en este tipo de contrato consiste en una posición corta sobre una opción de venta con el precio bajo de ejercicio X_1 y una posición larga en una opción de compra con un precio elevado de ejercicio X_2. Garantiza que el activo subyacente puede ser comprado por un precio entre X_1 y X_2 al vencimiento de las opciones. El precio de la opción de compra iguala el precio de la opción de venta en el momento de la emisión. La Figura 19.1 muestra los pagos de las posiciones cortas y largas sobre contratos a plazo sobre rango. A medida que acercamos X_1 y X_2, el precio que se recibirá o pagará por el activo al vencimiento se hace más seguro. En el límite cuando $X_1 = X_2$, el contrato a plazo sobre rango se transforma en un contrato a plazo estándar.

Opciones Americanas no estándar

En una opción Americana estándar, el ejercicio puede ocurrir en cualquier momento de la vigencia de la opción, y el precio de ejercicio es siempre el mismo. En la práctica, las opciones Americanas que se negocian en el mercado *over-the-counter* no tienen siempre estas características estándar. Por ejemplo:

1. El ejercicio previo al vencimiento puede estar restringido a ciertas fechas. En este caso, el instrumento se conoce como *opción bermuda*.

---

[1] Los procedimientos utilizados por el mercado para valorar todas las opciones descritas en esta sección están incluidos en J. C. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives*, 4.ª ed. (Upper Saddle River, N. J.: Prentice Hall, 2000) Capítulo 18.

[2] Otros nombre utilizados para el contrato a plazo sobre un rango son *collar* de coste cero, contrato a plazo flexible, opción cilíndrica, opción cerca (*option fence*), min-max y contrato banda a plazo.

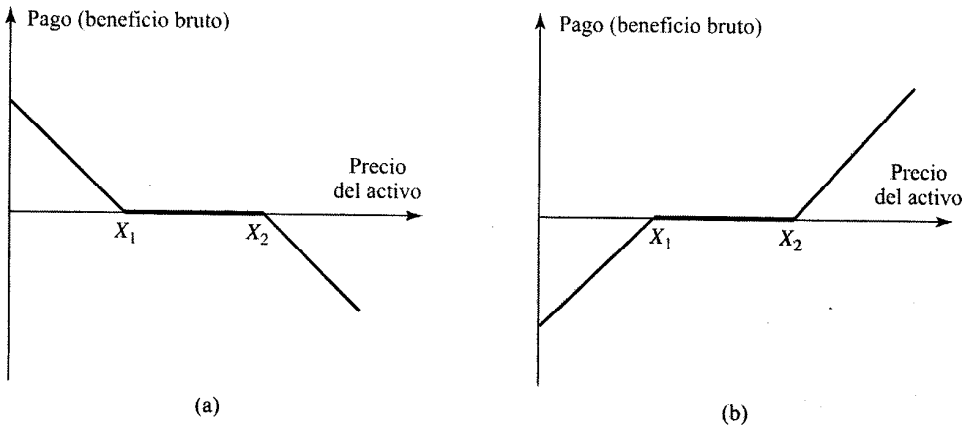


Figura 19.1. Beneficios brutos (pagos) generados en posiciones (a) corta y (b) larga sobre contratos a plazo sobre rango.

2. El ejercicio previo al vencimiento podría permitirse sólo durante parte de la vida de la opción.
3. El precio de ejercicio puede cambiar durante la vida de la opción.

Los *warrants* emitidos por empresas sobre sus propias acciones tienen a menudo algunas de estas características. Por ejemplo, en un warrant a siete años, el ejercicio se puede realizar en fechas concretas durante los años tercero a séptimo, con precio de ejercicio de 30 dólares durante los años tercero a cuarto, 32 dólares los siguientes dos años y 33 dólares el año final.

En general, es posible valorar las opciones Americanas mediante un árbol binomial. En cada nodo, se analiza si es óptimo el ejercicio previo al vencimiento (de darse) y se ajusta para reflejar los términos de la opción.

Opciones de inicio aplazado

Las opciones de inicio aplazado son opciones que se iniciarán en cierta fecha futura. En ocasiones se utilizan en planes de incentivos para empleados. Por ejemplo, una empresa podría prometer a un empleado la entrega de cierto número de opciones sobre sus acciones en ciertas fechas futuras. Normalmente, el acuerdo señala que las opciones estarán «a dinero» en el momento de su emisión.

Cuando el activo subyacente no proporciona ingresos, una opción de inicio aplazado a dinero valdrá (usando los mismos supuestos subyacentes en Black-Scholes) lo mismo que una opción normal a dinero con la misma vigencia. Por ejemplo, una opción a dinero que se inicie en tres años y con vencimiento en cinco años valdrá lo mismo que una opción a dinero que se iniciase hoy. (Véase Problema 19.10.)

Opciones compuestas

Las opciones compuestas son opciones sobre opciones. Se dan cuatro tipos principales: una opción de compra sobre una opción de compra, una opción de venta sobre una opción de compra, una opción de compra sobre una de venta y una de venta sobre otra de venta. Las opcio-

nes compuestas tienen dos precios de ejercicio y dos fechas de ejercicio. Considere, por ejemplo, una opción de compra sobre otra opción de compra. En la primera fecha de vencimiento T_1, el propietario tendrá derecho a pagar el precio de ejercicio X_1 a cambio de la opción de compra. La opción de compra da a su propietario el derecho a comprar el activo subyacente a cambio del segundo precio de ejercicio X_2 en la segunda fecha de ejercicio T_2. La opción compuesta se ejerce en la primera fecha de vencimiento sólo si el valor de la segunda opción en esa fecha es superior al primer precio de ejercicio. Una opción compuesta es, por lo general, mucho más sensible a la volatilidad que una opción *plain vanilla*.

Opciones *chooser*

Una opción *chooser* (en ocasiones denominadas «como usted la prefiera») presentan la característica de que, tras un período específico de tiempo, el propietario puede elegir si la opción será de compra o será de venta. Suponga que la fecha en que la elección se realiza fuese T_1. El valor de esta opción en esa fecha será

$$\max(c, p)$$

donde c es el valor de la opción de compra subyacente a la opción y p el valor de la opción de venta subyacente.

Si las opciones subyacentes a la opción chooser son Europeas y tienen el mismo precio de ejercicio, podemos usar la ecuación fundamental (*paridad put-call*) para generar una fórmula de valoración. Suponga que S, es el precio de la acción en el momento T_1, X es el precio de ejercicio, T_2 es el vencimiento de las opciones y r es el tipo de interés libre de riesgo. La ecuación fundamental implica que

$$\begin{aligned}\max(c, p) &= \max(c, c + Xe^{-r(T_2-T_1)} - S_1e^{-q(T_2-T_1)}) \\ &= c + e^{-q(T_2-T_1)}\max(0, Xe^{-(r-q)(T_2-T_1)} - S_1)\end{aligned}$$

Esto muestra que una opción chooser es un package consistente en

1. Una opción de compra con precio de ejercicio X y fecha de vencimiento T_2.
2. $e^{-q(T_2-T_1)}$ opciones de venta con precio de ejercicio $Xe^{-(r-q)(T_2-T_1)}$ y fecha de vencimiento T_1.

y, por tanto, puede valorarse fácilmente.

Opciones barrera

Las opciones barrera son opciones en las que los beneficios brutos dependen de si el precio del activo subyacente alcanza cierto nivel durante cierto período de tiempo. Se negocian de forma regular diferentes opciones barrera en el mercado *over-the-counter*. Son atractivas para ciertos participantes en el mercado porque no son tan caras como las opciones estándar análogas. Las opciones barrera pueden clasificarse a su vez como opciones con barrera de salida (*knock-out options*) y opciones con barrera de entrada (*knock-in options*). Una opción con barrera de salida (*knock-out option*) deja de existir cuando el precio del activo subyacente alcanza determinado nivel; una opción con barrera de entrada (*knock-in option*) existe a partir del momento en que el activo subyacente alcanza cierto nivel.

Existen cuatro tipos de opciones con barrera de salida. Una opción de compra con barrera superior de salida es una opción regular de compra que deja de existir cuando el precio del activo alcanza el nivel de la barrera. El nivel de la barrera es superior al precio del activo en el momento de iniciarse la opción. Una opción de compra con barrera inferior de salida se define de forma similar excepto en que el nivel de la barrera está por debajo del precio del activo cuando se inicia la opción. Las opciones de venta con barrera inferior de salida y con barrera superior de salida se definen de forma similar.

De igual forma pueden definirse cuatro tipos de opciones con barrera de entrada. Una opción de compra con barrera superior de entrada es una opción de compra Europea normal que se activa en el momento en que el precio del activo alcanza el nivel de la barrera. En el momento de iniciarse la opción el nivel de la barrera es superior al del precio del activo. Una opción de compra con barrera inferior de entrada es idéntica con la salvedad de que el nivel de la barrera está por debajo del precio del activo cuando la opción se inicia. Las opciones de venta con barrera superior de entrada y con barrera inferior de entrada (*down-and-in put*) se definen de forma análoga.

Se dan ciertas relaciones entre los precios de las opciones barrera y las opciones estándar. Por ejemplo, el precio de una opción de compra con barrera inferior de salida debe ser igual al precio de una opción Europea normal. De forma similar, el precio de una opción de venta con barrera inferior de salida más el precio de una opción de venta con barrera inferior de entrada debe igualar al precio de una opción Europea normal.

Las opciones barrera suelen presentar propiedades bastante diferentes a las opciones regulares. Por ejemplo, en ocasiones su vega es negativa. Considere una opción de compra con barrera superior de salida cuando el precio del activo está cercano al nivel de la barrera. A medida que se incrementa la volatilidad, la probabilidad de que la barrera se atraviese se incrementa también. Como resultado, un incremento en volatilidad causa un descenso en el precio.

Para determinar si la barrera se atravesó, en ocasiones el precio se observa de forma más o menos continua.[3] En otras ocasiones los términos del contrato señalan que el precio se observará de forma periódica; por ejemplo, una vez al día a las 12 a.m.

Opciones digitales

Las opciones digitales son opciones con pagos discontinuos. Un ejemplo sencillo de opción digital sería el de una opción de compra a todo-o-nada. Ésta no paga nada si el precio de la acción termina por debajo del precio de ejercicio en el momento T y paga una cantidad fija Q si concluye por encima del precio de ejercicio. En un mundo neutral al riesgo, la probabilidad de que el precio de la acción termine por encima del precio de ejercicio al vencimiento de la opción es, nuestra notación habitual, $N(d_2)$. El precio de una opción de compra a todo-o-nada es por lo tanto $Qe^{-rT}N(d_2)$. Una opción de venta a todo-o-nada se define de forma análoga a una opción de compra a todo-o-nada. Pagará Q si el precio de la acción está por debajo del precio de ejercicio y nada si está por encima del precio de ejercicio. El precio de una opción de venta a todo-o-nada es $Qe^{-rT}N(-d_2)$.

[3] Una forma de registrar si una barrera fue alcanzada desde abajo (desde arriba) es enviar un orden límite a un mercado organizado para vender (comprar) el activo a cierto precio y ver cómo se ejecutaron las órdenes.

Otro tipo de opción digital es una opción de compra valor-del-activo-o-nada. Esta opción no paga nada si el precio de las acciones subyacentes concluye por debajo del precio de ejercicio y paga una cantidad igual al precio de las acciones si este precio concluye por encima del precio de ejercicio. En nuestra notación habitual, el valor de una opción de compra valor-del-activo-o-nada será $S_0e^{-qT}N(d_1)$. Una opción de venta valor-del-activo-o-nada no pagará nada si el precio de las acciones subyacentes concluye por debajo del precio de ejercicio. El valor de una opción de venta valor-del-activo-o-nada es $S_0e^{-qT}N(-d_1)$.

Una opción Europea estándar de compra equivale a una posición larga en una opción de compra valor-del-activo-o-nada y una posición corta en una opción de compra todo-o-nada donde el pago en efectivo en la opción de compra todo-o-nada iguala al precio de ejercicio. De forma similar, una opción Europea estándar de venta es equivalente a una posición larga en una opción de venta a todo-o-nada y una posición corta en una opción de venta valor-del-activo-o-nada donde el pago en efectivo en la opción de venta a todo-o-nada iguala el precio de ejercicio.

Opciones *lookback*

Los pagos procedentes de opciones *lookback* dependen del precio máximo o mínimo del activo subyacente alcanzado durante la vida de la opción. El pago generado por una opción de compra de estilo europeo lookback es la cantidad en que el el precio final de la acción excede al precio mínimo alcanzado por la acción durante la vida de la opción. El pago generado por una opción de venta lookback es la cantidad en la que el precio máximo de la acción alcanzado durante la vida de la opción excede al precio final de la acción.

Una opción de compra lookback es una alternativa que posibilita que un propietario pueda comprar el activo subyacente al mínimo precio alcanzado durante la vida de la opción. De forma similar, una opción de venta lookback hace que su propietario pueda vender el activo subyacente al máximo precio alcanzado durante la vida de la opción. El activo subyacente en una opción lookback es a menudo una mercancía. La frecuencia con la que se observa el precio del activo para calcular el máximo o el mínimo es importante y debe especificarse en el contrato.

Opción llamada

Una opción llamada es una opción Europea por la que el propietario puede «llamar» al emisor en una ocasión durante la vida de la opción. Al final de la vida de la opción, el propietario de la opción recibe el mayor entre el pago usual correspondiente a una opción Europea, o el valor intrínseco en el momento de la llamada. Suponga que el precio de ejercicio es de 50 dólares y el propietario de la opción de compra llama cuando el precio del subyacente es de 60 dólares. Si el precio final del activo es inferior a 60 dólares, el propietario recibirá un pago de 10 dólares. Si fuese superior a 60 dólares, el propietario recibirá el exceso del precio final del activo sobre 50 dólares.

La opción llamada tiene muchas características comunes con la opción lookback, aunque es considerablemente más barata. Puede valorarse si tenemos en cuenta que si la opción es llamada en el momento τ cuando el precio del activo es S_τ, el pago de la opción será

$$\max(0, S_T - S_\tau) + (S_\tau - X)$$

donde, como es usual, X es el precio de ejercicio y S_T es el precio del activo en el momento T. El valor, en el momento τ, si la opción es llamada será, por tanto, el valor actual de $S_\tau - X$ más el valor de la opción Europea con precio de ejercicio S_τ. Esto nos permite valorar la opción con un árbol binomial.

Opciones asiáticas

Las opciones asiáticas son opciones cuyos pagos dependen del precio medio del activo subyacente durante, al menos, una parte de la vida de la opción. El pago para una *opción de compra sobre el precio medio* será $\max(0, S_{\text{ave}} - X)$ y para una *opción de venta sobre el precio medio* será $\max(0, X - S_{\text{ave}})$, donde S_{ave} es el valor promedio del activo subyacente durante el período predeterminado. Las opciones de precio medio son más económicas que las opciones estándar y se puede argumentar que son más apropiadas que las opciones estándar para satisfacer algunas de las necesidades de los tesoreros de empresa. Suponga que el tesorero de una empresa estadounidense espera recibir un ingreso de 100 millones de dólares australianos repartidos de forma uniforme a lo largo del año próximo procedentes de una filial australiana de la compañía. Es probable que el tesorero esté interesado en una opción que garantice que el tipo de cambio promedio obtenido a lo largo del año esté por encima de cierto nivel. Una opción de venta de precio medio puede satisfacer este punto de forma más efectiva que una opción de venta estándar.

Otro tipo de opción asiática es la opción con precio de ejercicio promedio. Una *opción de compra con precio de ejercicio promedio* paga el $\max(0, S_T - S_{\text{ave}})$ y una *opción de venta de precio de ejercicio promedio* pagará el $\max(0, S_{\text{ave}} - S_T)$. Las opciones con precio de ejercicio promedio pueden garantizar que el precio medio pagado por un activo con negociación frecuente a lo largo de un cierto período de tiempo no es superior a su precio final. De forma alternativa, puede garantizar que el precio promedio percibido a cambio de un activo con negociación frecuente a lo largo de un período de tiempo no es inferior a su precio final.

Opciones para el intercambio de activos

Las opciones para el intercambio de activos (en ocasiones denominadas opciones de intercambio) aparecen en varios contextos. Una opción para comprar yenes con dólares australianos es, desde el punto de vista de un inversor de los Estados Unidos, una opción para intercambiar una divisa por otra divisa. Una oferta pública de adquisición de acciones es una opción para el intercambio de acciones de una empresa por acciones de otra empresa.

La opción para obtener el mejor o el peor de dos activos está muy relacionada con la opción de intercambio. Es una posición en uno de los activos combinada con una opción para su intercambio por el otro activo:

$$\min(U_T, V_T) = V_T - \max(V_T - U_T, 0)$$
$$\max(U_T, V_T) = U_T + \max(V_T - U_T, 0)$$

Opciones que implican varios activos

Las opciones que implican dos o más activos con riesgo se suelen denominar *opciones arcoiris*. Un ejemplo es el contrato de futuros sobre bonos negociado en el CBOT descrito en el Capítulo 5. La parte con la posición corta puede elegir entre un gran número de bonos al hacer la

entrega. Otro ejemplo es la opción *LIBOR-Contingent FX*. Ésta es una opción sobre divisas cuyos pagos ocurren sólo si un tipo de interés preespecificado está dentro de cierto rango al vencimiento.

Probablemente el ejemplo más común de opción que implica diferentes activos sea la *opción cesta*. En esta opción el pago depende del valor de una cartera (o cesta) de acciones. Los activos suelen ser acciones, índices bursátiles o divisas.

19.2. ACTIVOS CON GARANTÍA HIPOTECARIA

Una caraterística diferencial del mercado estadounidense de derivados sobre tipos de interés es la negociación en activos con garantía hipotecaria. Este activo se crea cuando una institución financiera decide vender parte de su cartera de hipotecas sobre viviendas a los inversores. Las hipotecas se incluyen en un consorcio (*pool*) y los inversores compran una participación en el consorcio comprando unidades. Las unidades se conocen como valores con garantía hipotecaria. Normalmente se crea un mercado secundario para las unidades de forma que los inversores pueden venderlas a otros inversores si así lo desean. Un inversor que posea unidades que representen un X por ciento de cierto consorcio tendrá derecho a un X por ciento de los flujos de caja del principal e intereses que se reciban por las hipotecas en el consorcio.

Los consorcios de hipotecas están garantizados por lo general por una agencia relacionada con el gobierno como la 'Government National Mortgage Association' (GNMA) o la 'Federal National Mortgage Association' (FNMA) de forma que los inversores están protegidos contra impagos. Esto hace que los activos con garantía hipotecaria sean similares a los valores de renta fija estándar emitidos por el gobierno. Sin embargo, hay una diferencia fundamental entre este activo y una inversión en renta fija. Las hipotecas del consorcio tienen privilegios de pago adelantado que pueden ser muy valiosos por el propietario de la vivienda. En los Estados Unidos las hipotecas duran normalmente 25 años y pueden liquidarse en cualquier momento. Esto significa que el propietario de la vivienda tiene una opción Americana a 25 años para comprar la hipoteca al prestamista a su valor nominal.

En la práctica los pagos anticipados de hipotecas se dan por una variedad de razones. En ocasiones, los tipos de interés han bajado y el propietario decide refinanciar a un tipo de interés más bajo. En otras ocasiones, la hipoteca se liquida simplemente porque la vivienda se vende a otra persona. Un elemento crítico en la valoración de un activo con garantía hipotecaria es la determinación de la *función de prepagos*. Esta función describe los pagos anticipados esperados sobre el consorcio subyacente de hipotecas en un momento determinado en función de los tipos de interés y otras variables relevantes.

Una función de pagos anticipados suele ser un predictor muy poco fiable de lo que va a ocurrir con una hipoteca en particular. Cuando se combinan muchas hipotecas similares en un mismo consorcio se hace efectiva una «ley de los grandes números» y los pagos anticipados pueden ser previstos con más precisión a partir del análisis de datos históricos. Como ya mencionamos previamente, los pagos anticipados no están siempre motivados por consideraciones sobre los tipos de interés. Sin embargo, los pagos anticipados tienden a ser más probables cuando los tipos de interés son bajos que cuando son elevados. Esto significa que los inversores deberían exigir un tipo de interés más elevado sobre un activo con garantía hipotecaria que sobre otros valores de renta fija dado que hay una tendencia a que el dinero procedente de pagos anticipados se reinvierta a un tipo de interés bajo.

Obligaciones con garantía hipotecaria

Los VHs descritos hasta ahora son en ocasiones denominados *subrogaciones*. Todos los inversores reciben la misma rentabilidad y sufren el mismo riesgo de pago anticipado. No todos los valores hipotecarios funcionan de esta manera. En una *obligación con garantía hipotecaria* (OGH) los inversores se dividen en clases y se establecen normas para determinar cómo se canalizarán los pagos de principal hacia las diferentes clases.

Como ejemplo de OGH considere un activo con respaldo hipotecario con los inversores divididos en tres clases: clase A, clase B y clase C. Todos los pagos de principal (tanto los programados como los de pago anticipado) se canalizan hacia los inversores de clase A hasta que los inversores de esta clase han recibido todo lo que les corresponde. Los pagos de principal se canalizan hacia los de la clase B hasta que ocurre lo mismo. Finalmente, los pagos de principal se canalizan hacia los inversores de clase C. En esta situación los inversores de clase A sufren el mayor riesgo de pago anticipado. Los valores de la clase A deberían durar menos que los de la B y éstos menos que los de la clase C.

El objetivo de este tipo de estructura es crear clases de valores que sean más atractivas a los inversores institucionales que las sencillas subrogaciones. El riesgo de pago anticipado asumido por las diferentes clases depende del valor a la par de cada clase. Por ejemplo, la clase C sufre un riesgo muy pequeño de riesgo de pago anticipado si los valores a la par en las clases A, B y C son 400, 300 y 100 respectivamente. Tendría un riesgo de pago anticipado bastante mayor si los valores a la par en las clases fuesen 100, 200 y 500.

SIs y SPs

En un activo con respaldo hipotecario desdoblado los pagos de principal están separados de los pagos de intereses. Todos los pagos de principal se canalizan hacia una clase de valores conocida como *sólo principal* (SP). Todos los pagos de intereses se canalizan hacia otra clase de activo conocida como sólo intereses (SI). Tanto los SIs como los SPs son inversiones con riesgo. A medida que se incrementan los porcentajes de pagos anticipados, un SP se hará más valioso y un SI más barato. A medida que bajen los porcentajes ocurrirá lo contrario. En un SP se devuelve al inversor una cantidad fija de principal, pero en un momento incierto. Un porcentaje elevado de pagos anticipados sobre el consorcio subyacente supone una tendencia a recibir antes el principal (lo que por supuesto son buenas noticias para los propietarios de los SPs). Una tasa reducida de pagos anticipados sobre el consorcio subyacente retrasa la devolución del principal y reduce el rendimiento generado por el SP. En un SI el total de flujos de caja recibidos por el inversor es incierto. Un mayor porcentaje de pagos anticipados supondrá un flujo de caja menor para el inversor, y viceversa.

19.3. SWAPS NO ESTÁNDAR

Hemos comentado los swaps de tipos de interés *plain vanilla* en el Capítulo 6. Éstos son acuerdos para intercambiar intereses a tipo LIBOR por intereses a un tipo fijo. La Tabla 6.3 mostraba un hipotético swap plain vanilla. En esta sección describimos una serie de acuerdos de swap no estándar.[4]

[4] La valoración de muchos de los swaps que aparecen aquí se describe en J. C. Hull, *Options, Futures, and Other Derivatives*, 4.ª ed. (Upper Saddle River, N. J.: Prentice Hall, 2000), Capítulos 19-22.

Variaciones sobre el contrato *vanilla*

Muchos swaps sobre tipos de interés conllevan cambios relativamente pequeños con respecto a la estructura plain vanilla de la Tabla 6.3. En algunos swaps, el principal nocional cambia con el tiempo. Los swaps cuyo principal nocional es una función creciente del tiempo se conocen como *step-up swaps*. Los swaps para los que el principal nocional es una función decreciente del tiempo se denominan *swaps amortizables*. Los swaps step-up podrían ser útiles para una empresa de construcción que intentase pedir prestado cantidades crecientes de dinero a tipos variables para financiar un proyecto en particular y quisiera cambiar a una financiación de tipo fijo. Un swap amortizable puede usarse cuando una empresa tuviese préstamos a tipo fijo con cierto programa de pagos anticipados y quisiera intercambiarlos por préstamos a tipo variable.

El principal puede ser diferente en los dos lados del swap. También puede ser diferente la frecuencia de pagos. Esto se ilustra en la Tabla 19.1, que muestra un swap hipotético entre Microsoft y Citibank donde el principal nocional es de 120 millones de dólares en el lado variable y de 100 millones de dólares en el lado fijo. Los pagos se realizan cada mes en el lado variable y cada seis meses en el lado fijo.

El tipo variable de referencia para un swap no es siempre el LIBOR. Por ejemplo, en algunos swaps es el tipo de interés o de las Letras de Tesoro a tres meses. Un swap básico consiste

Tabla 19.1. Extracto de confirmación de un swap hipotético donde el pago de principal y la frecuencia de pagos son diferentes en ambos lados.

Fecha de negociación	4 de enero del 2001
Fecha efectiva	11 de enero del 2001
Convención de días hábiles	Siguiente día laborable
Calendario de vacaciones	El de los EEUU
Fecha de finalización	11 de enero del 2006
Cantidades fijas	
Pagador de tipo fijo	Microsoft
Nocional principal a tipo fijo	100 millones de dólares de EEUU
Tipo fijo	6 por ciento anual
Convención de contabilidad de días para el tipo fijo	Actual/365
Fechas de pago de tipo fijo	Cada 11 de julio y 11 de enero comenzando el 11 de julio del 2001, hasta e incluyendo el 2006
Cantidades variables	
Pagador del tipo variable	Citibank
Nocional principal a tipo variable	120 millones de dólares de EEUU
Tipo variable	LIBOR de los EEUU a un mes
Convención de contabilidad de días para el tipo variable	Actual/360
Fechas de pagos de tipo variable	Cada 11 de julio y 11 de enero comenzando el 11 de julio del 2001, hasta e incluyendo el 2006

en un intercambio de flujos de caja calculado usando un tipo variable de referencia para cash flows calculado utilizando otro tipo flotante de referencia. Un ejemplo sería un swap donde se intercambiase el tipo de las Letras del Tesoro a tres meses más 30 puntos básicos por el LIBOR a tres meses siendo ambos aplicados a un principal de 100 millones de dólares. Este tipo de swap puede usarse en la gestión de riesgos por parte de una institución financiera cuyos activos y pasivos dependan de diferentes tipos variables de referencia.

Swaps capitalizados

Otra variación sobre el swap plain vanilla es el *swap capitalizado*. La Tabla 19.2 nos ofrece un ejemplo. Hay sólo una fecha de pago tanto para los pagos a tipo variable como para los

Tabla 19.2. Extracto de confirmación de un hipotético swap capitalizado.

Fecha de negociación	4 de enero del 2001
Fecha efectiva	11 de enero del 2001
Convención de días hábiles	Siguiente día laborable
Calendario de vacaciones	El de los EEUU
Fecha de finalización	11 de enero del 2006
Cantidades fijas	
Pagador de tipo fijo	Microsoft
Nocional principal a tipo fijo	100 millones de dólares de EEUU
Tipo fijo	6 por ciento anual
Convención de contabilidad de días para el tipo fijo	Actual/365
Fechas de pago de tipo fijo	11 de enero del 2006
Capitalización a tipo fijo	Aplicable al 6,3 por ciento
Fechas de capitalización a tipo fijo	Cada 11 de julio y 11 de enero comenzando el 11 de julio del 2001, hasta e incluyendo el 2005
Cantidades variables	
Pagador del tipo variable	Citibank
Nocional principal a tipo variable	120 millones de dólares de EEUU
Tipo variable	LIBOR de los EEUU a seis meses más 20 puntos básicos
Convención de contabilidad de días para el tipo variable	Actual/360
Fechas de pagos de tipo variable	11 de enero del 2006
Capitalización a tipo variable	Aplicable al LIBOR más 10 puntos básicos
Fechas de capitalización a tipo variable	Cada 11 de julio y 11 de enero comenzando el 11 de julio del 2001, hasta e incluyendo el 2005

pagos a tipo fijo. Esto ocurre al final de la vida del swap. El tipo variable es el LIBOR más 20 puntos básicos. En lugar de pagarse, el interés es capitalizado hasta la finalización del swap al tipo LIBOR más 10 puntos básicos. El tipo fijo de interés es el 6 por ciento. En lugar de pagarse, este interés se capitaliza a un tipo fijo del 6,3 por ciento hasta el final del swap.

Swaps de divisas

Hemos presentado los swaps de divisas en el Capítulo 6. Estos contratos permiten intercambiar una exposición al tipo de interés en una divisa por una exposición al tipo de interés en otra divisa. Normalmente se especifican dos principales, uno en cada divisa. Los principales se intercambian al principio y al final del swap, tal como se describe en la Sección 6.4.

Suponga que las divisas implicadas en un swap de divisas son dólares USA (USD) y libras esterlinas (GBP). En un swap de divisas fijo-por-fijo, se especifica un tipo fijo de interés para cada divisa. Los pagos en un lado se determinan aplicando el tipo de interés fijo del USD al principal en USD; los pagos del otro lado se determinan aplicando el tipo fijo de interés en GBP al principal en GBP.

Otro tipo de swap de divisas muy popular es el *variable-por-variable*. En este caso, los pagos en uno de los lados se determinan aplicando el LIBOR USD (posiblemente con un diferencial-añadido) al principal en USD; de forma similar, los pagos en el otro lado se determinan aplicando el LIBOR GBP (posiblemente con un diferencial añadido) al principal en GBP. Un tercer tipo de swap es un *swap de tipo de interés de divisas cruzadas* donde el tipo variable en una divisa se intercambia por un tipo fijo en otra divisa.

Valoración y ajustes de convexidad

En el Capítulo 6 explicamos que los swaps plain vanilla de tipo de interés y los swaps de divisas pueden valorarse suponiendo que los tipos de interés futuros igualarán a los tipos de interés a plazo observado hoy en el mercado. Los swaps no estándar que hasta ahora hemos discutido también pueden valorarse de esta forma. Sin embargo, esto no ocurre con los siguientes tres tipos de swap que discutiremos. Se valorarán suponiendo que los tipos de interés futuros igualarán los correspondientes tipos a plazo observados hoy en el mercado más un ajuste. El ajuste se conoce como *ajuste de convexidad.*[5]

Swap en arrears sobre el LIBOR

El swap plain vanilla de tipo de interés está diseñado para que el tipo variable de interés observado en una fecha de pago sea pagado en la siguiente fecha de pago. Un instrumento alternativo que se negocia es el *swap en arrears sobre el LIBOR* (*LIBOR-in-arrears swap*). En este caso, el tipo variable abonado en una fecha de pago iguala al tipo observado en la misma fecha.

---

[5] Para una descripción de estos tipos de ajuste de convexidad, véase J. C. Hull, *Options, Futures, and Other Derivatives*, 4.ª ed. (Upperd Saddle River, N. J.: Prentice Hall, 2000) Capítulo 20.

Swaps SVC

Un *swap con vencimiento constante* (SVC) (*constant maturity swap, CMS*) es un swap de tipo de interés donde el tipo variable iguala al tipo swap para un swap con un vencimiento conocido. Por ejemplo, los pagos variables sobre un swap SVC podría realizarse cada seis meses a un tipo igual al tipo swap a cinco años. Normalmente hay un retraso, de forma que el pago en una fecha concreta es igual al tipo swap observado en la fecha previa de pago. Suponga que los tipos se fijasen en las fechas t_0, t_1, t_2, ... y los pagos se realizasen en las fechas t_1, t_2, t_3, ... El tipo variable en la fecha t_{i+1} será

$$\delta_i L s_i$$

donde $\delta_i = t_{i+1} - t_i$ y s_i es el tipo swap a cinco años en la fecha t_i.

Swaps diferenciales

Un *swap diferencial* (*differential swap*, en ocasiones *diff swap*), es un swap de tipo de interés donde se observa un tipo variable en una divisa y se aplica a un principal en otra divisa. Por ejemplo, un swap podría implicar que los pagos en una dirección se calcularán a partir de LIBOR USD aplicados a un principal USD, y los pagos en la otra dirección se calculasen como el LIBOR GBP (más o menos un diferencial) aplicados al mismo principal en USD. A veces, los swaps diferenciales se denominan *quantos*.

Un swap diferencial es «un puro juego de tipos de interés». Esto lo distingue de un swap estándar de divisas donde se intercambian tipos variables. La empresa que paga en GBP en nuestro ejemplo de swap diferencial ganará si el LIBOR GBP baja en relación al LIBOR USD y pierde si ocurre lo contrario. El valor de un swap de divisas donde el tipo GBP variable se intercambia por USD variable, depende de los movimientos del tipo de cambio así como de los movimientos de los tipos de interés de los dos países.

Swap de acciones

En un *swap de acciones* una de las partes promete pagar el rendimiento de un índice sobre un principal nocional y la otra parte promete pagar una rentabilidad fija o variable sobre un principal nocional. Los swaps de acciones permiten a los gestores de fondos incrementar o reducir su exposición a un índice sin comprar o vender acciones. Un swap de acciones es una forma conveniente de agrupar una serie de contratos a plazo sobre un índice a fin de satisfacer las necesidades del mercado.

Los índices de acciones suelen ser índices de rendimiento total, donde los dividendos son reinvertidos en las acciones incluidas en el índice. Un ejemplo de swap de acciones aparece en la Tabla 19.3. En este swap, Microsoft paga el rendimiento a seis meses sobre el S&P 500 a Citibank y Citibank paga el LIBOR a seis meses a Microsoft. El principal en cualquiera de los lados del swap es de 100 millones de dólares y los pagos se realizan cada seis meses.

Swaps incrementales

Los *swaps de provisiones* (*accrual swaps*) son swaps para los que el interés en una de las partes se provisiona sólo cuando el tipo variable de referencia está dentro de cierto rango. En

Tabla 19.3. Extracto de confirmación de un swap de acciones.

Fecha de negociación	4 de enero del 2001
Fecha efectiva	11 de enero del 2001
Convención de días hábiles	Siguiente día laborable
Calendario de vacaciones	El de los EEUU
Fecha de finalización	11 de enero del 2006
Cantidades de acciones	
Pagador de acciones	Microsoft
Índice de acciones	Rendimiento total del índice S&P 500
Pago de acciones	100 $(I_1 - I_0)/I_0$ donde I_1 será el nivel del índice en la fecha de pago e I_0 es el nivel del índice en la fecha de pago inmediatamente anterior. En el caso de la primera fecha de pago, I_0 será el nivel del índice el 11 de enero del 2001
Fechas de pago de acciones	Cada 11 de julio y 11 de enero comenzando el 11 de julio del 2001, hasta e incluyendo el 2006
Cantidades variables	
Pagador del tipo variable	Citibank
Nocional principal a tipo variable	100 millones de dólares de EEUU
Tipo variable	LIBOR de los EEUU a seis meses
Convención de contabilidad de días para el tipo variable	Actual/360
Fechas de pagos de tipo variable	Cada 11 de julio y 11 de enero comenzando el 11 de julio del 2001, hasta e incluyendo el 2006

ocasiones el rango permanece fijo durante la vigencia del swap; en ocasiones se reajusta de forma periódica.

Como ejemplo sencillo de swap de provisiones, considere un acuerdo donde el tipo fijo del 6 por ciento se intercambia por el LIBOR a tres meses cada trimestre. El principal es de 10 millones de dólares y el tipo fijo se provisiona sólo en los días en los que el LIBOR a tres meses está por debajo del 8 por ciento anual. Definimos n_1 como el número de días laborables en un trimestre en los que el LIBOR a tres meses está por debajo del 8 por ciento y n_2 el número de días laborables en un año. El pago realizado al final del trimestre será

$$10.000.000 \times 0{,}06 \times \frac{n_1}{n_2}$$

Por ejemplo, cuando $n_1 = 25$ y $n_2 = 252$ el pago será de 59.524 dólares. En un swap estándar el pago sería de, aproximadamente $0{,}25 \times 0{,}06 \times 10.000.000$ o de 150.000 dólares.

Comparado con un swap estándar, el que paga un tipo fijo ahorra $10.000.000 \times 0{,}06/252 = 2.381$ dólares por cada día en que los tipos de interés superen el 8 por ciento. La posi-

ción del que paga un tipo de interés fijo puede, por tanto, considerarse equivalente a un swap estándar más una serie de opciones digitales, una por cada día de vigencia del swap.

Swaps cancelables

Un *swap cancelable* (*cancelable swap*) es un swap de tipo de interés plain vanilla donde una parte tiene la opción de terminar en una o varias fechas de pago. Terminar el swap equivale a entrar en la posición opuesta en el swap. Considere un swap entre Microsoft y Citibank. Si Microsoft tiene la opción de cancelar, este swap es similar a un swap estándar más una posición larga en una opción para entrar en una posición opuesta en el swap. Si Citibank puede cancelar, Microsoft tendrá un swap estándar más una posición corta en una opción para entrar en el mismo swap.

Si hubiese sólo una fecha de finalización, un swap cancelable sería lo mismo que un swap estándar más una posición en una opción Europea sobre un swap. Considere, por ejemplo, un swap a diez años por el que Microsoft recibirá el 6 por ciento y pagará LIBOR. Suponga que Microsoft tuviese la opción de concluir al cabo de seis años. El swap es un swap regular a diez años para recibir el 6 por ciento y pagar LIBOR más una posición larga en una opción Europea a seis años para entrar en un swap a cuatro años donde se paga el 6 por ciento y se recibe el LIBOR. (Esto último se denomina como una opción Europea 6×4). El modelo estándar de mercado, para valorar opciones Europeas sobre swaps está descrito en el Capítulo 18.

Cuando un swap puede concluirse en diferentes fechas de pagos, se convierte en una opción estándar sobre un swap más una opción bermuda sobre una swap. Considere, por ejemplo, la situación donde Microsoft hubiese entrado en un swap a cinco años con pagos semestrales donde se recibiese el 6 por ciento y se pagase LIBOR. Suponga que la otra parte tuviese la opción de concluir el swap en fechas de pago entre los años segundo y quinto. El swap es un swap regular más una posición corta en una opción bermuda donde la opción bermuda es una opción para entrar en un swap con vencimiento en cinco años y que supone recibir un pago fijo del 6 por ciento y realizar un pago variable al tipo LIBOR.

En algunos casos los swap capitalizables son también cancelables. Normalmente, el acuerdo de confirmación establece que a su terminación, quien pague el tipo de interés variable pagará el valor capitalizado de las cantidades variables hasta la fecha de finalización y quien pague el tipo fijo pagará el valor capitalizado de los pagos fijos hasta la fecha de finalización.

Swaps de principal indexado

Un swap que fue muy popular en los Estados Unidos a mediados de los noventa es el *swap de principal indexado* (*indexed principal swap* o *index amortizing swap*). En éste, el principal se reduce en función del tipo de interés. Cuanto menor sea el tipo de interés, mayor será la reducción de principal. El lado fijo en un swap de principal indexado se diseña inicialmente para reflejar, al menos aproximadamente, el rendimiento obtenido por un inversor en un activo con respaldo hipotecario. Para un inversor, el swap tiene entonces el efecto de intercambiar el rendimiento de este activo hipotecario por un rendimiento variable.

Swaps de mercancías

Los *swaps de mercancías* (*commodity swaps*) se están utilizando cada vez más. Una empresa que consumiese 100.000 barriles de petróleo por año podría estar de acuerdo en pagar 2 millo-

nes de dólares cada año durante los próximos 10 años y recibir a cambio $100.000S$, donde S sería el precio actual del petróleo por barril. El acuerdo fijaría de hecho, el coste del petróleo a la empresa en 20 dólares por barril. Un productor de petróleo podría acordar el intercambio opuesto, fijando así el precio obtenido por su petróleo en 20 dólares por barril.

Swaps de volatilidad

Una innovación reciente en los mercados de swaps son los *swaps de volatilidad*. En éstos, el pago depende de la volatilidad de una acción (u otro activo). Suponga que el principal fuese L. En cada fecha de pago, una parte pagará $L\sigma$, donde σ es la volatilidad histórica calculada de la forma usual tomando observaciones diarias de la acción durante el período inmediato precedente de pagos y la otra parte paga $L\sigma_K$, donde σ_K es un nivel constante preespecificado de volatilidad. Los *swaps de varianza*, *de correlación* y *de covarianza* se definen de forma similar.

Acuerdos bizarros

Algunos swaps suponen un intercambio de pagos calculado de forma muy extraña. Un ejemplo serían los llamados swaps «5/30» realizados entre Bankers Trust (BT) y Procter & Gamble (P&G) el 2 de noviembre de 1993.[6] Éste fue un swap a cinco años con pagos semestrales. El principal nocional fue de 200 millones de dólares. BT pagó a P&G el 5,30 por ciento anual. P&G pagó a BT el tipo promedio del descuento comercial menos 75 puntos básicos como diferencial. El descuento comercial promedio se calculó mediante observaciones del tipo de descuento del papel comercial a 30 días durante el período de pagos precedente.

El diferencial fue cero para la primera fecha de pagos (2 de mayo de 1994). Para las restantes nueve fechas de pago fue

$$\max\left[0, \frac{98{,}5\left(\frac{\text{CMT a 5 años \%}}{5{,}78\,\%}\right) - (\text{Precio del TSY a 30 años})}{100}\right]$$

En esta fórmula, el CMT a cinco años es el rendimiento constante de los valores del Tesoro (es decir, es el rendimiento de una Letra del Tesoro a cinco años, tal como lo calcula la Reserva Federal). El precio TSY a 30 años es el punto medio entre precios ofertados y demandados para un bono del Tesoro al 6,25 por ciento con vencimiento en agosto del 2023. Nótese que el diferencial calculado a partir de la fórmula es un tipo de interés en tanto por uno. No está medido en puntos básicos. Si la fórmula diese 0,1 y el tipo de decuento comercial fuese del 6 por ciento el tipo pagado por P&G sería 15,25 por ciento.

P&G esperaba que el diferencial fuese cero y que el acuerdo les permitiría intercambiar financiación a tipo fijo al 5,30 por ciento por financiación a 75 puntos básicos por debajo del tipo de descuento comercial. De hecho, los tipos de interés subieron de forma brusca a inicios de 1994, los precios de los bonos cayeron, y el swap resultó ser muy caro. Este ejemplo se comenta más adelante en el Capítulo 21. (Véase también el Problema 19.17.)

[6] Véase D. J. Smith, «Aggressive Corporate Finance: A Close look at the Procter & Gamble-Bankers Trust Leveraged Swap», *Journal of Derivatives* 4(4) (verano 1997): 67-79.

19.4. RESUMEN

Las opciones exóticas son opciones cuyas reglas para los pagos que no son tan sencillas como las correspondientes a las opciones estándar. Estas opciones suministran a los tesoreros corporativos una amplia gama de alternativas para alcanzar sus objetivos. Algunas opciones exóticas no son otra cosa que carteras de opciones regulares Europeas y Americanas de compra y de venta. Otras son mucho más complicadas.

Una institución financiera crea los valores con respaldo hipotecario cuando decide vender parte de su cartera de hipotecas sobre viviendas a inversores. Las hipotecas entran en un consorcio y los inversores compran una parte en el consorcio a través de la compra de unidades. Las hipotecas están garantizadas contra impagos por una agencia del gobierno, pero los inversores están expuestos al riesgo del pago anticipado. A menudo el beneficio obtenido de un consorcio de hipotecas se reparte en componentes con diferentes propiedades en un intento de satisfacer las necesidades de inversores distintos.

Los swaps han demostrado ser instrumentos financieros muy versátiles, existiendo en la actualidad muchas variaciones del acuerdo plain vanilla fijo-por-variable. Algunos como los swaps step-up, swaps amortizables, swaps capitalizables, swap en arrears sobre el LIBOR, swaps diferenciales y swaps CMS/CMT suponen cambios en la forma en la que se calculan los pagos o en su calendario. Otros como los swaps de provisiones y los swaps cancelables incorporan una opción.

Lecturas recomendadas

Boyle, P. P., y S. H. Lau, «Bumping Up Against the Barrier with the Binomial Method», *Journal of Derivatives* 1(4) (verano 1994), 6-14

Broadie, M., P. Glasserman, y S. G. Kou, «A Continuity Correction for Discrete Barrier Options», *Mathematical Finance* 7(4) (octubre 1997): 325-49

Broadie, M., P. Glasserman, y S. G. Kou, «Connecting Discrete and Continuous Path-Dependent Options», *Finance and Stochastics* 2 (1998): 1-28

Chance, D., y D. Rich, «The Pricing of Equity Swap and Swaptions», *Journal of Derivatives* 5(4) (verano 1998), 19-31

Clewlow, L., y C. Strickland, *Exotic Options: The State of the Art.* London: Thomson Business Press, 1997

Conze, A., y S. Viswanathan, «Path Dependent Options: The Case of Lookback Options», *Journal of Finance* 46 (1991): 1893-1907

Curran, M., «Beyond Average Intelligence», *RISK* (octubre 1992): 60-62.

Demeterfi, K., E. Derman, M. Kamal, y J. Zou, «A Guide to Volatility and Variance Swaps», *Journal of Derivatives* 6(4) (verano 1999), 9-32

Garman, M., «Recollection in Tranquility», *RISK* (marzo 1989)

Geske, R., «The Valuation of Compound Options», *Journal of Financial Economics* 7 (1979): 63-81

Goldman, B., H. Sosin, y M. A. Gatto, «Path Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High», *Journal of Finance*, 34 (diciembre 1979): 1111-27

Hudson, M., «The Value of Going Out», *RISK* (marzo 1991)

Hull, J. C., *Options, Futures, and Other Derivatives*, 4.ª ed., Upper Saddle River, N. J.: Prentice Hall, 2000

Hull, J. C., y A. White, «Efficient Procedures for Valuing European and American Path-Dependent Options», *Journal of Derivatives* (otoño 1993): 21-31

Hull, J. C., y A. White, «Finding the Keys», *RISK* (septiembre 1993)

Levy, E., y S. M. Turnbull, «Average Intelligence», *RISK* (febrero 1992): 53-59

Margrabe, W., «The Value of and Option to Exchange One Asset for Another», *Journal of Finance* 33 (marzo 1978): 177-86

Rubinstein, M., y E. Reiner, «Breaking Down the Barriers», *RISK* (septiembre 1991)

Rubinstein, M., «Double Trouble», *RISK* (diciembre 1991-enero 1992)

Rubinstein, M., «One for Another», *RISK* (julio-agosto 1991)

Rubinstein, M., «Options for the Undecided», *RISK* (abril 1991)

Rubinstein, M., «Pay Now, Choose Later», *RISK* (febrero 1991)

Rubinstein, M., «Somewhere Over the Rainbow», *RISK* (noviembre 1991)

Rubinstein, M., «Two in One», *RISK* (mayo 1991)

Rubinstein, M., y E. Reiner, «Unscrambling the Binary Code», *RISK* (octubre 1991)

Smith, D. J., «Aggressive Corporate Finance: A Close Look at the Procter and Gamble-Bankers Trust Leveraged Swap», *Journal of Derivatives* 4(4) (verano 1997): 67-79

Stulz, R., «Options on the Minimum or Maximum of Two Assets», *Journal of Financial Economics* 10 (1982): 161-85

Turnbull, S. M., y L. M. Wakeman, «A Quick Algorithm for Pricing European Average Options», *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 26 (septiembre 1991): 377-89

Test (respuestas al final del libro)

19.1. Explique la diferencia entre una opción de inicio aplazado y una opción chooser.

19.2. Describa los pagos que se obtienen de una cartera consistente en una opción lookback de compra y una opción lookback de venta con el mismo vencimiento.

19.3. Considere una opción chooser donde el propietario tiene el derecho a elegir entre una opción de compra Europea o una opción de venta Europea en cualquier momento durante próximos años. Las fechas de vencimiento y los precios de ejercicio para las opciones de compra y de venta son las mismas independientemente de la elección realizada. ¿Será óptimo en algún caso realizar la elección antes de finalizarse el período de dos años? Explique su respuesta.

19.4. Suponga que c_1 y p_1 son los precios de una opción Europea de compra sobre precio medio y una opción Europea de venta sobre precio medio con precio de ejercicio X y vencimiento T, c_2 y p_2 son los precios de una opción Europea de compra precio medio de ejercicio y una opción Europea de venta con precio medio de ejercicio con vencimiento T, y c_3 y p_3 son los precios de de opciones estándar Europeas de compra y de venta con precio de ejercicio X y vencimiento T. Demuestre que

$$c_1 + c_2 - c_3 = p_1 + p_2 - p_3$$

19.5. Explique por qué los SIs y los SPs presentan sensibilidades opuestas a la proporción de pagos anticipados.

19.6. Explique la relación entre un swap cancelable y una opción sobre un swap.

19.7. El tipo LIBOR del dólar canadiense es un 2 por ciento superior al tipo LIBOR de los EEUU para todos los vencimientos. Un operador piensa que el diferencial entre el LIBOR de los EEUU a tres meses y el LIBOR canadiense a tres meses se ampliará,

pero no está seguro respecto a cómo se alterará el tipo de cambio entre el dólar de los EEUU y el dólar canadiense. Explique cómo podría usar el operador un swap diferencial. ¿Por qué preferiría el operador un swap diferencial a un swap de divisas del tipo variable-por-variable?

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

19.8. El texto deriva una descomposición de un tipo particular de opción chooser en una opción de compra con vencimiento en la fecha t_2 y una opción de venta con vencimiento en la fecha t_1. A través de la ecuación fundamental para la obtención de una expresión para c en lugar de p, derive una descomposición alternativa en una opción de compra con vencimiento en el momento t_1 y una opción de venta con vencimiento en t_2.

19.9. Explique por qué una opción de venta con barrera inferior de salida tiene un valor nulo cuando la barrera es superior al precio de ejercicio.

19.10. Demuestre que una opción a dinero con inicio aplazado sobre una acción que no pagase dividendo, que se iniciase en tres años y con vencimiento en cinco años valdría lo mismo que una opción a dos años a dinero que se iniciase hoy.

19.11. Suponga que el precio de ejercicio de una opción Americana de compra sobre una acción que no pagase dividendo creciese a una tasa g. Demuestre que si g es inferior que el tipo de interés libre de riesgo, r, nunca será óptimo ejercer la opción de compra antes del vencimiento.

19.12. Responda a las siguientes preguntas sobre opciones compuestas

(a) ¿Existe una ecuación fundamental entre el precio de una opción Europea de compra sobre una opción de compra y una opción Europea de venta sobre una opción de compra?

(b) ¿Qué ecuación fundamental se da entre el precio de una opción Europea de compra sobre una opción de venta y una opción Europea de venta sobre una opción de venta?

19.13. Cuando aumentamos la frecuencia de observaciones del precio del activo para el cálculo del mínimo, ¿qué sucede con el precio de las opciones de compra lookback?

19.14. Cuando incrementamos la frecuencia de observaciones para controlar si el precio del activo atravesó la barrera, las opciones de compra con barrera inferior de salida, ¿aumentan o disminuyen de valor? ¿Cuál sería la respuesta para la misma pregunta para las opciones de compra con barrera inferior de entrada?

19.15. Explique por qué una opción Europea estándar de compra es la suma de una opción Europea de compra con barrera inferior de entrada y una opción Europea de compra con barrera inferior de salida.

19.16. ¿Cuál es el precio de un derivado que paga 100 dólares en seis meses si el índice S&P 500 fuese superior a 1.000 y cero si esto no ocurre? Suponga que el nivel actual del índice fuese 960, el tipo libre de riesgo del 8 por ciento anual, el rendimiento por dividendo sobre el índice es del 3 por ciento anual y la volatilidad del índice del 20 por ciento.

19.17. Estime el tipo de interés pagado por P&G en el swap 5/30 de la Sección 19.3 si (a) el descuento comercial es el 6,5 por ciento y el rendimiento de la curva del Tesoro es plano al 6 por ciento, y (b) el descuento comercial es del 7,5 por ciento y la curva de rendimientos del Tesoro es plana al 7 por ciento.

19.18. Use DerivaGem para calcular el precio de:

(a) Una opción Europea estándar de compra sobre una acción que no pagase dividendo donde el precio de la acción es 50 dólares, el precio de ejercicio es 50 dólares, el tipo libre de riesgo del 5 por ciento anual, la volatilidad del 30 por ciento y el tiempo para el vencimiento es un año.

(b) Una opción Europea de compra con barrera inferior de salida con las características de (a) y barrera en 45 dólares.

(c) Una opción Europea de compra con barrera inferior de entrada con las características de (a) y barrera en 45 dólares.

Muestre que el precio de la opción (a) será la suma de los precios de las opciones (b) y (c).

Preguntas de repaso

19.19. ¿Cuál será el precio en dólares de un derivado que pagase 10.000 libras esterlinas en un año suponiendo que el tipo de cambio dólar-libra fuese superior a 1,5000 en ese momento? El tipo de cambio actual es 1,4800. Los tipos de interés del dólar y la libra esterlina son 4 por ciento y 8 por ciento anual respectivamente. La volatilidad del tipo de cambio es del 12 por ciento anual.

19.20. Considere una opción de compra con barrera superior de salida sobre una acción que no paga dividendos cuando el precio de la acción es 50, el precio de ejercicio 50, la volatilidad del 30 por ciento, el tipo de interés libre de riesgo del 5 por ciento, el tiempo para el vencimiento un año y la barrera está en 80. Use DerivaGem para valorar la opción y representar la relación entre (a) el precio de la opción y el precio de la acción, (b) el precio de la opción y el tiempo para el vencimiento, y (c) el precio de la opción y la volatilidad. Proponga una explicación intuitiva para los resultados obtenidos. Muestre que delta, theta y vega para una opción de compra con barrera superior de salida pueden ser tanto positivas como negativas.

19.21. Suponga que la curva LIBOR cupón cero con composición anual fuese plana al 5 por ciento. En un swap a cinco años, la empresa X paga un tipo fijo del 6 por ciento y recibe anualmente el LIBOR sobre un principal de 100 millones de dólares. La volatilidad del tipo swap a dos años durante tres años es del 20 por ciento.

(a) ¿Cuál será el precio del swap?

(b) Use DerivaGem para calcular el precio del swap si la empresa X tiene la opción de cancelarlo después de tres años.

(c) Use Deriva Gem para calcular el precio del swap si la otra parte tiene la opción de cancelarlo después de tres años.

(d) ¿Cuál será el precio del swap si cualquiera de las partes puede cancelarlo al final de los tres años?

CAPÍTULO 20

Derivados sobre crédito, clima, energía y seguros

En este capítulo examinamos algunas innovaciones recientes en los mercados de derivados. Explicamos los productos que han sido desarrollados para gestionar el riesgo del crédito, el riesgo de clima, el riesgo del precio de la energía, y los riesgos afrontados por las compañías de seguros. Algunos de los mercados de los cuales hablaremos están en las primeras fases de su desarrollo. A medida que maduren, podremos ver cambios significativos tanto en los productos que se ofrecen como en las formas de usarlos.

20.1. DERIVADOS DE CRÉDITO

Un derivado de crédito es un contrato donde el pago depende de la credibilidad del crédito de una o más entidades comerciales o soberanas. Su propósito es permitir que los riesgos de crédito sean negociados y gestionados de la misma forma que los riesgos de mercado.

Swaps de impago

El derivado de crédito más popular es un *credit default swap* (CDS). Éste es un contrato que asegura contra el riesgo de un impago por una empresa particular. La empresa es conocida como la *entidad de referencia* y un impago por la empresa se conoce como un *evento de crédito*. El comprador del seguro obtiene el derecho a vender un bono procedente de la empresa por su valor a la par cuando ocurre un evento de crédito. El bono es conocido como la *obligación de referencia* y el total del valor a la par del bono que puede venderse como el *principal nocional* del swap.

El comprador del CDS realiza pagos periódicamente al vendedor hasta el final de la vida del CDS o hasta que ocurre el evento de crédito. El evento de crédito suele requerir un pago final incrementado por parte del comprador. El swap se establece bien por entrega física, o bien en efectivo. Si los términos del swap requieren entrega física, el comprador del swap entrega los bonos al vendedor por su valor a la par como intercambio. Cuando hay una entrega en efectivo, un agente encargado del cálculo selecciona negociadores para determinar el precio medio mercado, Q, de la obligación de referencia cierto número de días especificado tras el evento de crédito. El pago en efectivo es pues por el $(100 - Q)$ % del principal nocional.

Un ejemplo puede ayudar a ilustrar cómo se estructura un acuerdo típico. Suponga que dos partes entran en un swap de impago a cinco años el 1 de marzo del 2000. Suponga que el principal nocional es de 100 millones de dólares y el comprador acuerda pagar 90 puntos básicos anualmente por protección contra el impago por la entidad de referencia. Si esta entidad no quiebra (eso es, no hay evento de crédito), el comprador no recibe pagos y paga 900.000 dólares el 1 de marzo de cada uno de los años 2001, 2002, 2003, 2004, y 2005. Si hay un evento de crédito, es muy probable que haya un pago substancial. Suponga que el comprador notifica al vendedor un evento de crédito el 1 de septiembre de 2003 (a mediados del cuarto año). Si el contrato especifica un acuerdo físico, el comprador tiene el derecho a vender 100 millones de dólares de valor a la par de la obligación de referencia por 100 millones de dólares. Si el contrato requiere un acuerdo en efectivo, el agente del cálculo elegirá negociadores para determinar el precio de mercado de la obligación de referencia una cantidad de días predeterminada después del evento de crédito. Si el precio de la obligación referencia resulta ser 35 por 100 dólares del valor a la par de la obligación, el pago en efectivo sería de 65 millones de dólares. En cualquier caso, sea el acuerdo físico o efectivo, se le requerirá al comprador pagar al vendedor la cantidad de pagos anuales acumulados entre el 1 de marzo de 2003 y el 1 de septiembre de 2003 (aproximadamente 450.000 dólares), pero no se le exigirán más pagos.

Hay muchas variaciones del swap de impago estándar. En un *swap de impago binario*, el pago en el caso de una quiebra es una cantidad específica de dólares. En un *swap de impago cesta*, se especifican un grupo de entidades de referencia, y hay un pago cuando la primera de estas entidades de referencia quiebra. En un *swap de impago contingente*, el pago requiere ambas cosas, un evento de crédito y una acción adicional. La acción adicional debería ser un evento de crédito con respeto a otra entidad de referencia o un movimiento específico en algunas variables de mercado. En un *swap de impago dinámico*, la cantidad nocional que determina el pago se une al valor de ajuste al mercado de una cartera de swaps.

Swaps de rendimiento total

En un swap de rendimiento total, el rendimiento de un activo o un grupo de activos se permuta por la rentabilidad de otro. El swap puede usarse para pasar riesgos de crédito a la otra parte o para diversificar riesgos de crédito cambiando un tipo de exposición por otro. Considere dos bancos, TexBank y MicBank. TexBank se localiza en Texas y está, ante todo, interesado en financiar la industria del petróleo. MicBank se sitúa en Michigan y está interesado sobre todo en financiar las fábricas automovilísticas y sus proveedores. Para reducir su riesgo de crédito, TexBank podría entrar en el swap de rendimiento total donde la rentabilidad de algunos de sus préstamos se cambia por una rentabilidad basada en LIBOR. MicBank podría hacer lo mismo. Esto tendría el efecto de pasar riesgos de crédito a alguien más. Alternativamente,

los dos bancos podrían entrar en un swap de rendimiento total donde TexBank cambia la rentabilidad en algunos de sus préstamos de petróleo por la rentabilidad de algunos de los préstamos para la adquisición de automóviles de MicBank. Esto conseguiría la diversificación de riesgos de crédito para ambas partes.

Opciones de diferencial de crédito

Una opción de diferencial de crédito es una opción sobre el diferencial entre los rendimientos generados por dos activos. La opción genera un pago cuando el diferencial excede cierto nivel (el diferencial de ejercicio). Considere un inversor con una inversión en bonos denominadas en dólares procedentes de Brasil. El inversor podría comprar una opción que paga cuando el rendimiento en los bonos exceda el rendimiento de los activos del Tesoro de EE.UU. en 500 puntos básicos. El pago podría calcularse como la diferencia entre el precio de la obligación con un diferencial de 500 puntos básicos y el precio de mercado del bono. Esta opción limitaría la exposición del inversor al crédito soberano subyacente.

20.2. DERIVADOS DEL CLIMA

Muchas empresas están en la posición donde su funcionamiento puede verse afectado adversamente por la climatología.[1] Puede ser interesante para estas empresas cubrir su riesgo de clima de la misma forma que cubren el riesgo de tipo de cambio o de tipo de interés.

Los primeros derivados del clima *over-the-counter* fueron introducidos en 1997. Para comprender cómo funcionan, introducimos dos variables:

HDD: Grados de calor extremo
CDD: Grados de frío extremo

El HDD de un día se define como

$$\text{HDD} = \max(0{,}65 - A)$$

El CDD de un día se define como

$$\text{CDD} = \max(0, A - 65)$$

donde A es la media de las temperaturas más alta y más baja durante el día en una estación del tiempo determinada, medida en grados Fahrenheit. Por ejemplo, si la temperatura máxima durante el día (de medianoche a medianoche) es de 68° Fahrenheit y la temperatura mínima es de 44° Fahrenheit, $A = 56$. La HDD diaria es pues 9 y la CDD diaria es de 0.

Un producto típico *over-the-counter* es un contrato a plazo o una opción cuyo pago depende de la HDD o CDD acumulada durante un período. Por ejemplo, un agente de inversiones podría en junio del 2000 vender a un cliente una opción de compra sobre la HDD acumulada

[1] El Departamento de Energía de los Estados Unidos ha estimado que una séptima parte de la economía estadounidense está sujeta a riesgos de clima.

durante febrero de 2001 en la estación meteorológica del Aeropuerto O'Hare de Chicago con un precio de ejercicio de 700 y un pago de 10.000 dólares por grado al día. Si la HDD acumulada actual es de 820, el pago es de 1,2 millones de dólares. A menudo los contratos incluyen un cap de pago. Si el cap de pago en nuestro ejemplo es de 1,5 millones de dólares, el contrato es equivalente a un diferencial alcista. El cliente tiene una posición larga en una opción de compra sobre el HDD acumulado con un precio de ejercicio de 700 y una posición corta en una opción de compra con precio de ejercicio de 850.

El HDD del día es una medida del volumen de energía requerida para la calefacción durante el día. El CDD del día es una medida del volumen de energía requerida para refrigerar durante el día. Actualmente, la mayoría de contratos de derivados de clima son introducidos por los productores y consumidores de energía. Pero los minoristas, las cadenas de supermercados, las fábricas de comida y bebida, las empresas de servicios de la salud, empresas de agricultura, y empresas en la industria del ocio son usuarios potenciales de los derivados de clima. La 'Weather Risk Management Association' (www.wrma.org) ha sido formada para servir los intereses de los gestores de riesgos de clima.

En septiembre de 1999, el 'Chicago Mercantile Exchange' empezó a negociar futuros de clima y opciones Europeas sobre futuros de clima. Los contratos se hacen sobre el HDD yel CDD acumulada observado en una estación meteorológica durante un mes.[2] Los contratos se liquidan en efectivo justo después del final del mes, una vez se conocen HDD y CDD. Un contrato futuro es 100 veces el HDD o CDD acumulado. La empresa 'Earth Satellite Corporation' calcula HDD y CDD usando equipos de recopilación automática de datos.

Los derivados del clima se suelen valorar usando datos históricos. Considere, por ejemplo, la opción de compra sobre HDD en febrero de 2001 en el Aeropuerto O'Hare de Chicago mencionada anteriormente. Podríamos recoger 50 años de datos y estimar una distribución de probabilidad para HDD. Esto, a su vez, podría usarse para obtener una distribución de probabilidad del pago de la opción. Nuestra estimación del precio de la opción sería la media de esta distribución descontada al tipo libre de riesgo.[3] Podríamos querer ajustar la distribución de probabilidad según las tendencias de la temperatura. Por ejemplo, una regresión lineal podría mostrar que la HDD acumulativa de febrero está decreciendo a un tipo de 15 por año de media. Podemos usar el resultado de la regresión para estimar una distribución de probabilidad ajustada por tendencias para HDD en febrero del 2001.

20.3. DERIVADOS DE ENERGÍA

Las empresas de energía están entre los usuarios de derivados más activos y sofisticados. Muchos productos de energía se negocian tanto en el mercado *over-the-counter* como en los mercados organizados. En esta sección examinaremos la negociación en derivados de petróleo crudo, gas natural, y de electricidad.

Petróleo crudo

El petróleo crudo es uno de los bienes más importantes en el mundo con una demanda global cuantificada en 65 millones de barriles (8,9 millones de toneladas) diarios. Los contratos de

[2] El CME ha introducido contratos para 10 estaciones climáticas diferentes (Atlanta, Chicago, Cincinatti, Dallas, Des Moines, Las Vegas, New York, Philadelphia, Portland y Tucson).

[3] Este enfoque es teóricamente correcto porque es razonable suponer que el clima no tiene riesgo sistemático.

aprovisionamiento a un precio fijo para diez años han sido comunes en el mercado over-the-counter durante mucho tiempo. Estos son swaps donde se cambia el petróleo a un precio fijo por petróleo a un precio variable.

En los setenta el precio del petróleo tuvo una elevada volatilidad. La guerra de 1973 en el Oriente Medio llevó a una triplicación de los precios del petróleo. La caída del Shah de Irán al final de los setenta volvió a incrementar los precios. Estos sucesos llevaron a los productores y usuarios de petróleo a la conclusión de que necesitaban herramientas más sofisticadas para gestionar el riesgo de petróleo. En los ochenta, tanto los mercados *over-the-counter* como los organizados desarrollaron productos para satisfacer esta necesidad.

En el mercado *over-the-counter*, virtualmente cualquier contrato derivado disponible sobre acciones comunes o sobre índices bursátiles está ahora disponible con el petróleo como subyacente. Swaps, contratos a plazo, y opciones son muy utilizadas. Los contratos a veces requieren un cierre en efectivo y a veces requieren un cierre con entrega física (es decir, con la entrega del petróleo).

Los contratos negociados en mercados organizados son también populares. El 'New York Mercantile Exchange' (NY-MEX) y el 'International Petroleum Exchange' (IPE) negocian contratos de futuros sobre petróleos y opciones sobre futuros. Algunos de los contratos futuros se cierran en efectivo; otros se cierran por entrega física. Por ejemplo, los futuros sobre petróleo crudo Brent negociados en el IPE tienen un cierre en efectivo basado en el precio del índice Brent; los futuros de petróleo crudo dulce ligero negociados en NYMEX requieren entrega física. En ambos casos la cantidad de petróleo subyacente a un contrato es de 1.000 barriles. NYMEX también negocia contratos muy usados en dos productos refinados: gasóleo de calefacción y gasolina. En ambos casos, un contrato es para la entrega de 42.000 galones.

Gas natural

La industria del gas natural en todo el mundo ha pasado por un período de desregulación y la eliminación de monopolios estatales. El proveedor de gas natural no coincide necesariamente con el productor de gas. Los proveedores se encuentran con el problema de encontrar demanda diaria.

Un contrato típico *over-the-counter* es para la entrega de una cantidad específica de gas natural a una tasa casi uniforme por un período superior a un mes. Los contratos a plazo, las opciones y swaps están disponibles en el mercado *over-the-counter*. El vendedor de gas es normalmente responsable de trasladar el gas mediante tuberías hasta la localidad especificada. NYMEX negocia un contrato para la entrega de 10.000 millones de unidades térmicas británicas de gas natural. El contrato, si no se cierra anticipadamente, requiere la entrega física durante el mes de entrega a una tasa casi uniforme en un depósito particular en Louisiana. El IPE negocia un contrato similar en Londres.

Electricidad

La electricidad es una mercancía poco común porque no puede almacenarse fácilmente.[4] La oferta máxima de electricidad en una región en cualquier momento es determinada por la ca-

[4] Los productores de electricidad con capacidad sobrante a menudo utilizan esta capacidad para bombear agua a lo más alto de sus plantas hidroeléctricas de forma que pueda usarse para la producción de energía eléctrica en el futuro. Esto es lo más cerca a que puede llegar el almacenamiento de esta mercancía.

pacidad máxima de todas las plantas de producción de electricidad en la región. En los Estados Unidos hay 140 regiones conocidas como *áreas de control*. La demanda y la oferta se emparejan dentro de un área de control, y cualquier exceso de energía se vende a otras áreas de control. Es este exceso de energía el que constituye el mercado al por mayor de electricidad. La capacidad de una área de control para vender energía a otra área de control depende de la capacidad de transmisión de las líneas entre las dos áreas. La transmisión de un área a otra comporta un coste de transmisión, cargado por el propietario de la línea, y generalmente hay algunas transmisiones o energía que se pierde.

Un gran uso de electricidad es para los sistemas de aire acondicionado. El resultado de la demanda de electricidad, y en consecuencia su precio, es más grande en los meses de verano que en los meses de invierno. El no-almacenamiento de electricidad a menudo causa movimientos muy grandes en su precio al contado. Se sabe que las olas de calor han incrementado el precio al contado en un 1.000 por ciento en períodos cortos de tiempo.

Al igual que el gas natural, la electricidad ha atravesado un período de desregulación y la eliminación de los monopolios estatales. Esto ha ido acompañado por el desarrollo de un mercado de derivados de electricidad. NYMEX ahora negocia un contrato de futuros del precio de la electricidad, y hay un mercado activo *over-the-counter* en contratos a plazo, opciones, y swaps. Un contrato típico (en mercado organizado o bien *over-the-counter*) permite recibir un número específico de megawatios/hora a un precio específico en un lugar específico durante un mes en concreto. En un contrato 5 × 8, la energía se recibe cinco días a la semana (de lunes a viernes) durante un período fuera de punta (de 11 p.m. a 7 a.m.) para el mes específico. En un contrato 5 × 16, la energía se recibe cinco días a la semana durante un período en punta (de 7 a.m. a 11 p.m.) para un mes específico. En un contrato 7 × 24, se recibe todo el día durante el mes. Los contratos de opción o bien tienen ejercicio diario o mensual. En el caso de ejercicio diario, el titular de la opción puede elegir para recibir en cada día del mes (dando un preaviso al día) la cantidad específica de energía al precio de ejercicio específico. Cuando el ejercicio es mensual, una decisión individual para recibir energía para todo el mes al precio de ejercicio específico se hace al principio del mes.

Un interesante contrato en mercados de electricidad y gas natural es el que se conoce como la *opción swing* u *opción coger y pagar*. En ésta, se especifica un mínimo y un máximo para la energía que debe adquirirse a un cierto precio por el titular de la opción para cada día durante un mes y para el mes en total. El titular de la opción puede cambiar la tasa a la cual la energía se compra durante el mes, pero normalmente hay un límite en el número total de cambios que se pueden hacer.

Características de los precios de energía

Los precios de energía, al igual que los precios de las acciones, tienen volatilidad. A diferencia de los precios de las acciones, también muestran estacionalidad y reversión a la media. (Véase Sección 18.7 para una discusión de la reversión a la media.) La estacionalidad es generada por la demanda estacional de energía y las dificultades para almacenarla. La reversión a la media se origina porque el desequilibrio entre la oferta a corto plazo y la demanda causa movimientos en los precios que se alejan de su media estacional, pero una vez las condiciones de mercado normales se restablecen tienden a acercarse a la media estacional. Para el petróleo crudo, la volatilidad, la estacionalidad, y la reversión a la medida son todas relativamente bajas. Para el gas natural son algo más elevadas y para la electricidad son mucho más grandes.

Una volatilidad típica para el petróleo es 20 por ciento al año; para el gas natural, es 40 por ciento al año; para la electricidad, la volatilidad es a menudo del 100 o 200 por ciento por año.

Cómo un productor de energía puede cubrirse de los riesgos

Hay dos componentes de los riesgos a los que se enfrentan los productores de energía. Uno es el riesgo de precio; el otro es el riesgo de volumen. Aunque los precios se ajustan para reflejar los volúmenes, hay una relación menos que perfecta entre las dos, y los productores de energía deben tener ambos en cuenta cuando desarrollan una estrategia de cobertura. El riesgo de precio puede cubrirse usando los contratos de derivados de energía discutidos en esta sección. Los riesgos de volumen pueden cubrirse usando los derivados de clima discutidos en la sección previa.

Definimos

Y: Beneficio de un mes
P: Media de los precios de la energía para el mes
T: Variable relevante de la temperatura (HDD o CDD) para el mes

Un productor de energía puede usar datos históricos para obtener el mejor ajuste lineal mediante la regresión de la forma

$$Y = a + bP + cT + \varepsilon$$

donde ε es el término de error. El productor de energía puede entonces cubrir riesgos para el mes tomando una posición de $-b$ en contratos a plazo o futuros de energía y una posición de $-c$ en contratos a plazo o futuros de clima. Esta relación puede también usarse para analizar la efectividad de las diferentes estrategias.

20.4. DERIVADOS DE SEGUROS

Cuando los contratos de derivados se usan para realizar una cobertura, tienen muchas de las mismas características que los contratos de seguro. Ambos tipos de contratos se diseñan para dar una protección frente a los sucesos adversos. No es sorprendente que muchas empresas aseguradoras tengan filiales que negocian derivados y que muchas de las actividades de las compañías aseguradoras estén resultando muy parecidas a las de los bancos de inversión.

Tradicionalmente, la industria aseguradora ha cubierto su exposición frente a los riesgos catastróficos (CAT) como huracanes y terremotos usando una práctica conocida como el reaseguro. Los contratos de reaseguro pueden tomar muchas formas. Suponga que una empresa aseguradora tiene una exposición de 100 millones de dólares frente a los terremotos en California y lo quiere limitar a 30 millones de dólares. Una alternativa es entrar en contratos de reaseguro anuales que cubren una base prorrata del 70 por ciento de su exposición. Si los terremotos suponen en un cierto año un total de 50 millones de dólares, los costes para la empresa serían sólo de 15 millones de dólares. Otra alternativa más conocida, con primas de reaseguro más bajas, es comprar una serie de contratos de reaseguros cubriendo lo que se

conoce como *exceso de costes segmentados*. El primer segmento podría indemnizar por pérdidas entre 30 y 40 millones de dólares; el siguiente segmento cubrirá las pérdidas entre 40 y 50 millones de dólares; y así sucesivamente. Cada contrato de reaseguro se conoce como un contrato de reaseguro por *exceso de pérdidas*. El reasegurador ha emitido un diferencial alcista sobre el total de pérdidas. Es una posición larga en una opción de compra con un precio de ejercicio igual al extremo inferior del segmento y una posición corta sobre una opción de compra con un precio de ejercicio igual al extremo superior del segmento.[5]

Los proveedores de capital de los reaseguros CAT han sido tradicionalmente compañías reaseguradoras y sindicatos Lloyds (los cuales son sindicatos con responsabilidad no limitada de individuos adinerados). En años recientes, la industria ha llegado a la conclusión de que sus necesidades de reaseguro han superado lo que pueden proveer estas fuentes tradicionales. Se han buscado nuevas formas en las que los mercados de capital puedan proporcionar un reaseguro. Uno de los sucesos que empujó a la industria a replantear sus prácticas fue el huracán Andrew en 1992, que causó unos 15 billones de dólares de costes de seguros en Florida. Esto excedió el total de las primas de seguro relevantes en Florida durante los siete años previos. Si el huracán Andrew hubiera afectado a Miami, se estima que las pérdidas aseguradas hubieran excedido los 40 millones de dólares. El huracán Andrew y otras catástrofes han llevado a grandes subidas en las primas de seguro/reaseguro.

Los contratos de futuros sobre seguros en los mercados organizados han sido desarrollados por CBOT, pero no han tenido mucho éxito. El mercado *over-the-counter* ha crecido con muchos productos que son alternativos a los reaseguros tradicionales. El más popular es el bono CAT. Es un bono que procede de una filial de una compañía de seguros que paga un tipo de interés más elevado de lo normal. A cambio del interés extra, el titular del bono acuerda dar un contrato de reaseguro por exceso de coste. Dependiendo de los términos del bono CAT, el interés o el capital (o ambos) pueden usarse para satisfacer las demandas. En el ejemplo considerado anteriormente donde una compañía de seguros quiere protección por las pérdidas de los terremotos de California entre 30 millones y 40 millones de dólares, la compañía aseguradora podría emitir bonos CAT con un capital total de 10 millones de dólares. En el caso de que las pérdidas para la compañía aseguradora por los terremotos de California excedieran, 30 millones de dólares, los titulares de los bonos perderían parte o todo su capital. Como alternativa, la compañía aseguradora podría cubrir el exceso del coste del segmento realizando una emisión mucho mayor de bonos donde sólo se arriesga el interés de los titulares de los bonos.

Los bonos CAT suelen tener una probabilidad elevada de un tipo de interés por encima de lo normal y una probabilidad baja de una pérdida elevada. ¿Por qué los inversores estarían interesados en estos instrumentos? La respuesta es que no hay correlaciones significativas entre riesgos CAT y los rendimientos del mercado.[6] Los bonos CAT son, pues, una adición atractiva para la cartera de un inversor. No tienen riesgo sistemático con lo que su riesgo total puede ser completamente diversificado en una gran cartera. Si la rentabilidad esperada de un bono CAT es superior al tipo de interés libre de riesgo (y típicamente lo es), este bono puede mejorar la disyuntiva entre riesgo y rentabilidad.

---

[5] El reaseguro se ofrece a veces de forma global (*lump sum*) si se alcanza cierto nivel de pérdidas. El reasegurador entonces emite una opción binaria de compra a efectivo o nada sobre las pérdidas.

[6] Véase R. H. Litzenberger, D. R. Beaglehole, y C. E. Reynolds, «Assessing Catastrophe Reinsurance-Linked Securities as a New Asset Class», *Journal of Portfolio Management* (invierno 1996): 76-86.

20.5. RESUMEN

Este capítulo ha mostrado que cuando hay que gestionar el riesgo, los mercados de derivados han sido muy innovadores desarrollando productos para satisfacer las necesidades de los participantes de merado.

El propósito de los derivados de crédito es hacer posible que los riesgos de crédito sean negociados y gestionados de la misma forma que los riesgos de mercado. Un swap de impagos proporciona un seguro frente al riesgo de que una empresa particular quiebre. Un swap de rendimiento total permite gestionar una cartera de riesgos de crédito. Una opción sobre el diferencial de crédito genera un pago que depende del diferencial entre dos tasas.

El mercado para derivados sobre clima es relativamente nuevo pero también atrae mucha atención. Dos medidas, HDD y CDD, han sido desarrolladas para describir la temperatura durante un mes. Se usan para definir los pagos tanto en derivados en mercados organizados como *over-the-counter*. Sin duda a medida que el mercado de derivados del clima se desarrolla veremos cómo los contratos sobre precipitaciones, nieve y otras variables similares resultan más comunes.

En los mercados energéticos, los derivados sobre el petróleo han sido importantes durante cierto tiempo y juegan un papel clave ayudando a que los productores de petróleo y los consumidores de petróleo gestionen su riesgo de precio. Los derivados de gas natural y electricidad son relativamente nuevos. Resultan importantes para la gestión del riesgo desde que estos mercados fueros desregulados y los monopolios estatales se suspendieron.

Los derivados de seguros están ahora empezando a ser un reaseguro tradicional alternativo como una forma para que las empresas de seguros gestionen los riesgos de un suceso catastrófico como un huracán o un terremoto. Sin duda veremos cómo otros tipos de seguros (por ejemplo, los seguros de vida y los seguros de automóviles) se aseguran de forma similar a medida que el mercado se desarrolla.

Lecturas recomendadas

Arditti, F., L. Cai, y M. Cao, «Whether to Hedge». *RISK Supplement on Weather Risk* (1999): 9-12

Canter, M. S., J. B. Cole, y R. L. Sandor, «Insurance Derivatives: A New Asset Class for the Capital Markets and a New Hedging Tool for the Insurance Industry», *Journal of Applied Corporate Finance* (otoño 1997): 69-83

Clewlow, L. y C. Strickland, *Energy Derivatives*: *Pricing and Risk Management*. Lacima Group, 2000

Das, S., *Credit Derivatives: Trading & Management of Credit & Default Risk.* Singapore: John Wiley e hijos, 1998

Eydeland, A. y H. Geman, «Pricing Power Derivatives». *RISK*, (octubre 1998): 71 73

Geman, H., «CAT Calls». *RISK* (septiembre 1994): 86-89

Hanley, M., «A Catastrophe Too Far», *RISK Supplement on Insurance* (julio 1998)

Hull, J. C. y A. White, «Valuing Credit Default Swaps I: No Counterparty Default Risk». *Journal of Derivatives* 8 (1) (2000): 29-40

Hunter, R., «Managing Mother Nature». *Derivatives Strategy* (febrero 1999)

Joskow, P., «Electricity Sectors in Transition». *The Energy Journal* 19 (1998): 25-52

Kendall, R., «Crude Oil: Price Shocking». *RISK Supplement on Commodity Risk* (mayo 1999)

Litzenberger, R. H., D. R. Beaglehole, y C. E. Reynolds, «Assessing Catastrophe Reinsurance-Linked Securities as a New Asset Class». *Journal of Portfolio Management* (invierno 1996): 76-86

Tavakoli, J. M., *Credit Derivatives: A Guide to Instruments and Applications*. New York: John Wiley e hijos, 1998

Test (respuestas al final del libro)

20.1. Explique la diferencia entre un swap de impago y un swap de rendimiento total.

20.2. Un swap de impago requiere una prima de 60 puntos básicos por año pagada semestralmente. El principal es de 300 millones de dólares y el swap de impago se realiza en efectivo. Una quiebra ocurre después de cuatro años y dos meses, y el agente del cálculo estima que el precio del bono de referencia es del 40 por ciento de su valor nominal poco después de la quiebra. Describa los flujos de caja y sus vencimientos para el vendedor del swap de impago.

20.3. Un contrato proporciona un pago en dólares igual al HDD observado en un día. Caracterice este contrato como una opción.

20.4. Suponga que cada día durante julio la temperatura mínima es de 68° Fahrenheit y la temperatura máxima es de 82° Fahrenheit. ¿Cuál es el pago de una opción de compra sobre el CDD acumulado durante julio con un precio de ejercicio de 250 y un pago de 5.000 dólares por grado diario?

20.5. ¿Cuáles son las características de una fuente de energía donde el precio tiene una volatilidad muy elevada y una tasa muy elevada de reversión a la media? Dé un ejemplo de una fuente de energía de este tipo.

20.6. ¿Cómo puede un productor de gas utilizar los mercados de derivados cubrir sus riesgos?

20.7. Explique cómo funcionan los bonos CAT.

Preguntas y problemas (respuestas en el manual de soluciones)

20.8. «La posición de un comprador de un swap de impago es similar a la posición larga en un bono del Tesoro y una posición corta en un bono empresarial.» Explique esta afirmación.

20.9. Suponga que tiene 50 años de datos de temperatura a su disposición. Explique el análisis que llevaría a cabo para calcular el CDD acumulado para el próximo julio.

20.10. ¿Esperaría que la reversión a la media fuese la causa de que la volatilidad del precio a plazo trimestral de una fuente de energía fuese mayor o menor que la volatilidad del precio al contado? Explique.

20.11. Explique cómo funciona una opción 5 × 8 para mayo 2001 sobre electricidad con ejercicio diario. Explique cómo funciona una opción 5 × 8 para mayo 2001 sobre electricidad con ejercicio mensual. ¿Cuál sería más caro?

20.12. Considere dos bonos con el mismo cupón, tiempo para el vencimiento, y precio. Uno es un bono corporativo con calificación B. El otro es un bono CAT. Un análisis basado en datos históricos muestra que las pérdidas esperadas en los dos bonos en cada año de sus vidas. ¿Qué bono aconsejaría usted para comprar a un gestor de carteras y por qué?

20.13. En un swap de impago cesta, el coste del seguro ¿sube o baja cuando crecen las correlaciones entre quiebras de las entidades de referencia en la cesta?

Preguntas de repaso

20.14. Las pérdidas de una compañía de seguros de cierto tipo siguen aproximadamente una distribución normal con un media de 150 millones de dólares y una desviación estándar de 50 millones de dólares. (Suponga que no hay diferencias entre las pérdidas en un mundo neutral al riesgo y las pérdidas en el mundo real.) El tipo de interés libre de riesgo a un año es el 5 por ciento. Estime el coste de lo siguiente:

(a) Un contrato que pagará en un año el 60 por ciento de los costes de la compañía de seguros en una base pro rata.

(b) Un contrato que paga 100 millones de dólares en el tiempo de un año si las pérdidas exceden 200 millones de dólares.

20.15. Suponga que

(a) El rendimiento de un bono del Tesoro a cinco años es el 7 por ciento.

(b) El rendimiento en un bono corporativo a cinco años emitido por la compañía X es 9,5 por ciento.

(c) El swap de impago a cinco años que asegura contra la quiebra de la compañía X cuesta 150 puntos básicos por año.

¿Qué estrategia de negociación recomendaría y por qué?

CAPÍTULO 21

Las catástrofes con derivados y lo que podemos aprender de ellas

A finales de los ochenta y noventa se produjeron algunas pérdidas espectaculares en mercados de derivados. Las Tablas 21.1 y 21.2 proporcionan una lista de algunas de estas pérdidas. En la Tabla 21.1, las pérdidas fueron obtenidas por instituciones financieras; la Tabla 21.2 incluye las pérdidas de organizaciones no financieras. Lo destacado de la lista es el número de casos donde las grandes pérdidas vienen originadas por las actividades de un único empleado. En 1995, la gestión de Nick Leeson llevó un banco británico de 200 años, Barings, a derrumbarse; en 1994, la gestión de Robert Citron llevó a Orange County, un municipio en California, a perder unos 2 billones de dólares. La gestión de Joseph Jett para Kidder Paebody produjo una pérdida de 350 millones de dólares. Las grandes pérdidas en Daiwa, Shell, y Sumitomo fueron también el resultado de las actividades de una sola persona.

Las pérdidas no deberían interpretarse como una acusación al conjunto de la industria de derivados. El mercado de derivados es un inmenso mercado de muchos trillones de dólares que desde muchos puntos de vista ha tenido mucho éxito y ha servido para cubrir las necesidades de sus usuarios de forma correcta. Los sucesos descritos en las tablas representan una pequeña proporción del total de operaciones (tanto en número como en valor). No obstante, vale la pena considerar cuidadosamente las lecciones que podemos aprender de ellas. Esto es lo que haremos en este capítulo final.

21.1. LECCIONES PARA TODOS LOS USUARIOS DE DERIVADOS

Primero, consideramos las lecciones apropiadas para todos los usuarios de derivados tanto si son empresas financieras como no financieras.

Tabla 21.1. Grandes pérdidas por instituciones financieras.

Barings

Este banco británico de 200 años de antigüedad fue liquidado en 1995 por las actividades de un negociador, Nick Leeson, en Singapur. Las funciones de este operador eran arbitrar entre los precios de los futuros sobre el Nikkei 225 en Singapur y Osaka. En lugar de eso, hizo grandes apuestas a la dirección futura del Nikkei 225 usando futuros y opciones. La pérdida total fue cercana a 1.000 millones de dólares.

Chemical Bank

Este banco usaba un modelo incorrecto para valorar los caps sobre tipos de interés a finales de los 80 y terminó con una pérdida final de 33 millones de dólares.

Daiwa

Un operador trabajando en New York para este banco japonés perdió más de 1.000 millones de dólares en los 90.

Kidder Peabody

Las actividades de un único operador, Joseph Jett, llevaron a este agente de inversiones de New York a perder 350 millones de dólares negociando valores del gobierno de EE.UU y sus *strips*. (Los *strips* se crean cuando se venden por separado cada uno de los flujos efectivos subyacentes a un bono.) La pérdida se debió a un error en la forma en que el sistema informático de la empresa calculaba los beneficios.

Long-Term Capital Management

Este fondo de cobertura perdió unos 4.000 millones de dólares en 1998. La estrategia seguida por el fondo fue convergencia-arbitraje. Esta estrategia intenta identificar dos valores casi idénticos cuyos precios sean diferentes. La empresa compraría el valor más barato y vendería a corto el más caro, cubriendo cualquier riesgo residual. A mitad de 1998 la empresa quedó malherida por el incremento en los diferenciales de crédito resultante de impagos de bonos rusos. Se consideró que este fondo era demasiado grande para quebrar. La Reserva Federal de New York organizó una operación de salvación de 3.500 millones de dólares animando a 14 bancos a invertir en el fondo.

Midland Bank

Este banco británico perdió 500 millones de dólares a principios de los 90 debido principalmente a una apuesta incorrecta sobre los movimientos de los tipos de interés. Fue adquirido más tarde por el banco de Shanghai y Hong Kong.

National Westminster Bank

Este banco británico perdió unos 130 millones de dólares usando modelos incorrectos para valorar opciones sobre swaps en 1997.

Sumitomo

Un solo operador trabajando para este banco japonés perdió más de 2.000 millones de dólares en el mercado de cobre al contado, y futuros y opciones sobre el cobre en los 90.

Tabla 21.2. Grandes pérdidas por organizaciones no financieras.

Allied Lyons
El departamento de tesorería de esta empresa de bebidas y comidas perdió 150 millones de dólares en 1991 vendiendo opciones de compra sobre el tipo de cambio entre el dólar USA y la libra esterlina.

Gibson Greetings
El departamento de tesorería de esta industria de tarjetas de bienvenida en Cincinnati perdió alrededor de 20 millones de dólares en 1994 negociando contratos de derivados exóticos sobre tipos de interés con Bankers Trust. Más tarde demandaron a Bankers Trust y los llevaron a juicio.

Hammersmith y Fulham
Esta autoridad local británica perdió unos 600 millones de dólares en swaps y opciones de tipo de interés sobre libras esterlinas en 1998. Posteriormente, todos sus contratos fueron declarados nulos e inválidos por los tribunales británicos con mayores molestias para los bancos al otro lado de las transacciones.

Metallgesellschaft
Esta empresa alemana participó en contratos a largo plazo para ofrecer petróleo y gasolina y los cubrieron mediante varios contratos futuros a corto plazo (véase Sección 6.8). Perdió 1,8 millones de dólares cuando fue forzada a dejar esta actividad.

Orange County
Las actividades del tesorero, Robert Citron, llevaron a este municipio de California a perder 2.000 millones de dólares en 1994. El tesorero estaba usando derivados para especular creyendo que los tipos de interés no subirían.

Procter y Gamble
El departamento de tesorería de esta gran compañía norteamericana perdió alrededor de 90 millones de dólares en 1994 negociando contratos de derivados exóticos sobre tipos de interés con Bankers Trust. (Uno de estos contratos se describe en la Sección 21.8.) Más tarde demandaron a Bankers Trust y les llevaron a juicio.

Shell
Un único empleado trabajando por una filial japonesa de esta compañía perdió 1.000 millones de dólares negociando sin autoridad alguna futuros sobre divisas.

Defina los límites de riesgo

Es esencial que todas las compañías definan de una forma clara y sin ambigüedades los límites de los riesgos financieros que pueden asumir. Deberán entonces establecer procedimientos para asegurar que estos límites se respetan. Lo ideal sería que los límites de riesgo en conjunto fueran fijados a un nivel de consejo de administración. Éstos serían pues convertidos en límites aplicables a los individuos responsables para dirigir riesgos determinados. Los informes diarios deberían indicar la ganancia o la pérdida producida por los movimientos experimentados en las variables de mercado. Éstos deberían ser comparadas con las pérdidas actuales experimentadas para asegurar que los procedimientos de valoración involucrados en los informes son precisos.

Es particularmente importante que las compañías supervisen cuidadosamente los riesgos cuando se usan derivados. Esto es porque, tal y como vimos en el Capítulo 1, los derivados pueden usarse para tareas de cobertura, especulación y arbitraje. Sin una supervisión cercana es imposible saber si un operador de derivados que cubre los riesgos de la empresa se ha convertido en un especulador o si ha pasado de arbitrajista a especulador. *Barings* es un ejemplo clásico de cómo nos podemos equivocar. Las funciones de Nick Leeson eran llevar a cabo un arbitraje bajo en riesgos entre los mercados de Singapur y Osaka en futuros sobre el Nikkei 225. Desconocido por sus superiores en Londres, Leeson pasó de ser un arbitrajista a realizar enormes apuestas sobre la dirección futura del Nikkei 225. Los sistemas internos de Barings fueron tan inadecuados que nadie supo lo que estaba haciendo.

El argumento aquí no es que no se deban correr riesgos. Un tesorero trabajando para una corporación o un operador en una institución financiera o un gestor de fondos debería poder tomar posiciones con respecto a la dirección futura de las variables de mercado relevantes. Lo que estamos argumentando es que los tamaños de las posiciones que pueden tomarse deberían estar limitados y los sistemas deben informar de forma muy precisa sobre los riesgos que se asumen.

Asuma seriamente los límites de los riesgos

¿Qué sucede si un individuo excede los límites del riesgo y obtiene un beneficio? Éste es un tema truculento para la dirección senior. Es tentador cerrar un ojo ante los violadores de los límites de riesgo cuando se produce una ganancia. Sin embargo, actuar así resulta corto de miras. Lleva a una cultura donde los límites de riesgo no se toman en serio, y pone las bases de un desastre. En muchas de las situaciones enumeradas en las Tablas 21.1 y 21.2, las empresas aceptaron los riesgos que estaban tomando porque se enfrentaron a riesgos similares en años previos y obtuvieron ganancias.

El clásico ejemplo es Orange County. Las actividades de Robert Citron en 1991-1993 habían sido muy provechosas para Orange County, y el municipio se había confiado en su negociación para obtener financiaciones adicionales. La gente decidió ignorar los riesgos que estaban asumiendo porque producía beneficios. Desgraciadamente, las pérdidas obtenidas en 1994 excedieron con mucho los beneficios de sus años previos.

Las multas por exceder los límites de riesgo deberían ser iguales cuando aumenta el resultado como cuando se reduce el resultado. De otro modo, los operadores que obtienen pérdidas pueden aumentar sus apuestas con la esperanza de que eventualmente se produzca un beneficio y todo se olvide.

No asuma que usted puede adelantarse al mercado

Posiblemente algunos operadores son mejores que otros. Pero ningún operador actúa correctamente todo el tiempo. Un operador que predice correctamente la dirección en la que se moverán las variables de mercado el 60 por ciento de las veces lo está haciendo muy bien. Si un operador tiene un historial de aciertos destacados (tal y como Robert Citron tenía a principios de los 90), es más probable que sea resultado de la suerte que debido a una destreza negociadora superior.

Suponga que una institución financiera contrata 16 operadores y uno de ellos obtiene beneficio en cada cuarto de año. ¿Debe el negociador recibir una buena bonificación? ¿Deberían

incrementar los límites de riesgo del negociador? La respuesta a la primera pregunta es que inevitablemente el negociador recibirá una buena bonificación. La respuesta a la segunda pregunta sería no. La probabilidad de lograr un beneficio en 4 trimestres consecutivos negociando al azar es $0,5^4$ o 1 entre 16. Esto significa que sólo por casualidad, uno de los 16 operadores «lo hará correctamente» cada trimestre del año. No deberíamos suponer que la suerte del negociador continuará y no deberíamos subir sus límites de riesgo.

No desestime los beneficios de la diversificación

Cuando un negociador parece bueno haciendo predicciones sobre una cierta variable de mercado, se tiende a subir los límites del negociador. Acabamos de argumentar que es una mala idea porque es muy probable que el negociador haya tenido suerte en lugar de inteligencia. Sin embargo, supongamos que estamos realmente convencidos que el negociador tiene talentos especiales. ¿Cuánta reducción en la diversificación deberíamos asumir para poder aprovechar los rasgos especiales del negociador? La respuesta es que los beneficios de la diversificación son enormes, y no es probable que ningún negociador sea tan bueno que valga la pena privarse de estos beneficios para especular fuertemente sólo con una variable del mercado.

Un ejemplo ilustrará este punto. Suponga que hay 10 acciones, cada una de ellas tiene un rendimiento esperado del 10 por ciento por año y una desviación estándar del rendimiento del 30 por ciento. La correlación entre los rendimientos entre cualquier par de acciones es 0,2. Dividiendo una inversión por igual entre las 10 acciones, un inversor obtiene un rendimiento esperado del 10 por ciento por año y una desviación estándar del rendimiento de 14,7 por ciento. La diversificación permite al inversor reducir los riesgos en más de la mitad. Otra forma de expresar esto es que la diversificación permite a un inversor doblar su rentabilidad esperada por unidad de riesgo asumida. El inversor debería ser extremadamente bueno escogiendo acciones para lograr el mismo resultado con inversiones en acciones de una sola empresa.

Realice análisis del escenario y tests de stress

El cálculo de las medidas de riesgo como el VaR debería ir siempre acompañado por análisis del escenario y tests de stress para entender lo que va mal. Estas técnicas fueron mencionadas en el Capítulo 16. Son muy importantes. Los seres humanos tienen una desafortunada tendencia a centrarse en uno o dos escenarios cuando evalúan decisiones. En 1993 y en 1994, por ejemplo, Procter and Gamble y Gibson Greetings estaban tan convencidas de que los tipos de interés permanecerían bajos que ignoraron la posibilidad de un incremento de 100 puntos básicos en la toma de su decisión.

Es importante ser creativo en la forma de generar los escenarios. Una posibilidad consiste en tomar datos de hace diez o veinte años y elegir los escenarios más extremos. A veces faltan datos en una variable clave. Entonces es sensato elegir una variable parecida para la cual que dispongamos de muchos más datos y usar cambios porcentuales diarios históricos en esa variable como una aproximación para posibles cambios porcentuales diarios en la variable clave. Por ejemplo, si hay pocos datos de precios de bonos emitidos por un determinado país del Tercer Mundo, podemos estudiar los datos históricos de precios de bonos emitidos por otros países similares para desarrollar posibles escenarios.

21.2. LECCIONES PARA LAS INSTITUCIONES FINANCIERAS

Ahora continuaremos considerando lecciones que son especialmente relevantes para las instituciones financieras.

Supervise a los operadores con cuidado

En las salas de negociación hay una tendencia a considerar a los operadores con un alto rendimiento como «intocables» y a no supervisar sus actividades con la misma atención que las de otros operadores. Aparentemente Joseph Jett, operador estrella de los instrumentos de tesorería de Kidder Peabody, solía estar «demasiado ocupado» para contestar a las preguntas y comentar sus posiciones con los gestores de riesgos de la empresa.

Es importante que todos los operadores —particularmente aquéllos que obtengan altos beneficios— estén plenamente controlados. Es importante para la institución financiera saber qué los elevados beneficios se obtienen tomando riesgos excesivamente elevados. Es también importante comprobar que los sistemas computacionales de las instituciones financieras y los modelos de precios son correctos y no son manipulados de ninguna manera.

Separe los diferentes departamentos y secciones

El *front office* de una institución financiera consiste en operadores que están ejecutando operaciones, tomando posiciones, etc. Las oficinas medias (*middle office*) consisten en los gestores de riesgo que supervisan los riesgos que se toman. El *back office* es donde se realiza la contabilidad y se guardan las actas. Algunos de los peores desastres con derivados han ocurrido porque estas funciones no estaban suficientemente separadas. Nick Leeson controlaba las dos primeras secciones en Singapur y, por tanto, pudo esconder la naturaleza desastrosa de sus operaciones frente a sus superiores en Londres por algún tiempo. Aunque todos los detalles no están disponibles, parece que la falta de separación entre estas secciones fue al menos parcialmente responsable de las grandes pérdidas experimentadas por el banco Sumitomo negociando cobre.

No confíe ciegamente en los modelos

Algunas de las enormes pérdidas en la Tabla 21.1 surgieron de los modelos y sistemas computacionales utilizados. Probablemente el problema de sistema más famoso es el que fue experimentado por Kidder Peabody. Joseph Jett compraba algunos *strips* (esto es, bonos cupón cero) y después negociaba un contrato a plazo para venderlos en el futuro. Los *strips* no pagan interés y por eso, tal y como se explica en el Capítulo 3, el precio a plazo es superior al precio al contado. El sistema de Kidder interpretó la diferencia entre el precio a plazo y el precio al contado como un beneficio en el momento de la negociación. Por supuesto, la diferencia representaba el coste de financiar el *strip*. Pero, enlazando contratos a plazo, Jett pudo prevenir este coste de financiación acumulándoselo a él. El resultado fue que el sistema contabilizó un beneficio de 100 millones de dólares y Jett recibió una gran recompensa cuando, de hecho, había una pérdida en la región de 350 millones de dólares.

Ejemplos de modelos incorrectos que conducen a pérdidas son también el Chemical Bank y el National Westminster Bank. El Chemical Bank utilizó un modelo incorrecto para valorar caps sobre tipos de interés y el National Westminster Bank tenía un modelo incorrecto para valorar opciones sobre swaps.

Si los grandes beneficios se han obtenido siguiendo estrategias de negociación relativamente simples, hay una gran probabilidad de que los modelos subyacentes al cálculo de los beneficios sean erróneos. Similarmente, si una institución financiera parece ser particularmente competitiva en sus precios para un tipo de operación en concreto, hay una gran probabilidad de que esté usando un modelo diferente al de otros participantes del mercado, y se debería analizar lo que está pasando con mucho cuidado. Para el director de una sala de negociación, obtener demasiadas operaciones de un cierto tipo puede ser el director tan preocupante como obtener muy pocas operaciones de ese tipo.

Sea conservador identificando el origen de los beneficios

Cuando una institución financiera vende un instrumento altamente exótico a una empresa no financiera, la valoración puede depender en gran medida del modelo subyacente. Por ejemplo, los instrumentos que incluyen opciones a largo plazo sobre tipo de interés pueden ser fuertemente dependientes del modelo de tipo de interés usado. En estas circunstancias, una frase usada para describir el ajuste diario al mercado del acuerdo es *ajustando al modelo*. Esto es porque no hay precios de mercado para acuerdos parecidos que puedan utilizarse como marco de referencia.

Suponga que una institución financiera logra vender un instrumento a un cliente por 10 millones de dólares por encima de su valor —o al menos 10 millones de dólares más de su valor teórico según el modelo. Los 10 millones de dólares se conocen como un *origen de beneficio*. ¿Cuándo será reconocida esta ganancia? Parece haber una gran variedad en la conducta de diferentes bancos de inversiones. Algunos reconocen los 10 millones de dólares inmediatamente mientras otros son mucho más conservadores y lo reconocen gradualmente durante la vigencia del acuerdo.

Registrar los orígenes de beneficios inmediatamente es muy peligroso. Incita a los operadores a usar modelos agresivos, conseguir sus bonificaciones, y salir antes de que el modelo y el valor del acuerdo sean superviados. Es mucho mejor reconocer los orígenes de beneficios gradualmente para que los operadores tengan una motivación para investigar el impacto de diferentes modelos y diferentes conjuntos de supuestos antes de comprometerse a un acuerdo.

No venda productos inadecuados a los clientes

Es tentador vender a clientes corporativos productos inadecuados, particularmente cuando parecen tener apetito por los riesgos subyacentes. Pero esto es una actuación muy limitada. El ejemplo más dramático son las actividades de Bankers Trust (BT) en el período de la primavera de 1994. Muchos de los clientes de BT fueron convencidos para comprar activos con riesgos elevados y productos totalmente inapropiados. Un producto típico (por ejemplo, el swap 5/30 comentado en la Sección 19.3) daría al cliente una buena oportunidad de ahorrar algunos puntos básicos en sus préstamos y una pequeña posibilidad de financiar una gran cantidad de dinero. Los productos funcionaron bien para los clientes de BT en 1992 y 1993, pero fracasaron en 1994 cuando los tipos de interés subieron bruscamente. La mala publicidad que

siguió a este suceso dañó a BT enormemente. Los años que había empleado desarrollando credibilidad entre clientes de confianza y una reputación envidiable por la innovación en derivados se perdieron en gran parte como resultado de las actividades de un par de vendedores demasiado agresivos. BT fue obligada a pagar grandes cantidades de dinero a sus clientes para poder resolver las acciones legales extrajudicialmente. Fue absorbido por Deutsche Bank en 1999.

No ignore los riesgos de liquidez

Los ingenieros financieros suelen basar la valoración de instrumentos exóticos e instrumentos que negocian con poca frecuencia en los precios de activos que se negocian de forma muy activa. Por ejemplo:

1. Un ingeniero financiero suele calcular la curva cupón cero de bonos gubernamentales activamente negociadas (conocido como bonos *on-the-run*) y la utiliza para valorar bonos que negocian con menos frecuencia (obligaciones *off-the-run*).
2. A menudo los ingenieros financieros obtienen la volatilidad implícita de un activo a partir de opciones negociadas activamente y usan esta volatilidad para valorar opciones negociadas menos activamente.
3. Los ingenieros financieros a menudo obtienen los parámetros implícitos del proceso para tipos de interés de caps de tipos de interés negociados activamente y de opciones sobre swaps y luego los utilizan para valorar productos que están altamente estructurados.

Esta práctica no es insensata. Sin embargo, es peligroso suponer que los instrumentos negociados menos activamente puedan negociarse siempre cerca de su precio teórico. Cuando los mercados financieros experimentan un *shock* de un tipo u otro hay a menudo un «rápido desplazamiento hacia la calidad». La liquidez resulta muy importante para los inversores, y a menudo los instrumentos poco líquidos se venden con un gran descuento respecto a sus precios teóricos. Las estrategias de negociación que asumen grandes volúmenes de instrumentos relativamente poco líquidos que puedan venderse con un corto preaviso y cerca de sus valores teóricos, son peligrosas.

Un ejemplo de riesgo de liquidez es 'Long-Term Capital Management' (LTCM). Este fondo de coberturas siguió una estrategia conocida como de *convergencia-arbitraje*. Intenta identificar dos valores (o carteras de valores) que deberían teóricamente venderse al mismo precio. Si el precio de mercado de un valor es inferior al de otro, comprará aquel valor y venderá éste último. La estrategia se basa en la idea de que si dos valores tienen el mismo precio teórico, sus precios de mercado deberían coincidir.

En el verano de 1998 LTCM obtuvo una gran pérdida. Esto se debió básicamente a un impago en la deuda de Rusia y se produjo un rápido desplazamiento hacia la calidad. LTCM no tenía una gran exposición a la deuda rusa, pero tendía a tomar posiciones largas en bastantes instrumentos poco líquidos y posiciones cortas en los correspondientes instrumentos líquidos. (Por ejemplo, tenía posiciones largas en bonos *off-the-run* y cortas en bonos *on-the-run*.) Los diferenciales entre los precios de instrumentos poco líquidos y los correspondientes instrumentos líquidos se incrementaron repentinamente después de la quiebra rusa. Los diferenciales de crédito también se incrementaron. LTCM tenía un fuerte apalancamiento. Experimentó grandes pérdidas *margin calls* (llamadas para reponer sus garantías) a sus posiciones que fueron incapaces de satisfacer.

La historia de LTCM fortalece la importancia de llevar a cabo análisis de escenario y contrastar el stress para examinar qué es lo peor que puede suceder. LTCM podría haber examinado otros momentos de la historia en los que se dieron grandes desplazamientos hacia la calidad para cuantificar los riesgos de liquidez en que estaban incurriendo.

Tenga cuidado cuando todos siguen la misma estrategia de negociación

A veces sucede que muchos participantes del mercado están siguiendo esencialmente la misma estrategia de negociación. Esto crea un ambiente peligroso donde es probable que ocurran grandes movimientos en los mercados, grandes inestabilidades, y grandes perdidas para los participantes del mercado.

Dimos un ejemplo de esto en el Capítulo 15, cuando discutíamos los seguros de cartera y el *crash* del mercado en octubre de 1987. En los meses que siguen al crash, un número creciente de gestores de carteras intentaron asegurar sus carteras creando opciones de venta sintéticas. Compraron futuros sobre acciones o sobre índices bursátiles después de subir en el mercado y los vendieron después de una bajada. Esto creó un mercado inestable. Una reducción relativamente pequeña en los precios de las acciones llevaría a una ola de ventas por parte de estos aseguradores. Esto último llevaría a una próxima bajada del mercado, lo cual provocaría otra ola de ventas, y rasí sucesivamente. Hay pocas dudas de que, sin el seguro de cartera, el *crash* de octubre de 1987 hubiera sido mucho menos severo.

Otro ejemplo es LTCM en 1998. Su posición se hizo más difícil debido a que muchos otros fondos de cobertura seguían estrategias parecidas de convergencia arbitraje. Después de la quiebra rusa y del rápido desplazamiento hacia la calidad, LTCM decidió liquidar parte de su cartera para satisfacer las «margin calls». Lamentablemente, otros fondos de cobertura tuvieron problemas parecidos a LTCM e intentaron operaciones similares. Esto agravó la situación, generando diferenciales de liquidez mayores de lo que hubieran sido y fortaleciendo el rápido desplazamiento hacia la calidad. Considere, por ejemplo, la posición de LTCM en los bonos del Tesoro de EE.UU. Tenían una posición larga en bonos *off-the-run* poco líquidos y una posición corta en bonos *on-the-run* líquidos. Cuando generando rápido desplazamiento hacia la calidad amplió los diferenciales entre el rendimiento de los dos tipos de bonos, LTCM tubo que liquidar sus posiciones vendiendo bonos *off-the-run* y comprando bonos *on-the-run*. Otros grandes fondos de cobertura estaban haciendo lo mismo. Como resultado, el precio de los bonos *on-the-run* subió respecto al de los bonos *off-the-run* y el diferencial entre los dos rendimientos se amplió mucho más de lo que había hecho hasta ese momento.

Otro ejemplo se da en las actividades de las compañías de seguros británicas a finales de los 90. Estas compañías aseguradoras habían entrado en muchos contratos prometiendo que el tipo de interés aplicable a una renta recibida por un individuo en su jubilación sería el mayor entre el tipo de interés del mercado y una cierta rentabilidad garantizada. Al mismo tiempo, todas las compañías aseguradoras decidieron cubrir parte de sus riesgos en estos contratos comprando opciones a largo plazo sobre swaps que vendían instituciones financieras. Las instituciones financieras con las que trataron cubrieron sus riesgos comprando grandes cantidades de bonos en libras esterlinas a largo plazo. Como resultado, los precios de los bonos y los tipos en esterlinas a largo plazo se redujeron. Hubo que comprar muchos bonos para mantener la cobertura dinámica, los tipos a largo plazo bajaron más, y así sucesivamente. Las instituciones financiares perdieron dinero y, como los tipos a largo plazo se redujeron, las compañías de seguros se encontraron en una posición peor frente a los riesgos que habían elegido no cubrir.

La principal lección que debe aprenderse de estas historias es que es importante tener presente el esquema global de lo que está pasando en los mercados financieros y comprender los riesgos en situaciones donde muchos participantes del mercado están siguiendo la misma estrategia de negociación.

21.3. LECCIONES PARA EMPRESAS NO FINANCIERAS

Ahora explicaremos las lecciones principalmente aplicables a las empresas no financieras.

Asegúrese que entiende completamente las operaciones que está realizando

Las empresas no deberían comprometerse en una negociación o una estrategia de negociación que no entienden completamente. Éste es un punto un tanto obvio, pero es sorprendente que un operador empleado de una empresa no financiera admita, después de una gran pérdida, que no entendía lo que realmente estaba haciendo y reclame haber recibido mala información de los banqueros inversores. Robert Citron, el tesorero de Orange Country hizo esto. Los operadores que trabajan para Hammersmith y Fulham, los cuales, a pesar de sus grandes posiciones estaban sorprendentemente mal informados sobre cómo funcionaban los swaps y otros derivados sobre tipo de interés que negociaban.

Si un importante gestor de una empresa no entiende una negociación propuesta por un subordinado, no debería aprobarse esta negociación. Una regla simple es que si una negociación y la razón fundamental para iniciarla son tan complicados que el gestor no puede entenderlas, será casi con seguridad inapropiada para la empresa. Las operaciones realizadas por Procter and Gamble y Gibson Greetings hubieran sido vetadas usando este criterio.

Una forma de asegurarse que se entiende completamente un instrumento financiero consiste en valorarlo. Si una empresa no sabe valorar un instrumento, no debería negociarlo. En la práctica, las empresas suelen confiar en sus banqueros de inversiones para que les aconsejen sobre la valoración. Esto es peligroso, tal como Procter and Gamble y Gibson Greetings averiguaron. Cuando quisieron desarrollar sus operaciones, descubrieron que se estaban enfrentando a precios generados en modelos desarrollados por Bankers Trust, que no tenían forma de comprobar.

Asegúrese que un coberturista no se convierte en especulador

Uno de los hechos desafortunados de la vida es que las coberturas son relativamente aburridas, mientras que la especulación es excitante. Cuando una compañía contrata a un operador para que gestione riesgos de tipo de cambio o riesgos de tipos de interés se corre el riesgo que suceda lo siguiente. Al principio el negociador realiza el trabajo diligentemente y gana la confianza de los gestores principales. Evalúa la exposición de la compañía y la cubre. A medida que pasa el tiempo el negociador se convence de que él o ella pueden adelantarse al mercado. Gradualmente el negociador se transforma en un especulador. Al principio las cosas van bien, pero después ocurre una pérdida. Para recuperar la pérdida el negociador dobla las apuestas. Se obtienen más pérdidas y así sucesivamente. Es probable el resultado que sea un desastre.

Tal y como se ha mencionado anteriormente, los gestores más antiguos deben fijar los límites de los riesgos que pueden asumirse. Los controles deberían ser fijados para asegurar que

se respetan los límites. La estrategia de negociación para una empresa debería empezar con un análisis de los riesgos a los que se enfrenta la empresa en divisas, tipos de interés, mercados de mercancías, y así sucesivamente. Se debería tomar una decisión sobre cómo se reducirán los riesgos a límites aceptables. Un signo claro de que algo funciona mal dentro de una empresa cuando la estrategia de negociación no surge de forma muy directa de las exposiciones de la compañía.

Sea cauteloso sobre la transformación del Departamento de Tesorería en un centro de beneficio

En los últimos veinte años ha habido una tendencia a transformar el Departamento de Tesorería dentro de una empresa en un centro de beneficio. Esto parece tener mucho de recomendable. El tesorero estará motivado para reducir los costes financieros y gestionar los riesgos tan provechosamente como le sea posible. El problema es que el potencial del tesorero para lograr beneficios es reducido. Cuando suben los fondos y se invierte el efectivo sobrante, el tesorero se enfrenta con un mercado eficiente. El tesorero puede normalmente mejorar sus mínimos sólo tomando riesgos adicionales. El programa de coberturas de la empresa da al tesorero un cierto campo de acción para que pueda tomar decisiones astutas que incrementen los beneficios. Pero se debería recordar que el objetivo de un programa de cobertura es reducir riesgos, no incrementar los beneficios esperados. Tal y como se apunta en el Capítulo 5 la decisión de cubrir llevará a un resultado peor que la decisión de no cubrir apenas el 50 por ciento de las veces. El peligro de hacer del Departamento de Tesorería un centro de beneficio es que el tesorero estará motivado para transformarse en un especulador. Es probable que se dé un resultado como el de Orange County, Procter and Gamble, o Gibson Greetings.

21.4. RESUMEN

Las enormes pérdidas experimentadas por el uso de derivados han hecho que muchos tesoreros sean muy cautelosos. Desde el gran número de tragedias de 1994 y 1995, algunas empresas no financieras han anunciado planes para reducir o incluso eliminar el uso de derivados. Esto es desafortunado porque los derivados aportan a los tesoreros muchas formas diferentes de gestionar los riesgos.

Las historias detrás de las pérdidas enfatizan el punto, señalado desde el principio en el Capítulo 1, de que los derivados pueden utilizarse para cobertura o especulación; es decir, tanto para reducir riesgos como para asumirlos. Muchas pérdidas han ocurrido porque los derivados fueron utilizados inapropiadamente. Los empleados que tenían la función implícita o explícita de cubrir los riesgos de la compañía decidieron especular en su lugar.

La lección clave para aprender de las pérdidas es la importancia de los *controles internos*. La alta dirección dentro de una compañía debería editar una declaración de políticas clara y no ambigua sobre cómo se deben usar los derivados y en qué medida se permite a los empleados tomar posiciones en movimientos de variables de mercado. La dirección debería establecer controles para asegurar que las políticas son llevadas a cabo. Dar autorizaciones individuales para negociar derivados sin una supervisión cercana de los riesgos es la mejor receta para generar desastres.

Lecturas recomendadas

Dunbar, N., *Inventing Money: The Story of Long-Term Capital Management and the Legends Behind It.* Chichester, UK: John Wiley e hijos, 2000

Jorion, P., *Big Bets Gone Bad: Derivatives and Bankruptcy in Orange Country.* New York: Academic Press, 1995

Jorion, P., «How Long-Term Lost Its Capital», *RISK* (septiembre 1999)

Ju, X. y N. Pearson, «Using Value-at-Risk to Control Risk Taking: How Wrong Can You Be?» *Journal of Risk* 1(2) (1999): 5-36

Thomson, R., *Apocalypse Roulette: The Lethal World of Derivatives.* London: Macmillan, 1998

Zhang, P. G., *Barings Bankruptcy and Financial Derivatives.* Singapore: World Scientific Publishing, 1995